

# СВАРКА, РОДСТВЕННЫЕ ПРОЦЕССЫ И ТЕХНОЛОГИИ

УДК 621.375.826

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ ГИБРИДНОЙ ОБРАБОТКЕ

Хтет Аунг Лин, М.В. Таксанц, А.И. Мисюров

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация  
e-mail: htetaunglin85@gmail.com; marina270263@yandex.ru; amisirov@yahoo.ru

*Широкое использование мощных лазеров в производстве ограничивается низкой эффективностью лазерного воздействия. Рассмотрено совмещение тепловых источников как средство повышения эффективности процесса. Объект исследования — лазерный гибридный тепловой источник. Оценку эффективности выполняли на основе расчета влияния параметров гибридной обработки на мощность лазерного излучения с помощью компьютерной модели, созданной в МГТУ им. Н.Э. Баумана совместно с СПбГТУ. Предложена модель прогнозирования эффективности процесса, полученная с помощью метода регрессионного анализа. В качестве варьируемых факторов выбраны скорость обработки и расстояние между тепловыми источниками, а в качестве отклика — эффективность лазерного воздействия. Разработанная нелинейная математическая модель зависимости эффективности воздействия лазерного излучения при гибридной обработке закаливаемой стали от параметров режима имеет высокую точность предсказания результата.*

**Ключевые слова:** лазер, эффективность, гибридная обработка, закаливающиеся стали, математическая модель.

## MATHEMATICAL MODEL OF THE EFFICIENCY IN HYBRID LASER PROCESSING

Htet Aung Lin, M.V. Taksants, A.I. Misurov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation  
e-mail: htetaunglin85@gmail.com; marina270263@yandex.ru;  
amisirov@yahoo.ru

*The paper discusses the problem of limitations on using the powerful lasers in industry due to low laser power efficiency. It considers a combination of some thermal sources as a multiplier of the process. The object of the research is a hybrid laser thermal source. The authors estimate the efficiency by calculating the impact of hybrid processing parameters on the laser output power. The computer model created by the researchers from BMSTU and SPbSTU is used. The paper introduces a prediction model of the process efficiency developed on the basis of the regression analysis approach. Both the processing speed and the distance between the thermal sources are considered varied factors while the laser power efficiency is thought to be a response. The developed nonlinear mathematical model of dependence of the laser power efficiency on operating parameters during the hybrid laser process of hardening steel proves to be highly precise in predicting the results.*

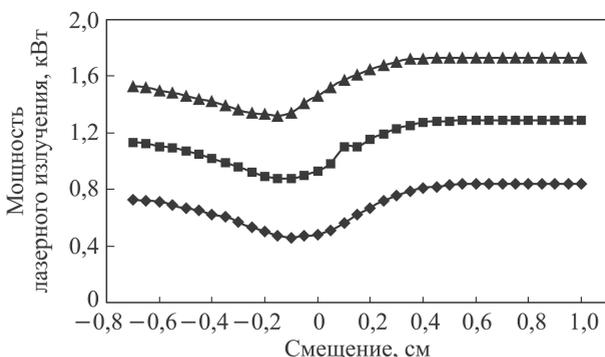
**Keywords:** laser, efficiency, hybrid processing, hardening steel, mathematical model.

Лазерный луч является одним из наиболее доступных источников энергии, который при атмосферных условиях позволяет получить максимальные плотности мощности. Поэтому как источник энергии он открывает новые технологические возможности при обработке материалов [1]. Однако низкая эффективность лазерного воздействия сдерживает широкое использование мощных лазеров в производстве и заставляет искать пути снижения энергетических затрат. Повышения эффективности лазерного воздействия при обработке лучевыми методами можно достигнуть совмещением тепловых источников, имеющих различное распределение плотности мощности в пятне нагрева [2]. Снижение мощности лазерного излучения при сохранении глубины проплавления в процессе гибридной сварки связано с возникновением синергетического эффекта. Его сущность заключается в том, что количество (объем) расплавленного металла при совместном действии двух или нескольких источников теплоты существенно превышает сумму объемов расплавов от независимого действия каждого из источников. Качественное понимание синергетического эффекта при действии светолучевых источников следующее. При совмещении на кромках свариваемого изделия тепловых пятен от нескольких источников может возникнуть ряд процессов, которые существенно увеличивают эффективность ввода в металл теплоты. Это можно объяснить тем, что с ростом температуры поверхности металла увеличивается ее поглощательная способность для светового излучения, т.е. подогрев металла дополнительным источником приводит к росту эффективности воздействия другого источника, например лазерного излучения. Кроме того, происходит сложение (суперпозиция) тепловых полей двух источников теплоты. В итоге увеличение объема расплава при сварке совмещенными источниками проявляется либо в росте глубины проплавления при постоянной скорости по сравнению со сваркой одним монохроматическим источником теплоты, либо в возможном увеличении скорости сварки.

Максимальный эффект зависит от параметров обработки, в частности от взаимного положения источников [3].

**Цель работы** — получение математической зависимости эффективности использования лазерного излучения от параметров обработки гибридным источником.

Известная математическая модель [4], разработанная в МГТУ им. Н.Э. Баумана совместно с Санкт-Петербургским государственным техническим университетом, предназначена для определения глубины проплавления, формы сварочной ванны и скорости охлаждения металла шва при гибридной лазерной сварке. Выбор оптимального режима является многофакторной задачей. Высокая трудоемкость вычислений



**Рис. 1.** Изменение мощности лазерного источника, необходимой для полного проплавления пластины заданной толщины при гибридной обработке, в зависимости от смещения источников нагрева и скорости перемещения

затрудняет оптимизацию параметров режима гибридной обработки. Для оценки эффективности использования лазерного излучения необходимо провести значительное число вычислений. В качестве примера можно привести рис. 1, на котором каждая точка кривой является результатом расчета. Предлагаемая модель позволяет прогнозировать эффективность процесса от параметров режима гибридной лазерной сварки. В качестве варьируемых факторов выступают скорость обработки и расстояние между центрами тепловых источников, а в качестве отклика — эффективность лазерного воздействия.

Построение модели выполнялось на основе численного эксперимента, проведенного по указанной ранее программе расчета глубины проплавления. Рассчитывали мощность лазерного излучения, необходимую для полного проплавления пластины из стали 30ХГСА заданной толщины без дополнительного источника теплоты. Наряду с этим находили минимальную мощность лазерного излучения, обеспечивающую проплавление при использовании дополнительного источника теплоты. Расчет выполняли для образцов толщиной 0,6 и 100 мм, скорости сварки 1, 3, 5 см/с и различных вариаций взаимного положения тепловых источников энергии при мощности дополнительного источника 8 кВт.

Эффективность лазерного воздействия оценивали следующим образом (табл. 1 и 2):

$$\Theta = [P_{\text{л.и(max)}} - P_{\text{л.и(min)}}] / P_{\text{л.и(max)}}, \quad (1)$$

где  $P_{\text{л.и(max)}}$  — мощность лазерного излучения, необходимая для полного проплавления пластины заданной толщины при обработке без дополнительного источника теплоты;  $P_{\text{л.и(min)}}$  — минимальная мощность лазерного излучения, необходимая для полного проплавления пластины заданной толщины при гибридной обработке (см. рис. 1).

**Эффективность лазерного воздействия при толщине пластины 0,6 мм**

Параметры	Номер операции								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Скорость $v$ , см/с	1	1	1	3	3	3	5	5	5
Расстояние между источниками* $l$ , см	-0,2	-0,05	-0,7	-0,2	-0,05	-0,7	-0,2	-0,05	-0,7
Эффективность лазерного воздействия $\Theta$ , %	40	44	13	31	30	12	26	24	15

Примечание. \* Знак минус означает, что дополнительный источник теплоты находится перед лазерным лучом.

**Эффективность лазерного воздействия при толщине пластины 100 мм**

Параметры	Номер операции								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Скорость $v$ , см/с	1	1	1	3	3	3	5	5	5
Расстояние между источниками* $l$ , см	-0,2	-0,05	-0,7	-0,2	-0,05	-0,7	-0,2	-0,05	-0,7
Эффективность лазерного воздействия $\Theta$ , %	2	0,2	0,5	2,6	2,4	2,7	5	5,3	4

Примечание. \* Знак минус означает, что дополнительный источник теплоты находится перед лазерным лучом.

При оценке ошибки расчета эффективности учитывали следующее.

1. С помощью математической модели определялась ошибка расчета мощности лазерного излучения, необходимой для полного проплавления пластины стали 30ХГСА толщиной 0,6 мм без дополнительного источника теплоты при известных ошибках скорости перемещения источников  $\Delta v = 0,01$  см/с и их взаимного положения  $\Delta l = 0,05$  см. Считаем, что ошибка определения минимальной мощности лазерного излучения, необходимой для полного проплавления пластины заданной толщины при гибридной обработке, будет такой же.

2. Максимальная ошибка расчета мощности лазерного излучения наблюдается в областях с наибольшим наклоном функции (см. рис. 1), поэтому расчет проводился при  $l = -35$  см и  $l = 0,1$  см.

3. График зависимости мощности лазерного источника, необходимой для полного проплавления пластины заданной толщины при гибридной обработке, от смещения источников нагрева не меняется от скорости, поэтому для оценки максимальной ошибки расчета мощности лазерного излучения можно взять любую кривую (см. рис. 1). Была взята зависимость при  $v = 1$  см/с.

**Расчет ошибки эффективности**

Скорость $v$ , см/с	Расстояние между источниками* $l$ , см	Мощность лазерного излучения $P_l$ , кВт	Ошибки расчета мощности лазерного излучения $\Delta P$ , кВт	Эффективность лазерного воздействия $\mathcal{E}$ , %	Ошибки эффективности $\mathcal{E}$ , %
		$P = P_{(1,-0,35)} - P_l$		$\Delta \mathcal{E} = \mathcal{E} - \mathcal{E}_0$	
1,0	-0,35	$P_{(1,-0,35)} = 0,61$		$\mathcal{E}_0 = 27$	
1,01	-0,4	0,63	-0,02	25	-2
1,01	-0,3	0,58	0,03	30	3
0,99	-0,4	0,62	-0,01	26	-1
0,99	-0,3	0,57	0,04	32	5
		$\Delta P = P_{(1,0,1)} - P_l$		$\Delta \mathcal{E} = \mathcal{E} - \mathcal{E}_0$	
1,0	0,1	$P_{(1,0,1)} = 0,56$		$\mathcal{E}_0 = 33$	
1,01	0,15	0,62	-0,06	26	-8
1,01	0,05	0,52	0,04	38	5
0,99	0,15	0,62	-0,06	26	-8
0,99	0,05	0,51	0,05	39	6

Примечание. \* Знак минус означает, что дополнительный источник теплоты находится перед лазерным лучом.

Модель прогнозирования эффективности процесса была получена с помощью метода регрессионного анализа [5]. Это позволяет выполнить оценку коэффициентов и проверку основных статистических гипотез об уравнении регрессии, его коэффициентах и прогнозируемых значениях отклика. Предполагалось, что отклик (эффективность воздействия лазерного излучения) связан с параметрами обработки (факторами) следующим соотношением:

$$\mathcal{E} = b_0 + b_1 v + b_2 l + b_3 vl + b_4 v^2 + b_5 l^2 + b_6 l^2 v + b_7 lv^2, \quad (2)$$

где  $\mathcal{E}$  — эффективность воздействия лазерного излучения;  $b_i$  —  $i$ -й коэффициент уравнения;  $v$  — скорость обработки;  $l$  — расстояние между источниками.

Для получения коэффициентов уравнения (2) используется метод наименьших квадратов, основанный на минимизации суммы квадратов отклонений значений, предсказанных уравнением (2), от исходных данных (см. табл. 1, 2). Согласно данному методу вектор-столбец оценок коэффициентов регрессии можно рассчитать по формуле [6]

$$B = (X^T X)^{-1} X^T \mathcal{E}, \quad (3)$$

где  $X$  — матрица независимых факторов;  $\mathcal{E}$  — вектор эффективности лазерного воздействия.

Результатом проведенных расчетов является следующая зависимость:

$$\begin{aligned} \Theta = 54,20 - 10,62v + 24,41l - 14,22vl + \\ + 0,849v^2 - 45,81l^2 - 3,08l^2v + 0,58lv^2 \end{aligned} \quad (4)$$

— для толщины 0,6 мм;

$$\begin{aligned} \Theta = -0,94 + 0,35v - 18,14l + 2,54vl + \\ + 0,19v^2 - 25,58l^2 + 5,7l^2v + 0,40lv^2 \end{aligned} \quad (5)$$

— для толщины 100 мм.

Проведена проверка значимости коэффициентов полученного уравнения по  $t$ -критерию, которая показала, что все коэффициенты значимы, т.е. ни один из членов уравнения не должен быть исключен.

Для проверки адекватности модели была найдена дисперсия  $S_{\text{ост}}^2$ , которая характеризует степень отклонения предсказания эффективности воздействия лазерного излучения от данных табл. 1:

$$S_{\text{ост}}^2 = \frac{1}{N-d} \sum_{n=1}^N (\Theta_n - \Theta_{\text{мод}n})^2, \quad (6)$$

где  $N$  — число экспериментов;  $d$  — число членов аппроксимирующего полинома;  $\Theta_n$  — значение эффективности воздействия лазерного излучения, полученное по исходным данным (см. табл. 1);  $\Theta_{\text{мод}n}$  — данные, рассчитанные по модели (4).  $S_{\text{ост}}^2 = 0,9$  — для образцов, толщиной 0,6 мм.

Дисперсия  $S_3^2$  характеризует среднюю ошибку получения исходных данных (табл. 3):

$$S_3^2 = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M \Delta \Theta_n^2, \quad (7)$$

где  $M = 4$ ;  $S_3^2 = 9,75$  — для расстояния между источниками  $l = -0,35$ ;  $S_3^2 = 47,25$  — для расстояния между источниками  $l = 0,1$ . Поскольку  $S_{\text{ост}}^2 < S_3^2$ , то модель (4) признается адекватной.

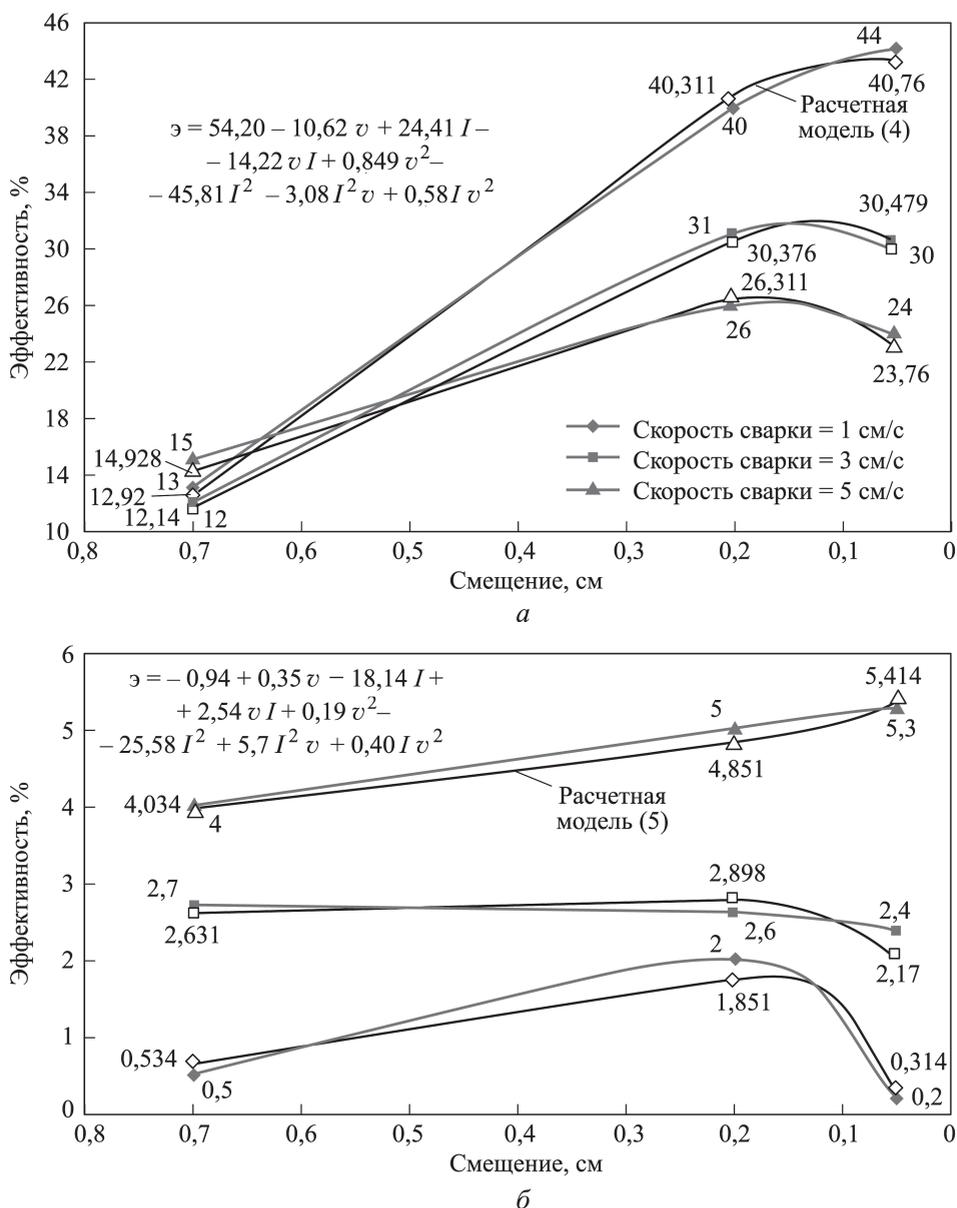
О точности модели можно судить по оценке степени ее качества на основании расчета коэффициента детерминации. Коэффициент детерминации  $R^2$  вычисляли по формуле [6]

$$R^2 = 1 - \left( \frac{N-d}{N-1} \right) \frac{S_{\text{ост}}^2}{S_3^2}, \quad (8)$$

$$R^2 = 0,98.$$

Для модели расчета эффективности лазерного излучения при гибридной лазерной обработке стали 30ХГСА толщиной 0,6 мм коэффициент детерминации  $R_2 = 0,98$  (или 98 %), что говорит о хорошей точности полученной модели.

При сравнении данных эффективности, полученных по модели, разработанной в МГТУ им. Н.Э. Баумана совместно с Санкт-Петербургским техническим университетом и рассчитанных по моделям (4) и (5), наблюдается их полная корреляция (рис. 2)



**Рис. 2.** Сравнение зависимостей эффективности воздействия лазерного излучения от смещения  $l$  источников нагрева и скорости  $v$  перемещения, полученной по модели, разработанной в МГТУ им. Н.Э. Баумана совместно с СПбГТУ и рассчитанной по модели (4) (а) и модели (5) (б), толщина составляет 0,6 мм и 100 мм соответственно; скорость сварки составляет 1 см/с (—◆—), 3 см/с (—■—) и 5 см/с (—▲—); кривые —◆—, —□— и —△— — расчетные модели

**Заключение.** Разработана нелинейная математическая модель зависимости эффективности воздействия лазерного излучения при гибридной обработке образцов стали 30ХГСА разных толщин в диапазоне 0,6...100 мм от смещения источников нагрева и скорости перемещения. Доказана ее адекватность. Проведено сравнение эффективности данных, полученных по модели, разработанной в МГТУ им. Н.Э. Баумана совместно с Санкт-Петербургским техническим университетом и рассчитанных по моделям (4) и (5). Выявлена их полная корреляция и высокая точность предсказания результата.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Григорьянц А.Г., Шиганов И.Н., Мисюров А.И. Технологические процессы лазерной обработки / под ред. А.Г. Григорьянца. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. 664 с.
2. Мисюров А.И., Смирнова Н.А., Хтет Аунг Лин. Лазерная гибридная сварка тонколистовых закаливающих сталей // *Beam Technologies & Laser Application Proceedings of the VII International scientific and technical Conference*, 18–21, September, 2012, Saint-Petersburg, Russia, edited by Prof. G. Turichin, Saint-Petersburg Publishing house SPbSPU, 2013. С. 247–253.
3. Мисюров А.И., Хтет Аунг Лин. Особенности сварки закаливающих сталей лазерными гибридными источниками теплоты // *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*. 2012. № 6. С. 78–84.
4. Алексеев Г.М., Туричин Г.А., Мисюров А.И. Перспективы применения светолазерных технологий // *Автоматическая сварка*. 2005. № 5. С. 5–11.
5. Буре В.М., Парилина Е.М. Теория вероятностей и математическая статистика. СПб.: Лань, 2013. 415 с.
6. Горяшинов В.Б., Павлов И.В., Крищенко Г.М. Математическая статистика. Сер. Математика в техническом университете. Вып. XVII. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. 424 с.

## REFERENCES

- [1] Grigor'yants A.G., Shiganov I.N., Misyurov A.I. Ed. by Grigor'yants A.G. *Tekhnologicheskie protsessy lazernoy obrabotki* [Processes of Laser Treatment]. Moscow, MG TU im. N.E. Bauman a Publ., 2008. 664 p.
- [2] Misyurov A.I., Smirnova N.A., Khtet Aung Lin. Laser Hybrid Welding Thin Sheet Hardening Steels. *Beam Technologies & Laser Application. Proceedings of the VII International scientific and technical Conference*. 18–21 September, 2012, Saint-Petersburg, Russia. Ed. by G. Turichin, Saint-Petersburg, SPbSPU, Publ., 2013, pp. 247–253.
- [3] Misyurov A.I., Htet Aung Lin. Welding Features of Hardenable Steels by Laser Hybrid Heat Sources. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Bauman a, Mashinost r., Spetsvyp. Laser Processes in Mechanical Engineering* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Mech. Eng., Spec. Iss.], 2012, no. 6, pp. 78–84 (in Russ.).
- [4] Alekseev G.M., Turichin G.A., Misyurov A.I. Prospects of Laser-Light Technology Application. *Avtomaticheskaya svarka* [Automatic Welding], 2005, no. 5, pp. 5–11 (in Russ.).
- [5] Bure V.M., Parilina E.M. *Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika* [Probability Theory and Mathematical Statistics]. S. Petersburg, Lan' Publ., 2013. 415 p.

[6] Goryaninov V.B., Pavlov I.V., Krishchenko G.M. *Matematicheskaya statistika. Ser. Matematika v tekhnicheskoy universitete. Вып. XVII [Mathematical Statistics. Series Mathematics at the Technical University Issue XVII]*. Moscow, MGTU im. N.E. Bauman Publ., 2002. 424 p.

Статья поступила в редакцию 03.10.2014

Хтет Аунг Лин — гражданин Союза Мьянмы, аспирант кафедры “Лазерные технологии в машиностроении” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специализируется в области технологии и оборудования механической и физико-технической обработки.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

Htet Aung Lin — post-graduate of the “Laser Technology in Mechanical Engineering” Department of Bauman Moscow State Technical University. Specializes in the fields of technology and equipment for mechanical and physical-technical processing.

Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Таксанц Марина Вячеславовна — старший преподаватель кафедры “Лазерные технологии в машиностроении” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 10 научных работ в области технологии и оборудования механической и физико-технической обработки. МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

Taksants M.V. — senior lecturer of the “Laser Technology in Mechanical Engineering” Department of Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 10 publications in the fields of technology and equipment for mechanical and physical-technical processing.

Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Мисюров Александр Иванович — канд. техн. наук, доцент кафедры “Лазерные технологии в машиностроении” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 100 научных работ в области технологии и оборудования механической и физико-технической обработки. МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

Misurov A.I. — Cand. Sci. (Eng.), assoc. professor of the “Laser Technology in Mechanical Engineering” Department of Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 100 publications in the fields of technology and equipment for mechanical and physical-technical processing.

Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

**Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:**

Хтет Аунг Лин, Таксанц М.В., Мисюров А.И. Математическая модель эффективности использования лазерного излучения при гибридной обработке // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2015. № 3. С. 71–79.

**Please cite this article in English as:**

Htet Aung Lin, Taksants M.V., Misurov A.I. Mathematical Model of the Efficiency in Hybrid Laser Processing. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Bauman* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Mech. Eng.], 2015, no. 3, pp. 71–79.