

ДИНАМИКА, ПРОЧНОСТЬ МАШИН, ПРИБОРОВ И АППАРАТУРЫ

УДК 624.046.3

УСТОЙЧИВОСТЬ ПЛАСТИНЫ С ПРОДОЛЬНОМ РЕБРОМ

С.А. Соколов, А.А. Грачёв

СПбГПУ, Санкт-Петербург, Российская Федерация
e-mail: sokolov_sa@rambler.ru; for_gg@rambler.ru

В настоящее время актуальна проблема ужесточения требований к металлоемкости конструкций грузоподъемных машин и внедрению высокопрочных сталей. Методы теории упругости, применяемые для решения задач об устойчивости конструкция с ребрами, приводят к громоздким выражениям. Необходимо учитывать, что элементы крановых конструкций за один цикл работы могут воспринимать различные комбинации нагрузок. Сегодня не существует аналитических методик для решения таких задач, применительно к грузоподъемным машинам. Следует отметить, что формулы для расчета критических напряжений отдельных пластин, приведенные в ISO, EN, FEM, имеют достаточно упрощенный и приближенный характер и не способны учесть ребра жесткости на пластине. Рассмотрены пластины с одним двусторонним ребром, симметричным относительно срединной плоскости пластины. Предложена адекватная методика расчета совместной устойчивости пластины с ребром. На основе полученных методик можно определить максимально-рациональные размеры ребер, превышение которых приведет только лишь к перерасходу металла и утяжелению конструкции.

Ключевые слова: потеря устойчивости, пластины, ребро, критические напряжения.

BUCKLING OF PLATE WITH LONGITUDINAL RIB

S.A. Sokolov, A.A. Grachev

Saint-Petersburg State Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation
e-mail: sokolov_sa@rambler.ru; for_gg@rambler.ru

The paper considers the challenging issue of requirement strengthening for both the specific amount of metal per structure of the lifting facilities and applying high-tension steel. The elasticity theory methods used to solve the buckling problems of the structures with ribs result in extremely cumbersome dependencies. It should be taken into account that the crane structure elements can take up various combinations of loads during a single cycle of operation. Nowadays there are no analytical methods, which can solve these problems in respect to the lifting facilities. It should be noted that the formulae for calculating the buckling stress of the individual plates given in ISO, EN, FEM, etc. have a rather simplified and approximated nature. They cannot count the plate strengthening ribs. The paper describes the plates with a single two-sided rib, symmetrical to the middle plane of the plate. The authors suggest an appropriate approach to calculating the integral buckling of the plate with a rib. While using the proposed approaches, it becomes possible to estimate the optimal rib size. Further increase in size results in both the excessive consumption of metal and the structure heaviness.

Keywords: buckling, plates, rib, buckling stress.

Одним из основных критериев работоспособности тонкостенных металлических конструкций является условие упругой устойчивости ее элементов. По мере ужесточения требований к металлоемкости конструкций и внедрению высокопрочных свариваемых сталей актуальность этой проблемы возрастает, так как повышается уровень действующих в конструкции напряжений. Наиболее эффективным способом обеспечения местной устойчивости пластин является подкрепление их ребрами. Этот прием в меньшей степени повышает металлоемкость конструкции, чем увеличение толщины пластин.

Решения задачи об устойчивости пластин с ребрами методами теории упругости [1–3] не дают замкнутых решений и приводят к исключительно громоздким зависимостям, которые не позволяют выйти на инженерные рекомендации. Инженерные методы расчета пластинчатых элементов конструкций на устойчивость приведены в отечественных и международных нормативных документах [4–8]. Однако они не решают проблем, возникающих при проектировании металлических конструкций машин. В нормах [4, 5] представлена методика определения необходимого момента инерции ребра при определенных условиях нагружения. Однако эта методика не дает рекомендаций по расположению ребер. Ее трудно использовать для конструкций, подвергаемых разнообразным комбинациям нагрузок, которые создают различные распределения напряжений в пластинах. Это затрудняет применение данной методики для проектирования металлических конструкций машин, например грузоподъемных. Нормы [6, 7] содержат наборы формул для расчета устойчивости пластин с различными условиями закрепления и нагружения, но не дают указаний по расчету пластин с ребрами.

Если расчет показал, что устойчивость пластины не достаточна, то конструктор должен принять решение об изменении конструкции. Для того чтобы укрепить пластину ребрами жесткости, необходимо решить как размещать ребра, сколько ребер ставить и какое сечение должны иметь ребра. Методики решения этих вопросов ни в научно-технической, ни в нормативной литературе нет. В связи с этим в СПбГПУ была предпринята попытка найти решение данной проблемы, приемлемое для инженерной практики.

На данном этапе работы рассматривалась пластина, являющаяся элементом тонкостенной балки (например, коробчатого сечения), которая нагружена продольной силой и изгибающими моментами в двух плоскостях (рис. 1, *a*). Распределение нормальных напряжений по сечению балки определяются по технической теории изгиба балок. При этом модель одной панели, например стенки (панель *B*) такой балки, представляет собой пластину, контур которой закреплен от перемещения из срединной плоскости (обозначено штриховой линией на

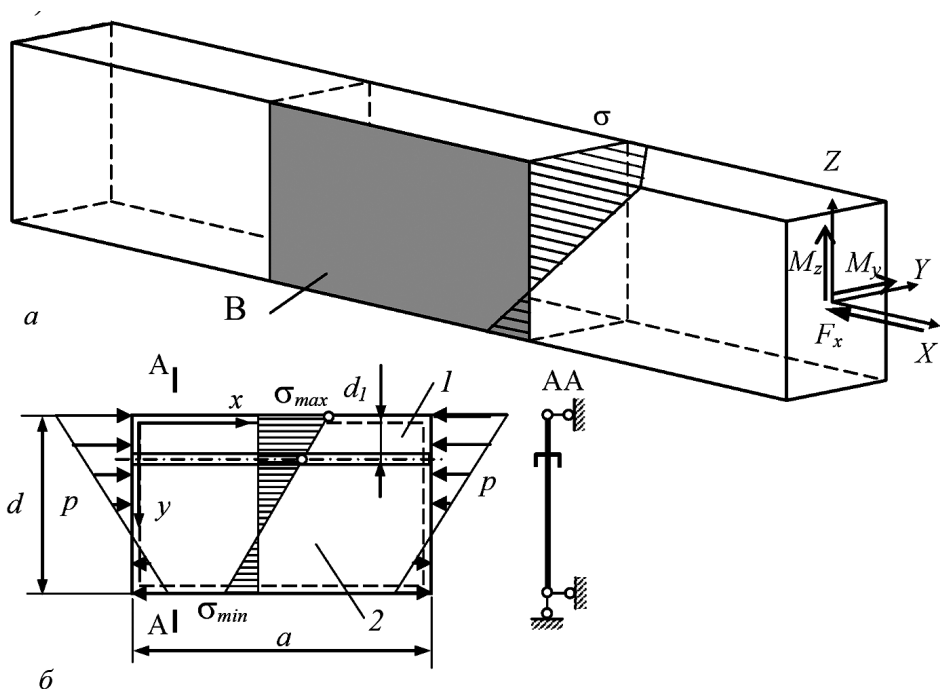


Рис. 1. Схема коробчатой балки (а) и модель пластины с ребром (б)

рис. 1, б), что отражает ее связь со смежными элементами. Нормальные напряжения, действующие в поперечных сечениях балки, моделируются распределенной нагрузкой $p = t\sigma$, лежащей в срединной плоскости пластины и приложенной к поперечным кромкам расчетной пластины. Таким образом, пластина находится в условиях одноосного напряженного состояния.

Начало локальной системы координат x, y зададим на кромке, испытывающей наибольшее сжатие (см. рис. 1, б). Для анализа устойчивости линейное распределение нормальных напряжений по ширине пластины опишем зависимостью

$$\sigma(y) = \sigma_{\max} \left(1 - \gamma \frac{y}{d}\right). \quad (1)$$

Здесь σ_{\max} — наибольшее сжимающее напряжение на кромке $y = 0$; $\gamma = 1 - \sigma_{\min}/\sigma_{\max}$ — параметр нагружения пластины; σ_{\min} — напряжение на кромке $y = d$. В расчетах на устойчивость сжимающие напряжения считают положительными.

Условие устойчивости такой пластины без ребра при расчете по допускаемым напряжениям имеет вид

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma_c], \quad (2)$$

где $[\sigma_c] = \sigma_c/n$ — допускаемое напряжение сжатия по условию устойчивости; σ_c — критическое напряжение сжатия по условию упругой устойчивости пластины; n — коэффициент запаса устойчивости.

Критическое напряжение пластины без ребра можно вычислить по формуле [9]

$$\sigma_c = k_s K_{s0} \left(\frac{t}{d} \right)^2 \leq \sigma_T, \quad (3)$$

где t , d , a — толщина, ширина и длина пластины (см. рис. 1); k_s — коэффициент устойчивости, отражающий влияние условий закрепления кромок и распределения напряжений по ширине пластины. Для стали

$$K_{s0} = \frac{\pi^2 E}{3(1 - \mu^2)} \approx 760000 \text{ МПа.}$$

Неравенство в (3) означает, что при получении значений $\sigma_c > \sigma_T$ в условии (2) следует принимать $\sigma_c = \sigma_T$, и оно преобразуется в условие прочности. Приближенное выражение для вычисления коэффициента устойчивости k_s при $0 \leq \gamma \leq 2$ и $\alpha \geq 0,4$ получено путем обработки результатов серии конечно-элементных расчетов. Оно имеет вид

$$k_s = \{ [1 + (0,6 + \alpha)^{-8}] (1 + 0,42\gamma) + [1 - 2(1 + \alpha)^{-7}] 0,52\gamma^3 \} \zeta_s, \quad (4)$$

где $\alpha = a/d$; $\zeta_s = 1,0 \dots 1,6$ — коэффициент, учитывающий упругую связь рассчитываемой пластины по кромке $y = 0$ с соседними элементами, имеющими больший запас устойчивости. При шарнирном опирании $\zeta_s = 1,0$, при жестком защемлении — $\zeta_s = 1,6$.

Для пластин с $\alpha > 0,7$ коэффициент устойчивости можно вычислить как

$$k_s = [1 + 0,42\gamma + 0,52\gamma^3] \zeta_s. \quad (5)$$

При $\gamma > 2$ коэффициент k_s следует вычислять по формулам (4) или (5), подставляя $\gamma = 2$, а в выражение (3) вместо d подставлять $d_e = 2d/\gamma$ (здесь подставляется фактическое значение $\gamma > 2$) [9]. Допуская определенную погрешность в запас надежности, формулой (5) можно пользоваться во всем диапазоне изменения α , подобно тому, как это принято в [6].

Расчеты по формулам (4) и (5) дают результаты, близкие к расчетам по нормам [6, 7] (рис. 2) и подтверждаются конечно-элементным анализом.

Если условие (2) не выполняется, то необходимо увеличить толщину пластины или укрепить ее продольными ребрами (см. рис. 1). Второй путь более трудоемкий, но в меньшей степени повышает металлоемкость конструкции. Для пластины, подкрепленной ребрами, необходимо обеспечить выполнение условия устойчивости ребра вместе с пластиной (система “пластина + ребро”)

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma_{cpr}]; \quad (6)$$

условия устойчивости каждой панели, на которые делит пластину ребро (см. рис. 1, панели 1 и 2)

$$\sigma_{\max i} \leq [\sigma_{cpi}]. \quad (7)$$

Здесь σ_{cpr} и σ_{cpi} — критическое напряжение для системы “пластина + ребро” и для i -й панели; $\sigma_{\max i}$ — максимальное по абсолютной величине сжимающее напряжение в i -й панели пластины.

Критическое напряжение σ_{cpi} вычисляем по формуле (3), используя геометрические параметры и условия нагружения i -й панели. Так, критическое напряжение для панели 1 (см. рис. 1) находим по выражениям:

$$\sigma_{cp1} = k_{s1} K_{s0} \left(\frac{t}{\beta d} \right)^2; \quad (8)$$

$$k_{s1} = \left\{ [1 + (0,6 + \alpha_1)^{-8}] (1 + 0,42\gamma_1) + [1 - 2(1 + \alpha_1)^{-7}] 0,52\gamma_1^3 \right\} \zeta_s; \quad (9)$$

здесь $\gamma_1 = \beta\gamma$; $\alpha_1 = \frac{\alpha}{\beta}$; $\beta = \frac{d_1}{d}$.

Критическое напряжение для панели 2 (см. рис. 1) вычисляется как

$$\sigma_{cp2} = k_{s2} K_{s0} \left(\frac{t}{(1 - \beta)d} \right)^2; \quad (10)$$

$$k_{s2} = \left\{ [1 + (0,6 + \alpha_2)^{-8}] (1 + 0,42\gamma_2) + [1 - 2(1 + \alpha_2)^{-7}] 0,52\gamma_2^3 \right\} \zeta_s; \quad (11)$$

$$\gamma_2 = \frac{\gamma(1 - \beta)}{(1 - \gamma\beta)} \leq 2; \quad \alpha_2 = \frac{\alpha}{(1 - \beta)}.$$

Если получается $\gamma > 2$, то следует вести расчет с учетом корректировок, приведенных после формулы (5).

Как уже отмечалось, для вычисления критических напряжений системы “пластина + ребро” σ_{cpr} достаточно общих рекомендаций нет. Метод конечных элементов (МКЭ) позволяет рассчитать конструкцию сколь угодно сложной конфигурации при любых условиях нагружения,

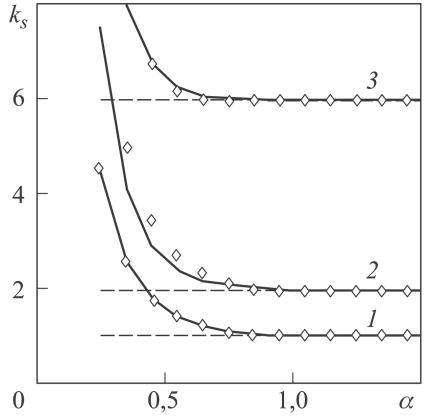


Рис. 2. Графики зависимости коэффициента k_s от параметра α : 1, 2, 3 — соответственно при $\gamma = 0, 1$ и 2; — — по выражению (4); \diamond — по [8]; - - - - по [6]

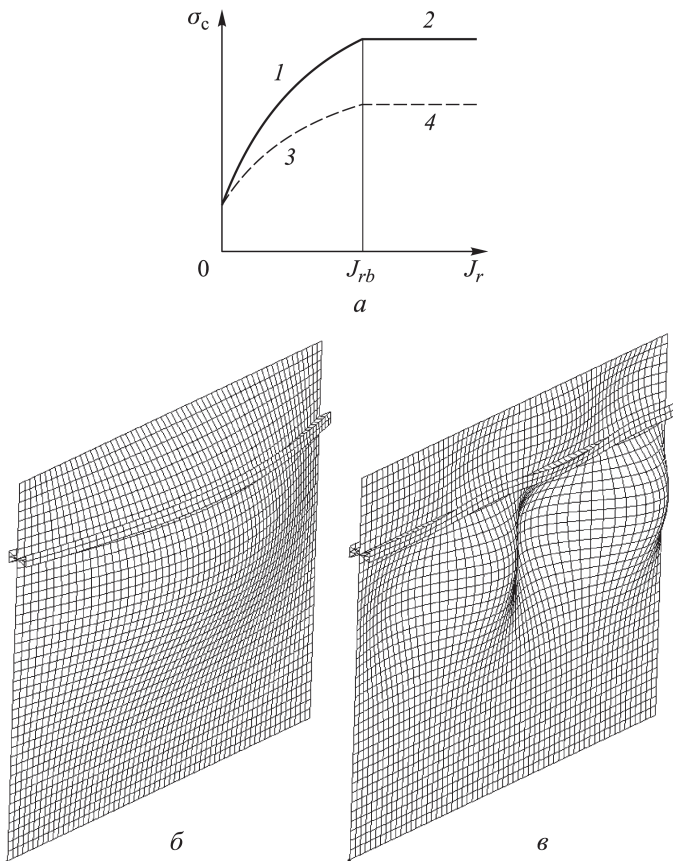


Рис. 3. Характер потери устойчивости пластины с ребром:

a — схема зависимости критического напряжения пластины с ребром от момента инерции ребра; *б* и *в* — формы потери устойчивости при $\gamma = 2$, соответственно при $J_r \leq J_{rb}$ и при $J_r > J_{rb}$ (ребро закручивается, но не теряет устойчивость)

но эти решения имеют частное значение, трудоемки и не дают возможности конструктору на ранней стадии выбирать рациональные пути обеспечения местной устойчивости элементов конструкции и анализировать влияние различных факторов. Предложенная в настоящей работе методика базируется на анализе и обобщении многочисленных результатов расчета различных моделей с помощью МКЭ.

Процесс потери устойчивости пластины с ребром имеет весьма сложный характер. График зависимости σ_{cpr} от момента инерции ребра J_r имеет два участка (рис. 3, *a*). При $J_r \leq J_{rb}$ устойчивость теряет пластина вместе с ребром (рис. 3, *б*), поэтому увеличение J_r приводит к повышению σ_{cpr} (кривая 1). При $J_r > J_{rb}$ ребро остается прямолинейным и происходит потеря устойчивости панелей пластины (кривая 2, рис. 3, *a*, *в*). Дальнейшее повышение J_r не влияет на значение σ_{cpr} . Общий уровень прохождения графика $\sigma_{cpr}(J_r)$ зависит от расположения ребра на пластине. Наивысший график получается в том случае, когда коэффициенты запаса устойчивости для панелей будут

равны (см. рис. 3, а, кривая 1–2), т.е. для пластины с одним ребром

$$\frac{\sigma_{cp1}}{\sigma_{max1}} = \frac{\sigma_{cp2}}{\sigma_{max2}}.$$

Такое ребро назовем оптимальным. Смещение ребра от оптимального расположения приводит к снижению значений σ_{cpr} и $\sigma_{cpi\ min}$ (см. рис. 2, кривая 3–4). В этом случае потерю устойчивости провоцирует менее устойчивая панель, в области малых J_r она увлекает за собой ребро, а во втором — полностью определяет устойчивость пластины. В этом случае точку перелома определить трудно.

Для получения общей структуры формулы для вычисления критического напряжения системы “пластина + ребро” рассмотрим наиболее простой случай равномерно сжатой пластины с симметричным двусторонним ребром, расположенным посередине [9, 10]. Эту конструкцию можно представить в виде простой модели, состоящей из двух связанных между собой сжатых стержней, одним из которых является пластина, а другим ребро. Критическая сила для такой системы вычисляется по формуле Эйлера как

$$F_c = \pi^2 \frac{E(J_p + J_r)}{L^2} = F_{cp} + F_{cr}. \quad (12)$$

Здесь $J_p = \frac{dt^3}{12}$ — момент инерции пластины. Таким образом, критическая сила системы “пластина + ребро” равна сумме критических сил пластины F_{cp} и ребра F_{cr} . Перепишем это выражение так: $\sigma_{cpr}(A_p + A_r) = \sigma_{cp}A_p + F_{cr}$, где A_p и A_r — площади сечений пластины и ребра, причем в реальных ситуациях $A_r \ll A_p$ (иначе установка ребра была бы нерациональна). Таким образом, критическое напряжение для системы “пластина + ребро” можно искать в форме суммы $\sigma_{cpr} = \sigma_{cp} + F_{cr}/A_p$, в которой σ_{cp} вычисляется по формуле (3) с учетом условий закрепления пластины по кромкам, а для определения F_{cr} ребро рассматривается как сжатый стержень.

Чтобы адаптировать полученное выражение для описания более общих случаев устойчивости пластины с ребром, следует учесть характер распределения напряжений по ширине пластины и место расположения ребра $\beta = d_1/d$ (см. рис. 1, в). В результате получится выражение вида

$$\sigma_{cpr} = \sigma_{cp} + \frac{\pi^2 E J_r k_\beta}{k_\gamma a^2 dt}. \quad (13)$$

Здесь J_r — момент инерции ребра; k_β — коэффициент влияния положения ребра; k_γ — коэффициент влияния характера нагружения пластины.

Формулы для вычисления коэффициентов k_β и k_γ получены из обобщения результатов исследования устойчивости пластин с ребрами, выполненного МКЭ. После подстановки их в (13) имеем

$$\sigma_{cpr} = \sigma_{cp} + \frac{1,25\pi^2 E J_r}{(1 - 0,6\gamma + 0,15\gamma^2) \alpha^2 d^3 t} [\sin(\pi\beta^{1-0,28\gamma})]^8. \quad (14)$$

Оптимальное расположение ребра при этом получается при

$$\beta = \beta_o \approx 0,5 - 0,15\gamma. \quad (15)$$

Для анализа и проверки методики формулу (14) удобно представить в несколько иной форме:

$$\sigma_{cpr} = (k_s + k_r) K_{s0} \left(\frac{t}{d}\right)^2. \quad (16)$$

Здесь коэффициент k_s вычисляется по формулам (4) или (5), а

$$k_r = \frac{0,28j_r}{(1 - 0,6\gamma + 0,15\gamma^2) \alpha^2} [\sin(\pi\beta^{1-0,28\gamma})]^8,$$

где $j_r = \frac{12J_r}{dt^3}$.

Для проверки предлагаемой методики расчета критических напряжений σ_{cpr} были выполнены многочисленные расчеты устойчивости шарнирно закрепленных пластин с ребрами при различных параметрах. Расчеты выполнялись в программе Nastran. Модель состояла из пластины с одним двусторонним ребром, образованным из двух тавров или уголков (см. рис. 1). Материал модели абсолютно упругий. Варианты нагружения охватывали диапазон $0 \leq \gamma \leq 2$. Выполнены расчеты для 25 комбинаций геометрических параметров моделей с оптимально расположенным ребром и 139 комбинаций с ребром, расположенным неоптимально. Параметры моделей варьировались в пределах $\alpha = 0,5 \dots 2,0$, $\beta = 0,15 \dots 0,50$, $d/t = 120 \dots 240$. Критическое напряжение $\sigma_{cpr(FEM)}$ по результатам численного эксперимента принималось по первой форме потери устойчивости.

Расчетное значение критического напряжения по аналитической методике принималось равным $\sigma_{cpr(an)} = \min(\sigma_{cpr}, \sigma_{cp1}, \bar{\sigma}_{cp2})$. Здесь σ_{cpr} вычисляется по формуле (14) или (16), σ_{cp1} и σ_{cp2} вычисляются по формулам (8)–(11), $\bar{\sigma}_{cp2} = \sigma_{cp2}/(1 - \beta\gamma)$ — критические напряжения для панели 2, приведенные к максимальным напряжениям на кромке.

Степень совпадения результатов расчета по аналитической методике и МКЭ характеризовалась отношением $\delta = \sigma_{cpr(an)}/\sigma_{cpr(FEM)}$. Массив значений δ , полученных по моделям с оптимальным и неоптимальным расположением ребра, показан на рис. 4, а, б. Соотношение значений $\sigma_{cpr(an)}$ и $\sigma_{cpr(FEM)}$ для всех моделей представлено на рис. 4, в.

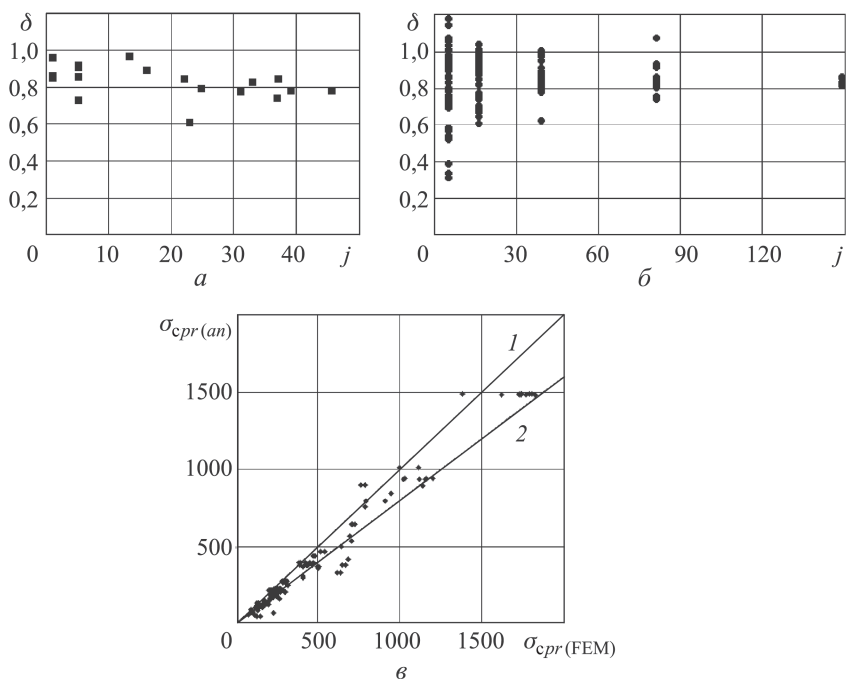


Рис. 4. Сопоставление результатов расчета по аналитической методике и МКЭ: *a* – распределение $\delta - j$ для моделей с оптимальным расположением ребра; *б* – то же для моделей с неоптимальным расположением ребра; *в* – соотношение $\sigma_{cpr(an)}$ и $\sigma_{cpr(FEM)}$ в МПа для всех моделей

Как видно на графике (см. рис. 4, б), наибольшая погрешность аналитического расчета возникает в области малых значений $j < 15$ при неоптимальном расположении ребра. Это связано с тем, что в этих случаях возникают переходные формы потери устойчивости, когда одна из панелей, теряя устойчивость, изгибает ребро, которое не имеет достаточной жесткости, чтобы удерживать прямолинейный край панели. В нормах [4] есть указание на то, что момент инерции ребра должен удовлетворять условию $J_r \geq 1,5dt^3$, что соответствует $j \geq 18$. Данное ограничение учитывает не только отмеченное ранее обстоятельство, но и негативное влияние сварки на местную устойчивость пластины с ребром. Приварка ребра вызывает искривление ребра и пластины и создает дополнительное поле напряжений, в котором сварной шов будет растянут, а периферийные зоны пластины и ребра сжаты.

На основании приведенных данных можно утверждать, что предложенная методика позволяет прогнозировать устойчивость пластины с двусторонним ребром при $j \geq 18$ с погрешностью не более 20 % в запас надежности конструкции. Это вполне приемлемо для инженерных приложений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Броуде Б.М. Устойчивость пластинок в элементах стальных конструкций. М.: Машстройиздат, 1949.

2. Блейх Ф. Устойчивость металлических конструкций. М.: Физматгиз, 1959. 544 с.
3. Тимошенко С.П. Устойчивость упругих систем. М.–Л.: ОГИЗ-Гостехиздат, 1946. 532 с.
4. Стальные конструкции. СНиП II-23-81*. Госстрой СССР. М.: Стройиздат, 1982. 96 с.
5. Общие правила проектирования стальных конструкций. СП 53-102-2004. СПб.: Изд-во ДЕАН, 2007. 272 с.
6. EN 13001-3-1:2004 Cranes – General Design – Part 3-1: Limit States and proof competence of steel structure.
7. ISO/DIS 20332.2:2012. Cranes – Proof of competence of steel structures.
8. Federation Europeenne de la manutention. Section I: FEM 1.001. Rules for the design of hoisting appliances. 3RD Edition, 10.1998.
9. Соколов С.А. Металлические конструкции подъемно-транспортных машин. СПб.: Политехника, 2005. 423 с.
10. Грачев А.А., Соколов С.А. Устойчивость пластин с ребрами // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2010. № 4 (110). С. 200–204.
11. BSK Sweden design rules for steel structures. Boverket 1999. ISBN 91-7147-527-3.
12. Eurocode 3 Design of steel structures. Part 1-5 Plate structures, EN 1993-1-5:2009.

REFERENCES

- [1] Broude B.M. Ustoychivost' plastinok v elementakh stal'nykh konstruksiy [Stability of Plates in the Elements of Steel Structures]. Moscow, Mashstroyizdat Publ., 1949.
- [2] Bleykh F. Ustoychivost' metallicheskiy konstruksiy [Stability of Metal Structures]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1959. 544 p.
- [3] Timoshenko S.P. Ustoychivost' uprugikh system [Stability of Elastic Systems]. Moscow–Leningrad, OGIz-Gostekhizdat Publ., 1946. 532 p.
- [4] Stal'nye konstruksii [Steel Structures]. SNiP II-23-81*. Gosstroy SSSR. Moscow, Stroyizdat Publ., 1982. 96 p.
- [5] Obshchie pravila proektirovaniya stal'nykh konstruksiy [General Design Rules for Steel Structures]. SP 53-102-2004. St. Petersburg, DEAN Publ., 2007. 272 p.
- [6] EN 13001-3-1:2004 Cranes – General Design – Part 3-1: Limit States and proof competence of steel structure.
- [7] ISO/DIS 20332.2:2012. Cranes – Proof of competence of steel structures.
- [8] Federation Europeenne de la manutention. Section I: FEM 1.001. Rules for the design of hoisting appliances. 3RD Edition, 10.1998.
- [9] Sokolov S.A. Metallicheskie konstruksii pod'emno-transportnykh mashin [Metal Constructions of Lifting-and-Shifting Machines]. St. Petersburg, Politekhnik Publ., 2005. 423 p.
- [10] Grachev A.A., Sokolov S.A. Stability of Ribbed Plates. Nauch.-tekhn. vedomosti SPbGPU [St. Petersburg State Polytechnical University Journal], 2010, no. 4 (110), pp. 200–204 (in Russ.).
- [11] BSK Sweden design rules for steel structures. Boverket 1999. ISBN 91-7147-527-3.
- [12] Eurocode 3 Design of steel structures. Part 1-5 Plate structures, EN 1993-1-5:2009.

Статья поступила в редакцию 05.05.2014

Соколов Сергей Алексеевич — д-р техн. наук, профессор Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Автор более 90 научных работ в области прочности машин.

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, 195251, Российская Федерация, Санкт-Петербург, Политехническая ул., д. 29.

Sokolov S.A. — D.Sc. (Eng.), Professor of Engineering, Saint Petersburg State Polytechnical University, author of over 90 research publications in the field of machine reliability.

Saint Petersburg State Polytechnical University, Politechnicheskaya ul. 29, St. Petersburg, 195251 Russian Federation.

Грачёв Алексей Андреевич — канд. техн. наук, ассистент Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Автор шести научных работ в области прочности машин.

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, 195251, Российская Федерация, Санкт-Петербург, Политехническая ул., д. 29.

Grachev A.A. — Ph.D. (Eng.), Assistant Lecturer, Saint Petersburg State Polytechnical University, author of six research publications in the field of machine reliability.

Saint Petersburg State Polytechnical University, Politechnicheskaya ul. 29, St. Petersburg, 195251 Russian Federation.

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Соколов С.А., Грачёв А.А. Устойчивость пластины с продольным ребром // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2015. № 4. С. 119–129.

Please cite this article in English as:

Sokolov S.A., Grachev A.A. Buckling of plate with longitudinal rib. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Mech. Eng.], 2015, no. 4, pp. 119–129.