

# АЭРОДИНАМИКА И ПРОЦЕССЫ ТЕПЛООБМЕНА ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

УДК 533.6

## ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ НЕСТАЦИОНАРНЫХ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В УСЛОВИЯХ СВЕРХЗВУКОВОГО ЛАМИНАРНОГО ОБТЕКАНИЯ

**А.Ю. Галактионов, А.И. Хлупнов**

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация  
e-mail: fkz1913@mail.ru

*Нестационарные аэродинамические характеристики осесимметричных цилиндрических моделей фиксированных удлинений ( $\bar{l} = l/D = 0,5; 2$  и  $10$ ) численно рассчитаны на ЭВМ с использованием программы, разработанной авторами. Численное решение полных нестационарных уравнений Навье – Стокса получено в рамках модели совершенного газа при ламинарном режиме течения. Решенная задача рассматривалась как сопряженная, так как для определения коэффициента демпфирования (производной аэродинамического коэффициента момента тангажа —  $m_z^{\dot{\alpha} + \omega_z}$ ) потребовалось математическое моделирование как нестационарных течений, так и свободных колебаний упомянутых моделей относительно центра масс. Результаты расчетов сравнивались с известными экспериментальными зависимостями.*

**Ключевые слова:** уравнения Навье – Стокса, динамика вращательного движения, сопряженная задача, численные методы, аэродинамическое демпфирование, тело вращения, сверхзвуковое обтекание.

## NUMERICAL CALCULATION OF UNSTEADY AERODYNAMIC CHARACTERISTICS OF CYLINDER MODELS FOR SUPERSONIC LAMINAR FLOW

**A. Yu. Galaktionov, A.I. Khlupnov**

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation  
e-mail: fkz1913@mail.ru

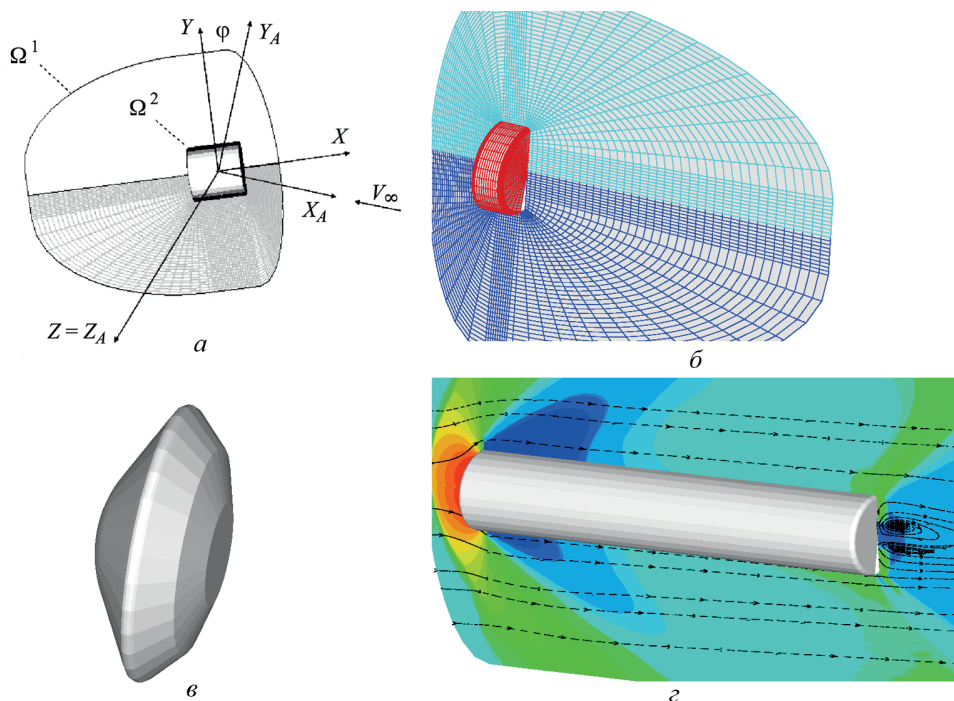
*The article describes computer calculations of unsteady aerodynamic characteristics of the axially symmetrical cylinder models with a fixed aspect ratio ( $\bar{l} = l/D = 0,5; 2$  and  $10$ ) using the program created by the authors. A numerical solution of the Navier – Stokes equation is obtained for the perfect gas model in laminar flow. The authors consider the solved problem as a conjugate one since it was necessary to obtain a damping coefficient (an aerodynamic pitch damping moment —  $m_z^{\dot{\alpha} + \omega_z}$ ), which required mathematic modeling of both the unsteady flows and free oscillations of the above mentioned bodies relative to the mass center. The results of the calculation are compared to the well-known observed dependences.*

**Keywords:** Navier – Stokes equations, dynamic of rotation, conjugate problem, numerical methods, aerodynamic damping, body of rotation, supersonic flow.

Стремительное развитие грузопотока “поверхность Земли – орбита Земли” и урбанизация ряда районов в окрестности предполагаемых

трасс выведения приводят к выдвиганию новых, более жестких требований как к определению размеров зон падения отработавших элементов ракет-носителей космического назначения (РКН), так и к способам их сокращения [1]. В связи с этим важной и актуальной проблемой наземной отработки РКН становится определение стационарных и нестационарных аэродинамических характеристик отделяемых элементов и в первую очередь моментных зависимостей. Именно поэтому целью настоящей работы стало определение аэродинамических характеристик цилиндрических моделей различного удлинения (рис. 1, а, б, в) при малых сверхзвуковых скоростях.

Цилиндрические модели, имеющие плоский торец, являются плохообтекаемыми телами, а их обтекание нередко связано с образованием развитых отрывных зон, что не дает возможности непосредственно использовать классические подходы [2–4] из-за неоднозначности (аэродинамического гистерезиса) и нелинейности ряда зависимостей, и позволяет отметить определенную научную новизну представленной работы.



**Рис. 1. Трехмерные модели поверхности объектов исследования:**

а — системы координат и границы расчетной области, используемые для расчета характеристик тела вращения среднего удлинения ( $\bar{l} = 2$ , далее D2), угол  $\varphi$  связывает подвижную и неподвижную системы координат; б — фрагмент расчетной сетки в окрестности модели малого удлинения ( $\bar{l} = 0,5$ , далее D1); в — поверхностная модель КА “Викинг” (далее VK); г — элементы картины течения в окрестности модели большого удлинения ( $\bar{l} = 10$ , далее D3)

Основные результаты получены численно на ЭВМ посредством решения сопряженной задачи динамики полета и нестационарной аэродинамики в рамках полных уравнений Навье–Стокса [5, 6] и являются логическим развитием научного задела кафедры “Динамика и управление полетом ракет и космических аппаратов” МГТУ им. Н.Э. Баумана [7]. Задача решалась при ламинарном режиме взаимодействия в рамках модели совершенного газа.

Приведенные далее данные сравниваются с известными экспериментальными данными ЦАГИ (для модели на рис. 1, з) [8] и института фон Кармана (для модели СА “Викинг”, см. рис. 1, в) [9].

Численный расчет нестационарных аэродинамических характеристик методом свободных колебаний рассматривался как решение аэродинамически сопряженных задач:

- уравнений Навье–Стокса в нестационарной постановке —

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial b}{\partial y} + \frac{\partial A}{\partial z} = H, \tag{1}$$

где

$$\sigma = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{pmatrix}; \quad a = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p + \tau_{xx} \\ \rho uv + \tau_{xy} \\ \rho uw + \tau_{xz} \\ (p + e)u + u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} + \zeta \frac{\partial T}{\partial x} \end{pmatrix},$$

где  $\rho$  — плотность;  $u, v, w$  — компоненты вектора скорости по осям координат  $OXYZ$ ;  $p$  — давление;  $\tau$  — компоненты тензора вязких напряжений;  $T$  — температура;  $e$  — внутренняя энергия;

- математического моделирования цилиндрической модели в продольной плоскости симметрии относительно центра тяжести под действием сил инерции и аэродинамических сил, в общем случае переменных по времени и углу атаки —

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi} &= \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{d\dot{\varphi}}{dt} = -\frac{M_z}{I_z}; \\ \dot{\varphi} &= \dot{\varphi} + \ddot{\varphi}dt; \\ \varphi &= \varphi + \dot{\varphi}dt; \end{aligned} \tag{2}$$

$$M_z = \oint_{\Omega_1} (\vec{p} + \vec{\tau}) d\Omega_1,$$

где  $I_z$  — момент инерции;  $M_z$  — аэродинамический момент относительно центра масс модели (момент тангажа);  $\varphi$  — угол между соответствующими осями подвижной и неподвижной систем координат;  $\dot{\varphi}$  — угловая скорость вращения подвижной системы координат;  $\ddot{\varphi}$  —

угловое ускорение;  $\vec{p}$  — сила давления по местной нормали к поверхности модели;  $\vec{\tau}$  — касательная сила к поверхности модели;  $d\Omega$  — площадь элементарного участка поверхности модели.

Уравнения Навье – Стокса решались методом конечного объема [6] с расщеплением потоков от вязких и невязких членов (1). Поток от невязких членов (1) определялся по методу С.К. Годунова как решение задачи Римана о распаде произвольного разрыва. Поток от вязких членов (1) рассчитывался как решение системы линейных алгебраических уравнений, полученных разложением компонент тензора скоростей деформации в ряд Тейлора.

Уравнения Навье – Стокса решались в подвижной системе координат ( $OXYZ$ ) [6], связанной с телом (см. рис. 1, а). Неподвижная система координат ( $Ox_Ay_Az_A$ ) была связана с подвижной через угол  $\varphi$ , совпадающий с углом атаки ( $\alpha$ ). Кориолисовы и переносные ускорения были представлены как источниковые члены в уравнениях (1):

$$H^T = (0 \ \rho w_x \ \rho w_y \ \rho w_z \ 0),$$

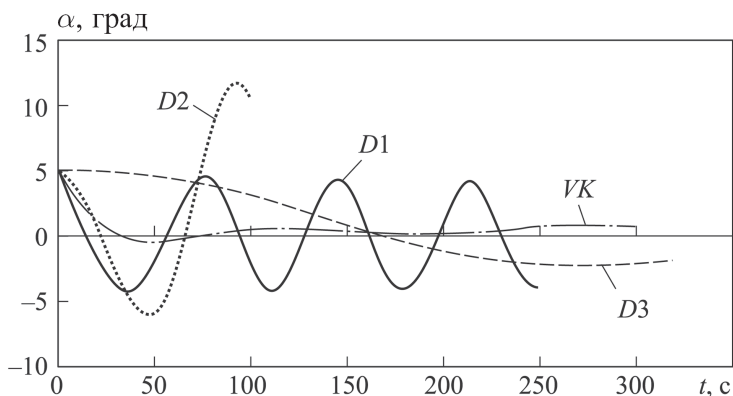
$$\vec{w} = 2\vec{\omega} \times \vec{V} + \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{r},$$

где  $\vec{w}$  — вектор ускорения;  $|\vec{\omega}| = \dot{\varphi}$  — угловая скорость;  $\vec{V}$  — скорость поступательного движения газа в рассматриваемой точке расчетной области;  $|\vec{\varepsilon}| = \ddot{\varphi}$  — угловое ускорение;  $\vec{r}$  — радиус-вектор из начала системы координат к соответствующей точке расчетной области.

Знание распределения давления и тензора вязких напряжений по поверхности тела (2) позволило установить суммарные силы и моменты, действующие на летательный аппарат, что дало возможность определить угловое ускорение по известному моменту инерции. Далее численным интегрированием уравнений вращательного движения рассчитывались угловая скорость и угол атаки.

Выполняя последовательно приведенный алгоритм, можно итерационно проводить вычисления угла атаки и аэродинамических характеристик по времени по аналогии с методом свободных колебаний в аэродинамической трубе.

На рис. 2 приведены зависимости угла атаки от математического времени решения представленной сопряженной задачи по описанному алгоритму для отмеченных четырех форм осесимметричных тел (математическое время было связано с физическим через безразмерную частоту — число Струхала  $Sh = \omega L/V$ , где  $L$  — характерная длина,  $V$  — характерная скорость,  $\omega = \sqrt{M_z^\alpha/I_z}$  — характерная частота). Численные расчеты проводились на ПЭВМ с одинаковым шагом по математическому времени при начальном угле атаки  $5^\circ$  для всех моделей (физический эквивалент установочного угла атаки модели в аэродинамической трубе на державке свободных колебаний).

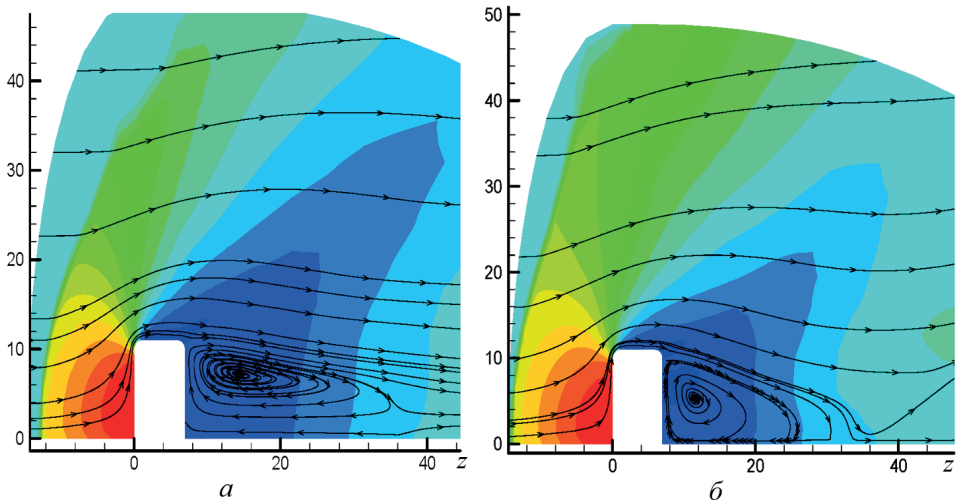


**Рис. 2.** Зависимости угла атаки от времени для четырех осесимметричных тел; в качестве характерного размера для рассматриваемых тел при расчете числа Рейнольдса была выбрана длина тела;  $M_\infty = 1,5$ ,  $Re = 10^6$ ,  $T_w = 0,3$

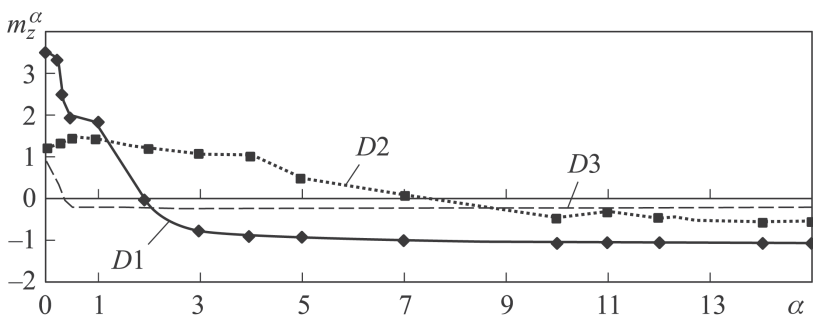
Первичный анализ графиков на рис. 2 показывает наличие колебательного процесса с параметрической зависимостью аэродинамического демпфирования от угла атаки, о чем свидетельствует тенденция к выходу всех функций на устойчивый предельный цикл колебаний. Данная тенденция в нестационарной аэродинамике, как правило, объясняется наличием антидемпфирования в окрестности нулевого угла атаки. Амплитуда автоколебаний в этом случае будет определяться интегральным равенством работ сил демпфирования и антидемпфирования. Для четырех выбранных моделей амплитуды автоколебаний ( $\alpha_A$ ) различны, примерно:  $4,5^\circ$  для D1,  $11^\circ$  для D2,  $0,5^\circ$  для D3 и  $0,25^\circ$  для VK. Здесь интересно отметить, что для рассмотренного случая симметричной модели VK просматривается не нулевой балансирующий угол атаки, а порядка  $0,2^\circ$ , что связано с нелинейной зависимостью момента тангажа от угла атаки.

Отметим, что приведенные особенности в поведении угла атаки связаны с аэродинамическим гистерезисом зависимости момента тангажа ряда распределенных характеристик от угла атаки. На рис. 3 для сравнения приведены фрагменты картины течения в продольной плоскости симметрии для модели D1 в виде областей равных давлений и линий тока. Фрагмент картины течения на рис. 3, а соответствует стационарному режиму обтекания, а рис. 3, б — нестационарному.

На рис. 3 четко видны различия как в топологии вихревых образований за донным срезом, так и в конфигурации отошедшей ударной волны перед телом, что подтверждает гипотезу о наличии аэродинамического гистерезиса при малых углах атаки. Изменения в стационарной и нестационарной картинах течения прослеживаются в положении точки присоединения разделительной линии тока за телом (40 и 38 условных единиц от донного среза) на высоте вихревого центра от оси симметрии (8 и 6 условных единиц), а также в угле между раз-



**Рис. 3.** Области равных давлений и линии тока в продольной плоскости симметрии в окрестности модели D1 при  $\alpha = 1^\circ$ ,  $M_\infty = 1,5$ ,  $Re = 10^6$ ,  $T_w = 0,3$ : *a* – стационарный режим обтекания; *б* – нестационарный режим обтекания с положительной угловой скоростью ( $\dot{\alpha} > 0$ )



**Рис. 4.** Зависимости коэффициента демпфирования от угла атаки для цилиндрических тел различного удлинения

делительной линии тока и осью симметрии над вихревым центром (примерно  $-7^\circ$  и  $-30^\circ$ ).

Для отмеченных моделей (см. рис. 1) как для цилиндрических тел различного удлинения были выполнены параметрические расчеты, позволившие установить зависимости производной момента тангажа (коэффициента демпфирования) от угла атаки (см. рис. 4). Видно, что для моделей с различным удлинением можно отметить наличие зоны антидемпфирования в окрестности нулевого угла атаки и области демпфирования, начиная с некоторого угла атаки ( $\alpha_{кр1}$ ), соответствующего смене знака упомянутого коэффициента. Зависимости такого вида позволяют рассчитать значение амплитуды автоколебаний  $\alpha_A$  заранее, до проведения длительных численных расчетов через интегральное уравнение вида:

$$\int_0^{\alpha_{rh1}} m_z^{\dot{\alpha}}(\alpha) d\alpha = \int_{\alpha_{rh1}}^{\alpha_A} m_z^{\dot{\alpha}}(\alpha) d\alpha.$$

Значения антидемпфирования в окрестности нулевого угла атаки различны для разных моделей и монотонно убывают с ростом удлинения тела от 3,5 до 0,9 (рис. 4). Однако значения критического угла атаки ( $\alpha_{кр1}$ ) и, следовательно, амплитуды автоколебаний ( $\alpha_A$ ) изменяются с ростом удлинения не монотонно, а имеют максимум, характерный для тел вращения среднего удлинения (D2). Учитывая нелинейный характер зависимостей (см. рис. 4), в случае их аппроксимации представляется возможным как для проектных оценок в части нестационарной аэродинамики плохообтекаемых тел, так и для баллистических расчетов изделий определять соответствующую форму и прогнозировать поля падения.

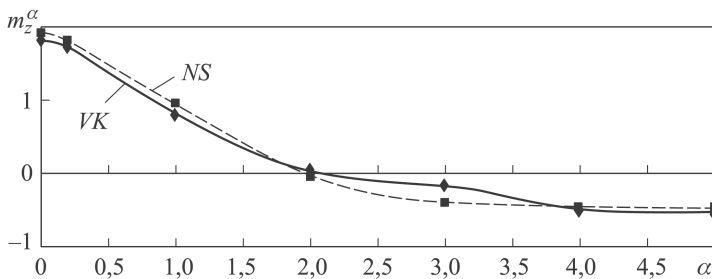
В качестве первого теста, подтвердившего достоверность численного расчета стационарных аэродинамических характеристик, было выполнено сравнение коэффициентов продольной и нормальной сил при различных углах атаки, полученных численно и экспериментально [8] (таблица). Там же приведены значения относительной погрешности для каждого расчетного значения.

**Зависимости аэродинамических коэффициентов от угла атаки, полученные для модели D3 по результатам вычислительных и трубных испытаний [8]**

Аэродинамические коэффициенты	Угол атаки			
	$\alpha = 1^\circ$	$\alpha = 5^\circ$	$\alpha = 7^\circ$	$\alpha = 10^\circ$
$C_x^{ADT} = X/(qS_M)$	1,509	1,5	1,495	1,49
$C_x^{\text{расчет}}$	1,4773	1,415	1,44635	1,446
$-(C_x^{\text{расчет}} - C_x^{ADT})/C_x^{ADT}, \%$	4,09	5,67	3,254	2,95
$C_y^{ADT} = X/(qLD)$	0,0075	0,04	0,0065	0,092
$C_y^{\text{расчет}}$	0,0077	0,0367	0,0606	0,0948
$(C_y^{\text{расчет}} - C_y^{ADT})/C_y^{ADT}, \%$	9,267	-8,25	8,323	3,04

Приведенная таблица позволяет сказать о хорошем качественном согласовании расчетных и экспериментальных зависимостей в интервале углов атаки от 0 до  $10^\circ$  при максимальном относительном рас-согласовании по коэффициенту продольной силы менее 5,7%, а по коэффициенту аэродинамической нормальной силы – менее 9,3%.

В качестве второго теста были рассмотрены результаты исследования свободных колебаний модели СА “Викинг” (см. рис. 1) выполненные в аэродинамических установках института фон Кармана, а также



**Рис. 5.** Расчетная (NS) и экспериментальная (VK) зависимости коэффициента демпфирования от угла атаки, полученные на модели VK (см. рис. 1, в) при числе Маха набегающего потока  $M_\infty = 1,5$

численно (рис. 5). Сравнение выполнено по зависимости производной момента тангажа от угла атаки (на рис. 5 упомянутая производная обозначена как  $m_z^a$ , в оригинальной работе [9] —  $C_{mq} + C_{ma}$ ).

Представленное на рис. 5 сравнение расчетной и экспериментальной зависимостей позволяет отметить принципиальную возможность получения инженерных оценок по приведенному подходу с учетом интервала экспериментальной погрешности — 10...30% [9].

**Заключение.** Представлены нестационарные аэродинамические характеристики цилиндрических тел различного удлинения ( $\bar{l} = l/D = 0,5, 2, 8$  и  $10$ ), полученные в результате численного решения сопряженной задачи динамики свободного углового движения относительно центра масс модели и аэродинамики. Сравнение стационарных и нестационарных фрагментов картин течения в окрестности рассмотренных моделей позволило отметить и количественно охарактеризовать ряд различий в топологии линий тока, что объясняет возникновение аэродинамического гистерезиса и демпфирующего и антидемпфирующего аэродинамических моментов тангажа при малых углах атаки. Для числа Маха  $M = 1,5$  проведено сравнение зависимостей коэффициентов демпфирования от угла атаки и установлены количественные показатели влияния удлинения на отмеченные моментные зависимости.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кобелев В.Н., Милованов А.Г. Средства выведения космических аппаратов. М.: Рестар, 2009. 528 с.
2. Нестационарная аэродинамика баллистического полета / Ю.М. Липницкий, А.В. Красильщиков, А.Н. Покровский, В.Н. Шманенков. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 176 с.
3. Белоцерковский С.М., Срипач Б.К., Табачников В.Г. Крыло в нестационарном потоке. М.: Наука, 1971. 768 с.
4. Гуженко Г.А. Метод искривленных моделей и применение его к изучению криволинейного полета воздушных кораблей // Труды ЦАГИ. 1934. Вып. 182. 64 с.



5. Липницкий Ю.М., Галактионов А.Ю. Численное моделирование нестационарных аэродинамических характеристик затупленного конуса в рамках полных уравнений Навье – Стокса // Космонавтика и ракетостроение. 2006. № 3. С. 23–28.
6. Краснов Н.Ф. Аэродинамика тел вращения. М.: Машиностроение, 1964. 572 с.
7. Краснов Н.Ф., Хлупнов А.И. Прикладная аэродинамика. М.: Высш. шк., 1974. 732 с.
8. Петров К.П. Аэродинамика тел простейшей формы. М.: Факториал, 1998. 432 с.
9. Bob L. Useltom and Arthur R. Wallace. Damping-in-pitch and Drag Characteristics of the Viking Configuration at Mach Number from 1.6 through 3, AEDC-TR-72-56, May, 1972.

## REFERENCES

- [1] Kobelev V.N., Milovanov A.G. Sredstva vyvedeniya kosmicheskikh apparatov [Launch vehicles of spacecrafts]. Moscow, Restar Publ., 2009. 528 p.
- [2] Lipnitskiy Yu.M., Krasil'shchikov A.V., Pokrovskiy A.N., Shmanenkov V.N. Nestatsionarnaya aerodinamika ballisticheskogo poleta [Non-steady aerodynamics of ballistic flight]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2003. 176 p.
- [3] Belotserkovskiy S.M., Sripach B.K., Tabachnikov V.G. Krylo v nestatsionarnom potoke [The wing in unsteady flow]. Moscow, Nauka Publ., 1971. 768 p.
- [4] Guzhenko G.A. The faked pattern method and its application in studying the airship rotational flight. *Proc. TsAGI*, 1934, iss. 182. 64 p. (in Russ.).
- [5] Lipnitskiy Yu.M., Galaktionov A.Yu. Numerical simulation of unsteady aerodynamic characteristics of a blunted cone within the framework of the full Navier-Stokes equations. *Kosm. i raketost.* [Cosmonautics and Rocketry], 2006, no. 3, pp. 23–28 (in Russ.).
- [6] Krasnov N.F. Aerodinamika tel vrashcheniya [Aerodynamics of revolved solids]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1964. 572 p.
- [7] Krasnov N.F., Khlupnov A.I. Prikladnaya aerodinamika [Applied aerodynamics]. Moscow, Vyssh. shk. Publ., 1974. 732 p.
- [8] Petrov K.P. Aerodinamika tel prosteyshyey formy [Aerodynamics of the simplest form bodies]. Moscow, Faktorial Publ., 1998. 432 p.
- [9] Useltom Bob L., Wallace Arthur R., Damping-in-pitch and Drag Characteristics of the Viking Configuration at Mach Number from 1.6 through 3. *AEDC-TR-72-56*, May, 1972.

Статья поступила в редакцию 18.11.2014

Галактионов Алексей Юрьевич — канд. техн. наук, доцент кафедры “Динамика и управление полетом ракет и космических аппаратов” МГТУ им. Н.Э. Баумана. МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

Galaktionov A.Yu. — Ph.D. (Eng.), Associate Professor, Department of Dynamics, Ballistics and Flight Vehicles Movement Control, Bauman Moscow State Technical University.

Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Хлупнов Александр Иванович — доцент кафедры “Динамика и управление полетом ракет и космических аппаратов” МГТУ им. Н.Э. Баумана.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

Khlupnov A.I. — Associate Professor, Department of Dynamics, Ballistics and Flight Vehicles Movement Control, Bauman Moscow State Technical University.

Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

**Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:**

Галактионов А.Ю., Хлупнов А.И. Численный расчет нестационарных аэродинамических характеристик цилиндрических моделей в условиях сверхзвукового ламинарного обтекания // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2015. № 5. С. 4–13.

**Please cite this article in English as:**

Galaktionov A. Yu., Khlupnov A.I. Numerical calculation of unsteady aerodynamic characteristics of cylinder models for supersonic laminar flow. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Bauman* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Mech. Eng.], 2015, no. 5, pp. 4–13.

---

**В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана вышла в свет книга  
АГРЕГАТЫ РЕГУЛИРОВАНИЯ ЖИДКОСТНЫХ РАКЕТНЫХ  
ДВИГАТЕЛЬНЫХ УСТАНОВОК**

Изложены основы теории, расчета и проектирования агрегатов регулирования жидкостных ракетных двигательных установок (ЖРДУ). Приведена классификация характеристик режимов работы отдельных агрегатов и ЖРДУ в целом. Рассмотрены основные характеристики ЖРДУ, даны примеры определения статических и динамических режимов работы двигательной установки. Описаны схемы и элементы конструкции агрегатов регулирования ЖРДУ. Приведена конструкторская оценка динамической устойчивости систем регулирования. На примере реальных схем ЖРДУ рассмотрено практическое применение агрегатов регулирования.

Для преподавателей, аспирантов, магистрантов и студентов старших курсов, а также для инженеров, работающих в области теории регулирования ЖРД.

