

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ДЕТАЛЕЙ ГЛАВНОЙ ЛИНИИ “ПНК-320”

А.А. Мальцев<sup>1</sup>, А.Д. Русаков<sup>1</sup>, Н.Н. Даева<sup>2</sup>

<sup>1</sup>МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва  
e-mail: a.a.mal@mail.ru;

<sup>2</sup>Институт металлургии и материаловедения им. А.А. Байкова, Москва  
e-mail: dnn85@yandex.ru

*Рассмотрены основные этапы прогнозирования усталостной долговечности деталей прокатного стана на примере рабочего валька чистой клетки ПНК-320. Для возможности прогнозирования усталостной долговечности рабочего валька разработана специальная программа в среде MathCAD.*

**Ключевые слова:** прокатный стан, усталостная долговечность, крутильные колебания, дифференциальные уравнения, MathCAD.

## PREDICTION OF LONGEVITY OF PARTS OF THE PNK-320 LINE

A.A. Mal'tsev<sup>1</sup>, A.D. Rusakov<sup>1</sup>, N.N. Daeva<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Bauman Moscow State Technical University, Moscow  
e-mail: a.a.mal@mal.ru;

<sup>2</sup>Baikov Institute of Metallurgy and Material Science, Russian Academy of Sciences, Moscow  
e-mail: dnn85@yandex.ru

*Basic stages of prediction of fatigue life of parts of a mill are considered by the example of a working roll of the PNK-320 finishing stand. For possibility of predicting the fatigue life of a working roll, the ad hoc program is developed in the MathCAD environment.*

**Keywords:** rolling mill, fatigue life, torsional vibrations, differential equations, MathCAD.

Изучение динамических процессов в прокатном стане необходимо для обеспечения их технологической и эксплуатационной надежности. Динамическая нестабильность в работе прокатного стана возникает по следующим причинам: быстрое изменение технологического сопротивления; ударное замыкание зазоров; неудачная конструкция звеньев механизмов; фрикционные автоколебания; периодические силовые или параметрические возмущения; пуски, реверсы и торможения механизмов; аварийные ситуации. Динамические нагрузки могут превосходить технологические в несколько раз, что отрицательно отражается на прочности деталей оборудования, точности работы механизмов и качестве проката.

Разработанная программа в среде MathCAD позволит минимизировать металлоемкость будущих прокатных станков на стадии проектирования, предусматривать мероприятия по ограничению динамических нагрузок, прогнозировать долговечность деталей главной линии привода.

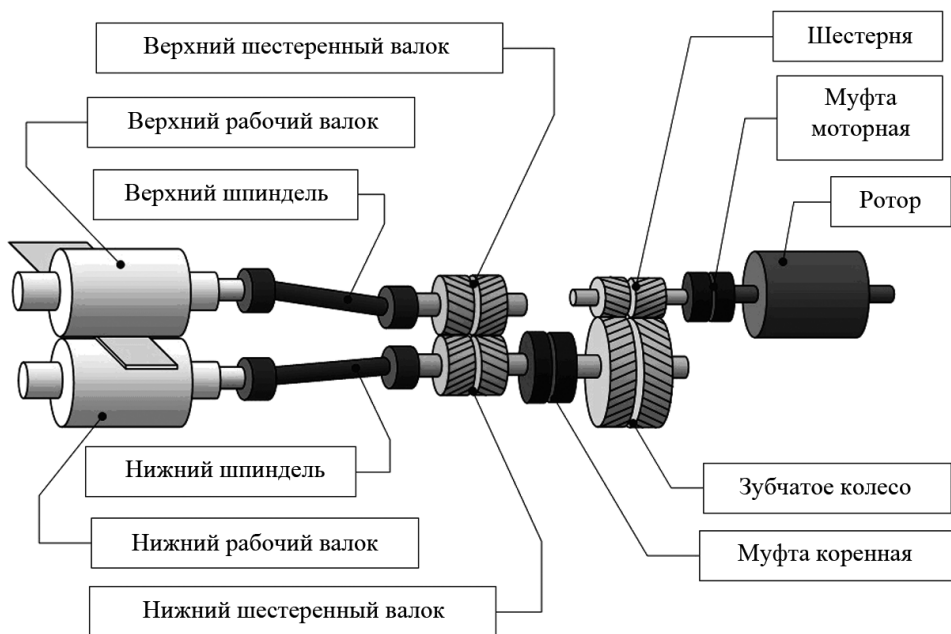


Рис. 1. Крутильная колебательная система

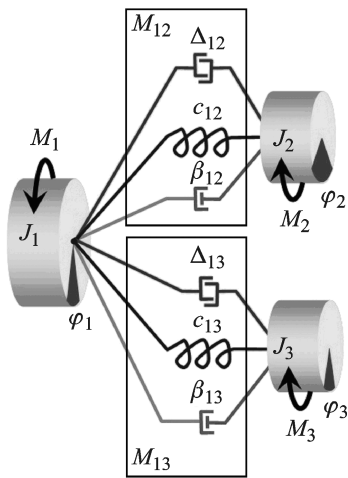
**Математическое моделирование.** Объектом исследования является главная линия предварительно нагруженной чистой клети стана 320 Ревякинского металлопрокатного завода (ОАО «РМЗ»), представленная в виде разветвленной крутильной колебательной системы (рис. 1).

При эксплуатации прокатного стана верхний и нижний рабочие валки клети нагружаются неравномерно. Асимметрию моментов  $M_2 \neq M_3$  вызывают такие факторы, как кривизна, разнотолщинность и окалина заготовки, погрешность изготовления шпинделей, шестеренных и рабочих валков, наличие зазоров в соединениях привода, разные углы наклона шпинделей. Только разветвленная структура колебательной системы позволяет учитывать такую асимметрию (рис. 2).

Для исследования поведения этой крутильной колебательной системы была составлена математическая модель и применена специальная программа в среде MathCAD, ранее адаптированная авторами к проведению лабораторных работ в МГТУ им. Н.Э. Баумана [1].

Инерционно-жесткостные параметры математической модели идентифицировались по геометрическим и инерционным характеристикам конструктивных элементов (таблица).

Выполнено необходимое приведение указанных параметров к валу электродвигателя через передаточное отношение редуктора.



**Рис. 2. Расчетная схема:**

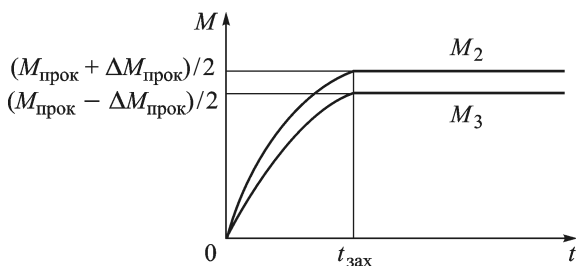
1, 2, 3 — массивные элементы;  $J_1, J_2, J_3$  — моменты инерции;  $c_{12}, c_{13}$  — крутильные жесткости;  $\beta_{12}, \beta_{13}$  — коэффициенты демпфирования;  $\Delta_{12}, \Delta_{13}$  — зазоры;  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  — текущие угловые координаты;  $M_1$  — момент электродвигателя;  $M_2, M_3$  — моменты прокатки на верхнем и нижнем рабочих валках; массивный диск 1 = ротор + муфта моторная + шестерня + зубчатое колесо + муфта коренная; массивный диск 2 = верхний шестеренный валок + верхний шпindel + верхний рабочий валок; массивный диск 3 = нижний шестеренный валок + нижний шпindel + нижний рабочий валок; участок 1–2 — валопровод от ротора до верхнего рабочего валка; участок 1–3 — валопровод от ротора до нижнего рабочего валка

### Исходные данные для моделирования

Параметр	Обозначение	Значение	Ед. измерения
Момент инерции	$J_1$	32,9	кг·м <sup>2</sup>
	$J_2$	0,9	кг·м <sup>2</sup>
	$J_3$	0,9	кг·м <sup>2</sup>
Жесткость	$c_{12}$	29 600	Н·м/рад
	$c_{13}$	29 600	Н·м/рад
Коэффициент демпфирования	$\beta_{12}$	20	Н·м·с/рад
	$\beta_{13}$	15	Н·м·с/рад
Зазор	$\Delta_{12}$	0,01	рад
	$\Delta_{13}$	0,005	рад
Момент прокатки	$M_{\text{прок}}$	5 000	Н·м
Время захвата заготовки	$t_{\text{зах}}$	0,006	с
Угловая скорость ротора	$\omega_{\text{рот}}$	104,72	рад /с

Уравнения движения крутильно-колебательной системы составлены на основании уравнений Лагранжа второго рода [2]:

$$\begin{aligned}
 J_1 \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} + M_{12} + M_{13} &= M_1; & \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} &= \frac{M_1 - M_{12} - M_{13}}{J_1}; \\
 J_2 \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} - M_{12} &= -M_2; & \text{или} & \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} = \frac{M_{12} - M_2}{J_2}; \\
 J_3 \frac{d^2 \varphi_3}{dt^2} - M_{13} &= -M_3 & \frac{d^2 \varphi_3}{dt^2} &= \frac{M_{13} - M_3}{J_3},
 \end{aligned} \quad (1)$$



**Рис. 3. Внешние моменты технологического сопротивления**

где

$$M_{12} = c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) + \beta_{12} \left( \frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt} \right); \quad (2)$$

$$M_{13} = c_{13}(\varphi_1 - \varphi_3) + \beta_{13} \left( \frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_3}{dt} \right).$$

Эта система будет уравновешена, если выполняется условие:  $M_1 = M_2 + M_3$ . Внешний момент со стороны электродвигателя  $M_1 = M_{\text{прок}}$ .

Внешние моменты технологического сопротивления со стороны верхнего и нижнего рабочих валков задаются как экспоненциально-линейные функции времени [3]:

$$M_2 = \begin{cases} \frac{M_{\text{прок}} - \Delta M_{\text{прок}}}{2} \left( 1 - e^{-\frac{t}{A}} \right) & \text{при } t < t_{\text{зах}}; \\ \frac{M_{\text{прок}} - \Delta M_{\text{прок}}}{2} & \text{при } t \geq t_{\text{зах}}; \end{cases} \quad (3)$$

$$M_3 = \begin{cases} \frac{M_{\text{прок}} + \Delta M_{\text{прок}}}{2} \left( 1 - e^{-\frac{t}{A}} \right) & \text{при } t < t_{\text{зах}}; \\ \frac{M_{\text{прок}} + \Delta M_{\text{прок}}}{2} & \text{при } t \geq t_{\text{зах}}, \end{cases}$$

где  $t_{\text{зах}}$  — время захвата заготовки валками;  $A = (0,4 \dots 0,5) t_{\text{зах}}$  — показатель экспоненты нарастания технологических нагрузок;  $\Delta M_{\text{прок}}$  — асимметрия нагружения рабочих валков (рис. 3).

Система трех уравнений (1) преобразуется в систему двух уравнений:

$$\frac{d^2(\varphi_1 - \varphi_2)}{dt^2} = \frac{M_1 - M_{12} - M_{13}}{J_1} - \frac{M_{12} - M_2}{J_2}; \quad (4)$$

$$\frac{d^2(\varphi_1 - \varphi_3)}{dt^2} = \frac{M_1 - M_{12} - M_{13}}{J_1} - \frac{M_{13} - M_3}{J_3}.$$

После подстановки выражений для моментов сил упругости (2) в уравнения (4) получим

$$\frac{d^2\psi_{12}}{dt^2} = \frac{M_1 - \left(c_{12}\psi_{12} + \beta_{12}\frac{d\psi_{12}}{dt}\right) - \left(c_{13}\psi_{13} + \beta_{13}\frac{d\psi_{13}}{dt}\right)}{J_1} - \frac{\left(c_{12}\psi_{12} + \beta_{12}\frac{d\psi_{12}}{dt}\right) - M_2}{J_2}; \quad (5)$$

$$\frac{d^2\psi_{13}}{dt^2} = \frac{M_1 - \left(c_{12}\psi_{12} + \beta_{12}\frac{d\psi_{12}}{dt}\right) - \left(c_{13}\psi_{13} + \beta_{13}\frac{d\psi_{13}}{dt}\right)}{J_1} - \frac{\left(c_{13}\psi_{13} + \beta_{13}\frac{d\psi_{13}}{dt}\right) - M_3}{J_3},$$

где  $\psi_{12}$ ,  $\psi_{13}$  — углы закручивания валопроводов на участках 1–2 и 1–3 соответственно.

В целях упрощения вычислительного процесса каждое дифференциальное уравнение второго порядка в системе (5) разбивается на два дифференциальных уравнения первого порядка:

$$\frac{d\psi_{12}}{dt} = \omega_{12}; \quad \frac{d\psi_{13}}{dt} = \omega_{13};$$

$$\frac{d\omega_{12}}{dt} = \frac{M_1 - (c_{12}\psi_{12} + \beta_{12}\omega_{12}) - (c_{13}\psi_{13} + \beta_{13}\omega_{13})}{J_1} - \frac{(c_{12}\psi_{12} + \beta_{12}\omega_{12}) - M_2}{J_2}; \quad (6)$$

$$\frac{d\omega_{13}}{dt} = \frac{M_1 - (c_{12}\psi_{12} + \beta_{12}\omega_{12}) - (c_{13}\psi_{13} + \beta_{13}\omega_{13})}{J_1} - \frac{(c_{13}\psi_{13} + \beta_{13}\omega_{13}) - M_3}{J_3}.$$

Для решения на ЭВМ в среде MathCAD система уравнений (6) представлена так:

$$\frac{dy_1}{dt^2} = y_3; \quad \frac{dy_2}{dt^2} = y_4;$$

$$\frac{dy_3}{dt} = \frac{M_1 - (c_{12}y_1 + \beta_{12}y_3) - (c_{13}y_2 + \beta_{13}y_4)}{J_1} - \frac{(c_{12}y_1 + \beta_{12}y_3) - M_2}{J_2}; \quad (7)$$

$$\frac{dy_4}{dt} = \frac{M_1 - (c_{12}y_1 + \beta_{12}y_3) - (c_{13}y_2 + \beta_{13}y_4)}{J_1} - \frac{(c_{13}y_2 + \beta_{13}y_4) - M_3}{J_3}.$$

Далее приведен фрагмент программы в среде MathCAD:

$$D(t, y) := \begin{bmatrix} y_3 \\ y_4 \\ \frac{M_1 - (c_{12}y_1 + \beta_{12}y_3) - (c_{13}y_2 + \beta_{13}y_4) - M_2}{\frac{J_1}{M_1 - (c_{12}y_1 + \beta_{12}y_3) - (c_{13}y_2 + \beta_{13}y_4)} - \frac{J_2}{(c_{13}y_2 + \beta_{13}y_4) - M_3}} \\ \frac{M_1 - (c_{12}y_1 + \beta_{12}y_3) - (c_{13}y_2 + \beta_{13}y_4) - M_3}{\frac{J_1}{M_1 - (c_{12}y_1 + \beta_{12}y_3) - (c_{13}y_2 + \beta_{13}y_4)} - \frac{J_2}{(c_{13}y_2 + \beta_{13}y_4) - M_3}} \end{bmatrix}; \quad (8)$$

$$Решение := Rkadapt \left[ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, 0, 1, 1000, D \right], \quad (9)$$

где  $Rkadapt(v, t_1, t_2, N, D)$  — функция, использующая метод Рунге–Кутта с адаптивным шагом, которая возвращает матрицу решения системы дифференциальных уравнений (7), обозначенных производными в  $D$  (8);  $v$  — вектор начальных условий;  $t_1$  и  $t_2$  — начальное и конечное значения переменной  $t$ ;  $N$  — число точек решения, регулирует число рядов в матрице вывода решения.

В результате решения системы уравнений (6) методом Рунге–Кутта [4] найдены углы закручивания  $\psi_{12}(t)$ ,  $\psi_{13}(t)$ , что позволило построить графики касательных напряжений в опасном сечении верхнего ( $\tau_{\text{верх}}(t)$ ) и нижнего ( $\tau_{\text{ниж}}(t)$ ) рабочих валков (рис. 4):

$$\begin{aligned} \tau_{\text{верх}}(t) &= \frac{c_{12}\psi_{12}(t)}{0,2d^3}; \\ \tau_{\text{ниж}}(t) &= \frac{c_{13}\psi_{13}(t)}{0,2d^3}, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $d$  — диаметр шейки сплошного круглого поперечного сечения.

**Прогнозирование усталостной долговечности деталей.** Усталостное разрушение детали начинается с образования в ее наиболее слабом месте микротрещины, которая при достаточно большой переменной нагрузке прогрессирующе развивается и превращается в макроскопическую трещину. После этого происходит внезапное разрушение. Линейная гипотеза суммирования повреждений основана на том, что повреждение детали от очередного цикла напряжений суммируется с повреждениями, вызванными предыдущими циклами. Согласно этой гипотезе, ресурс детали, выраженный числом прокатанных заготовок до появления первой макроскопической трещины,

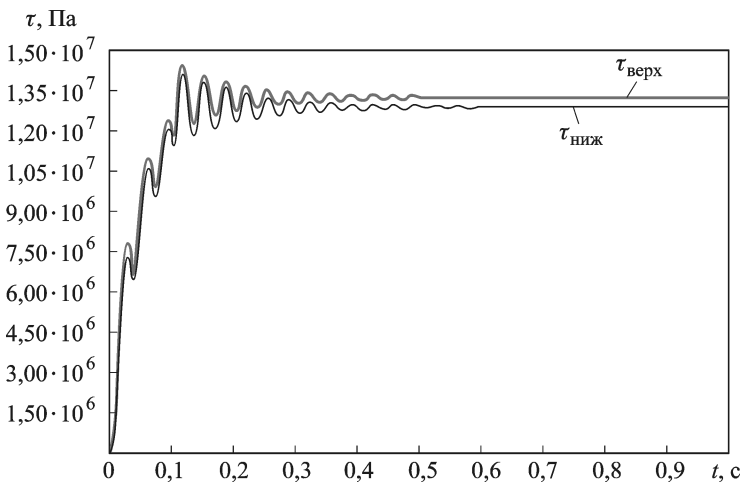


Рис. 4. Графики нагружения шеек рабочих валков

определяется по формуле [5]

$$N_{\text{заг}} = \frac{a_{\text{кор}} \tau_{-1\text{дет}}^m N_0}{\sum_{i=1}^n \tau_{\text{вред}i}^m}, \quad (11)$$

где  $a_{\text{кор}}$  — корректирующий коэффициент;  $\tau_{-1\text{дет}}$  — предел выносливости детали;  $m$ ,  $N_0$  — параметры кривой усталости для материала детали;  $\tau_{\text{вред}i}$  — амплитуда очередного повреждающего цикла напряжений [6]. После обработки компьютерных графиков (см. рис. 4) повреждающие циклы не обнаружены.

**Выводы.** 1. Составлена расчетная схема линии привода реального прокатного стана, которая представлена трехмассовой диссипативной крутильно-колебательной моделью, имеющей постоянную разветвленную структуру.

2. Инерционно-жесткостные параметры динамической модели идентифицированы по геометрическим и инерционным характеристикам конструкционных элементов. Выполнено необходимое приведение указанных параметров к валу электродвигателя через передаточное отношение редуктора. Определены собственные частоты и их формы для колебаний системы.

3. Определен характер изменения внешних нагрузок. Обоснован вид математического описания момента электродвигателя и экспоненциально-линейный вид момента технологического сопротивления.

4. Составлены уравнения движения крутильно-колебательной системы на основании уравнений Лагранжа второго рода.

5. Уравнения движения решены на ЭВМ (в среде MathCAD) методом Рунге–Кутты.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Яковлев Р. А., Восканьянц А. А. Основы динамики металлургических машин. Методические указания к лабораторным работам. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2003. – 36 с.
2. Акулич И. Л. Задачи нелинейного программирования // Математическое программирование в примерах и задачах. – М.: Высш. шк., 1986. – 319 с.
3. Яковлев Р. А. Асимметричное нагружение прокатных станов. Учебное пособие. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2001. – 84 с.
4. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. – М.: Бином, 2001. – С. 363–375.
5. Колесников А. Г., Вафин Р. К. Мальцев А. А. Аппаратура для мониторинга остаточного ресурса прокатных станов. – Магнитогорск // Вестник МГТУ им. Г.И.Носова. – 2006. – № 4. – С. 71–73.
6. Мальцев А. А. Математическое моделирование и мониторинг остаточного ресурса прокатных станов // Металлургия XXI в. Сб. трудов 3-й Междунар. конф. молодых специалистов. – М.: ВНИИметмаш им. акад. А.И.Целикова, 2007. – С. 389–398.

Статья поступила в редакцию 30.12.2011