

# ТЕХНОЛОГИЯ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ МАШИНЫ

УДК 678.067

## СПИРАЛЬНАЯ НАМОТКА КОНЦЕВЫХ УЧАСТКОВ КОМПОЗИТНЫХ ОБОЛОЧЕК ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ И КОНИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

**М.А. Комков, В.А. Тарасов, А.С. Бородулин**

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва  
e-mail: m\_komkov@sm.bmstu.ru

*Рассмотрены вопросы кинематики намотки концевых участков композитных цилиндрических и конических оболочек. Получены зависимости, определяющие геометрические размеры и кинематические параметры спиральной намотки в зоне концевых участков оболочек.*

**Ключевые слова:** композитные оболочки, кинематические параметры намотки, концевой участок композитных оболочек.

## SPIRAL WINDING OF ENDS OF COMPOSITE SHELLS WITH CYLINDRICAL AND CONICAL SHAPES

**M.A. Komkov, V.A. Tarasov, A.S. Borodulin**

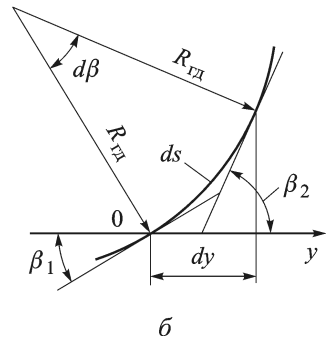
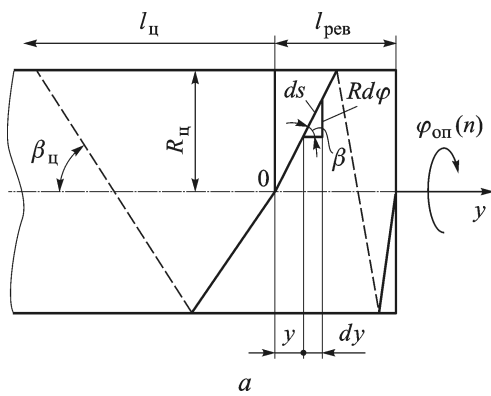
Bauman Moscow State Technical University, Moscow  
e-mail: m\_komkov@sm.bmstu.ru

*Problems of kinematics of winding of ends of composite cylindrical and conical shells are considered. The dependences are derived which determine geometrical sizes and kinematical parameters of spiral winding in the area of shell ends.*

**Keywords:** composite shells, kinematic parameters of winding, composite shell end.

Основным требованием к формированию намоткой композитных законцовок цилиндрических или конических оболочек является создание работоспособного и легкого соединительного узла с минимально возможными габаритными размерами при сохранении условного проходного диаметра трубопровода. Намотка цилиндрических оболочек осуществляется за счет вращения оправки и возвратно-поступательного движения суппорта станка вдоль оси оболочки с раскладчиком наматываемой ленты. Чтобы сечение трубы оставалось всюду постоянным ( $d_y = \text{const}$ ), реверс (разворот) наматываемой ленты при ее обратном движении осуществляют на концах цилиндрической оболочки (рис. 1, а) по линии равного геодезического отклонения (ЛРО, [1]) с формированием в этой зоне фланцевого соединения.

В зоне разворота раскладчика с наматываемой лентой на обратное движение происходит плавное и быстрое изменение углов намотки оболочки от расчетного угла  $\beta_{\text{ц}}$  до предельного значения  $\beta = \beta(y) = \pi/2$ . Для определения текущего значения угла  $\beta$  вдоль оси



**Рис. 1.** Кинематика спиральной намотки с реверсом ленты на концах цилиндрической оболочки (а) и схема к определению геодезической кривизны кривой на развертывающейся поверхности (б):

$\varphi_{\text{оп}}$  — угол вращения оправки (главное движение);  $y$  — линейное перемещение суппорта (движение подачи);  $\beta$  — текущий угол намотки

оболочки, длины реверса  $l_{\text{рев}}$  (зоны реверса) и угла поворота оправки  $\varphi_{\text{рев}}$  в зоне реверса запишем дифференциальное соотношение

$$d\varphi(y) = \text{tg } \beta(y) dy / R_{\text{ц}}. \quad (1)$$

Поскольку регулярная часть длиной  $l_{\text{ц}}$  цилиндрической оболочки наматывается с постоянным углом  $\beta_{\text{ц}} = \text{const}$ , то из уравнения (1) находим полный угол поворота оправки на этом участке:  $\Phi_{\text{ц}} = l_{\text{ц}} \text{tg } \beta_{\text{ц}} / R_{\text{ц}}$ . На концах оболочки на длине  $l_{\text{рев}}$  намотка осуществляется по ЛРО, поэтому для определения искомых величин выразим их значения через коэффициент трения  $f_{\text{тр}}$ , равный тангенсу угла  $\theta$  геодезического отклонения:

$$\text{tg } \theta = K_{\text{гд}} / K_n = R_n / R_{\text{гд}}, \quad (2)$$

где  $K_n$  и  $K_{\text{гд}}$ ,  $R_n$  и  $R_{\text{гд}}$  — нормальная и геодезическая кривизна и радиусы нормальной и геодезической кривизны кривой. Нормальную кривизну определим из уравнения Эйлера

$$K_n = K_1 \cos^2 \beta + K_2 \sin^2 \beta. \quad (3)$$

Из уравнения (2) с учетом (3) найдем выражение радиуса геодезической кривизны цилиндрической оболочки для ЛРО ( $K_1 = 0$ ,  $K_2 = 1/R_{\text{ц}}$ ):

$$R_{\text{гд}} \text{tg } \theta = R_{\text{ц}} / \sin^2 \beta. \quad (4)$$

Для развертывающихся поверхностей радиус  $R_{\text{гд}}$  геодезической кривизны кривой запишем из его определения (рис. 1, б):

$$R_{\text{гд}} = ds / d\beta = dy / (d\beta \cos \beta), \quad (5)$$

где  $d\beta$  — изменение угла намотки на дуге  $ds = dy / \cos \beta$ ;  $d\beta = \beta_2 - \beta_1$ .

Подставив значение  $R_{гд}$  из уравнения (4) в (5), получим

$$dy = \frac{R_{ц} \cos \beta}{\operatorname{tg} \theta \sin^2 \beta} d\beta. \quad (6)$$

Интегрируя (6), найдем зависимость, описывающую изменение угла намотки  $\beta$  на длине реверса ленты:

$$\frac{1}{\sin \beta} = \frac{1}{\sin \beta_{ц}} - y \frac{\operatorname{tg} \theta}{R_{ц}}. \quad (7)$$

Для определения полной длины реверса ленты примем  $y = l_{рев}$ , а  $\beta = \pi/2$  и подставим их значения в зависимость (7), найдем

$$l_{рев} = \frac{R_{ц}}{\operatorname{tg} \theta} \frac{1 - \sin \beta_{ц}}{\sin \beta_{ц}} = \frac{R_{ц}}{f_{тр}} \frac{1 - \sin \beta_{ц}}{\sin \beta_{ц}}. \quad (8)$$

Подставляя (6) в (1) и интегрируя полученное уравнение, найдем текущий угол поворота оправки при движении раскладчика на длине реверса ленты по ЛРО в одну сторону вдоль оси оболочки:

$$\varphi_{лро} = \frac{1}{\operatorname{tg} \theta} \left( \ln \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} - \ln \operatorname{tg} \frac{\beta_{ц}}{2} \right). \quad (9)$$

При полном реверсе ленты от угла  $\beta = \beta_{ц}$  до угла  $\beta = \pi/2$  оправка согласно (9) повернется на угол

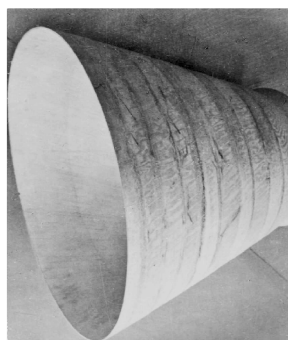
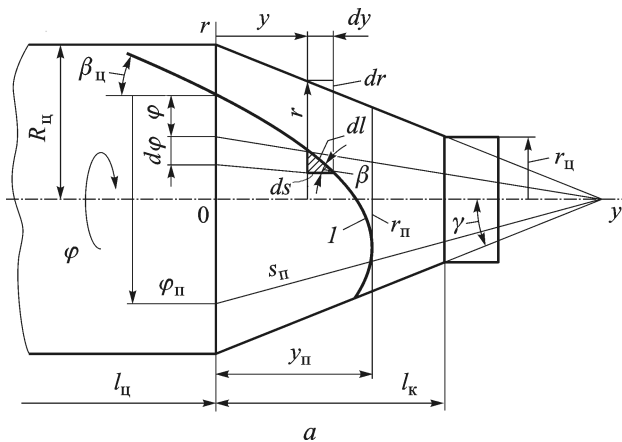
$$\varphi_{рев} = \frac{1}{\operatorname{tg} \theta} \ln \frac{\sin \beta_{ц}}{1 - \cos \beta_{ц}}. \quad (10)$$

Определим связь угла поворота оправки  $\varphi_{рев}(y)$  в зоне реверса и линейного перемещения суппорта станка вдоль оси по координате  $y$ . Значение  $\sin \beta(y)$  из зависимости (7) подставим в уравнение (1) и после интегрирования получим

$$\varphi_{рев}(y) = \frac{1}{\operatorname{tg} \theta} \ln \left[ \left( \frac{1 + \cos \beta_{ц}}{\sin \beta_{ц}} \right) / \left( \frac{1}{\sin \beta_{ц}} - y \frac{\operatorname{tg} \theta}{R_{ц}} + \sqrt{\left( \frac{1}{\sin \beta_{ц}} - y \frac{\operatorname{tg} \theta}{R_{ц}} \right)^2 - 1} \right) - 1 \right]. \quad (11)$$

Примем  $y = l_{рев}$ , подставим значение (8) в (11) и найдем полный угол поворота оправки при полном реверсе ленты (10).

Конические оболочки (рис. 2), в сочетании с цилиндрическими оболочками применяются в качестве корпусов двигателей сложной формы или раструбов сопловых блоков, реже в соответствии с условиями компоновки конические оболочки с днищами могут быть использованы как сосуда (баллоны) высокого давления.



б

Рис. 2. Геометрия и система координат конической оболочки (а) и стеклопластиковая коническая оболочка (б) (I – нить)

Согласно обозначениям, принятым на рис. 2, а, запишем основные дифференциальные соотношения и текущие значения переменных параметров для конических оболочек:

$$\begin{aligned} dy &= dr / \operatorname{tg} \gamma; \quad ds = dr / \sin \gamma; \quad dl = dr / (\sin \gamma \cos \beta_r); \\ d\varphi &= (\operatorname{tg} \beta_r / r) ds = (\operatorname{tg} \beta_r / (r \sin \gamma)) dr; \\ y &= (R_{\pi} - r) / \operatorname{tg} \gamma; \quad s = (R_{\pi} - r) / \sin \gamma, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $ds$  и  $dl$  – элементы образующей и длины нити;  $\beta = \beta_r$  – текущий угол намотки;  $s$  – длина образующей конической оболочки. Кроме того, геодезические линии на поверхности оболочек вращения определяются уравнением Клеро [2]:

$$r \sin \beta_r = R_{\pi} \sin \beta_{\pi} = \operatorname{const}. \quad (12a)$$

Когда нить касается полярного отверстия  $r = r_{\pi}$ , геометрические размеры находят из прямоугольного треугольника, образованного нитью и образующей (меридианом) на развертке конической поверхности:

$$\begin{aligned} y_{\pi} &= s_{\pi} \cos \beta_{\pi}; \quad s_{\pi} = R_{\pi} (1 - \sin \beta_{\pi}) / \sin \gamma; \\ l_{\pi} &= R_{\pi} (\cos \beta_{\pi}) / \sin \gamma; \quad \varphi_{\pi} = (\pi/2 - \beta_{\pi}) / \sin \gamma, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $l_{\pi}$ ,  $s_{\pi}$ ,  $\varphi_{\pi}$  – длина нити, длина образующей и угол поворота оправки от цилиндрической поверхности до касания нитью полярного отверстия на конической поверхности.

Если намотку конической оболочки проводят по ЛРО, то для дифференциального уравнения намотки  $\varphi'_r$  (12), заданного на конической поверхности ( $K_1 = 0$ ,  $K_2 = \cos \gamma / r$ ), находят геодезическую кривизну [2] кривой

$$K_{\text{гд}} = \sin \gamma \left( \frac{\sin \beta_r}{r} + \cos \beta_r \frac{d\beta}{dr} \right). \quad (14)$$

Поделив (14) на нормальную кривизну  $K_n = \cos \gamma \sin^2 \beta_r / r$  кривой (3) на конической оболочке, получим

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \theta &= \frac{K_{\text{рд}}}{K_n} = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\sin^2 \beta_r} \left( \sin \beta_r + r \cos \beta_r \frac{d\beta}{dr} \right) = \\ &= \operatorname{tg} \gamma \left( \frac{1}{\sin \beta_r} + \frac{r \cos \beta_r d\beta}{dr \sin^2 \beta} \right). \end{aligned} \quad (15)$$

После разделения переменных в (15) и интегрирования, находим:

$$\frac{dr}{r} = \frac{\cos \beta_r d\beta}{\sin \beta_r \left( \frac{\operatorname{tg} \theta}{\operatorname{tg} \gamma} \sin \beta_r - 1 \right)}; \quad (16)$$

$$\frac{r}{R_{\text{ц}}} = \left( \frac{\operatorname{tg} \theta}{\operatorname{tg} \gamma} - \frac{1}{\sin \beta_r} \right) / \left( \frac{\operatorname{tg} \theta}{\operatorname{tg} \gamma} - \frac{1}{\sin \beta_{\text{ц}}} \right).$$

Теперь текущая длина  $s_r$  образующей и высота  $y_r$  конической оболочки после подстановки в равенства (12) интеграла (16) будут связаны с текущим углом  $\beta_r$  намотки следующей зависимостью:

$$s_r = \frac{y_r}{\cos \gamma} = \frac{R_{\text{ц}}}{\sin \gamma} \left( 1 - \left( \frac{\operatorname{tg} \theta}{\operatorname{tg} \gamma} - \frac{1}{\sin \beta_r} \right) / \left( \frac{\operatorname{tg} \theta}{\operatorname{tg} \gamma} - \frac{1}{\sin \beta_{\text{ц}}} \right) \right). \quad (17)$$

В пределе, когда  $r = r_{\text{ц}}$  и  $\beta_r = \pi/2$ , длина образующей конуса (17) составляет

$$s_{\text{ц}} = \frac{y_{\text{ц}}}{\cos \gamma} = \frac{R_{\text{ц}}}{\sin \gamma} \left( 1 - \left( \frac{\operatorname{tg} \theta}{\operatorname{tg} \gamma} - 1 \right) / \left( \frac{\operatorname{tg} \theta}{\operatorname{tg} \gamma} - \frac{1}{\sin \beta_{\text{ц}}} \right) \right). \quad (18)$$

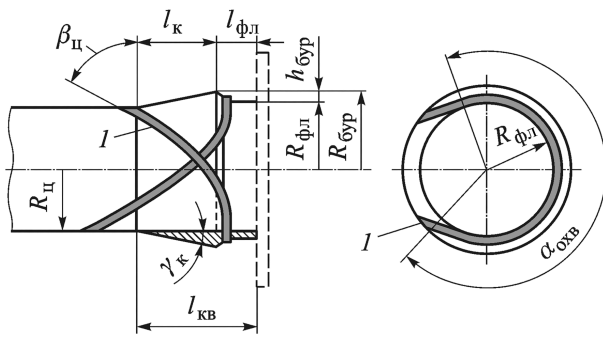
Если угол конуса  $\gamma \rightarrow 0$ , а коническая поверхность стремится к цилиндрической, то после раскрытия неопределенности  $0/0$  в (18), длина образующей  $s_{\text{ц}}$  будет равна длине реверса ленты  $l_{\text{рев}}$  (8) на цилиндрической поверхности.

Для определения угла поворота конической оправки при намотке нитей по ЛРО подставим в уравнение для  $d\varphi/dr$  (см. (12)) значение  $dr/r$  из (16) и, проинтегрировав полученное выражение, найдем

$$\varphi_{\text{ЛРО}}(r) = \frac{1}{\operatorname{tg} \theta \cos \gamma} \int_{\beta_{\text{ц}}}^{\beta_r} \frac{d\beta}{\sin \beta - \operatorname{tg} \gamma / \operatorname{tg} \theta}. \quad (19)$$

При достижении полярного радиуса  $r = r_{\text{ц}}$  угол намотки  $\beta_r = \pi/2$  и оправка сделают полный угол поворота (19) в одну сторону на длине реверса ленты (18).

Очевидно, что для цилиндрических или конических оболочек, изготавливаемых спиральной намоткой, наиболее перспективным является



**Рис. 3. Схема формирования ФПС на расширяющемся конусе фланца:**  
*l* — лента; *l<sub>хв</sub>* — длина хвостовика фланца

фланцепетлевое соединение (ФПС, [3]), в котором наматываемые витки нитей охватывают петлей расширяющий конический выступ (бурт) хвостовика фланца и передают осевую силу от слоя КМ на фланец трубопровода.

На рис. 3 приведена схема формирования ФПС на концевых участках трубы. По этой схеме поворот наматываемой ленты осуществляется на расширяющейся конической поверхности длиной  $l_k$ , а формирование петли с углом охвата  $\alpha_{охв}$  горловины фланца за буртом высотой  $h_{бур} = R_{бур} - R_{фл}$  происходит на горловине фланца с радиусом  $R_{фл}$  и длиной  $l_{фл}$ .

При геодезической намотке углы армирования на оболочке вращения определяются из уравнения (12а):  $r \sin \beta = \text{const}$ . Следовательно, углы намотки на участке конической поверхности ( $\sin \beta_{бур} = (R_{ц}/R_{бур}) \sin \beta_{ц}$ ) будут меньше, чем на участке цилиндрической поверхности, так как  $R_{бур} > R_{ц}$  (см. рис. 3).

Чтобы увеличить углы намотки на участке конической поверхности, необходимо наматывать нити по ЛРО. В этом случае угол намотки  $\beta_{бур}$  на бурте фланца согласно (16), находят по формуле

$$\frac{1}{\sin \beta_{бур}} = \frac{1}{\sin \beta_{ц}} \frac{R_{бур}}{R_{ц}} + \frac{\text{tg } \theta}{\text{tg } \gamma_k} \left( 1 - \frac{R_{бур}}{R_{ц}} \right), \quad (20)$$

где  $\gamma_k$  — угол конусности;  $\beta_{ц}$  и  $\beta_{бур}$  — углы намотки в начале и конце конического участка;  $\theta$  — угол геодезического отклонения. Подбирают  $\text{tg } \theta \leq f_{доп}$  и  $\text{tg } \gamma_k \leq f_{доп}$ , где  $f_{доп}$  — допустимый коэффициент трения, который зависит от вида и состояния связующего [4] и адгезионного взаимодействия наматываемых лент между собой [5]. При этом длину  $l_k$  конической поверхности, согласно (17), вычисляют по выражению

$$l_k = \frac{R_{ц}}{\text{tg } \gamma_k} \left( 1 - \left( \frac{\text{tg } \theta}{\text{tg } \gamma_k} - \frac{1}{\sin \beta_{бур}} \right) / \left( \frac{\text{tg } \theta}{\text{tg } \gamma_k} - \frac{1}{\sin \beta_{ц}} \right) \right). \quad (21)$$

При намотке с постоянным шагом вдоль оси фланца и углом поворота раскладчика ленты по координате  $\alpha$  углы армирования связаны

соотношением  $\operatorname{tg} \beta_{\text{бурт}} = \operatorname{tg} \beta_{\text{ц}} (R_{\text{ц}} / R_{\text{бурт}}) \cos \gamma_{\text{к}}$ . Длину конической поверхности находят из равенства

$$l_{\text{к}} = (h_{\text{фл}} + h_{\text{бурт}}) / \operatorname{tg} \gamma_{\text{к}} = (R_{\text{бурт}} - R_{\text{ц}}) / \operatorname{tg} \gamma_{\text{к}}.$$

Тупой угол бурта ориентировочно определяют как  $\gamma_{\text{бурт}} \cong \pi/2 - \gamma_{\text{к}} + \beta_{\text{ц}} \geq \pi/2$ , где  $\beta_{\text{ц}} = \text{const}$  — угол спиральной намотки на участке цилиндрической поверхности трубопровода; ширина скоса бурта примерно равна ширине наматываемой ленты  $t_{\text{л}} \cong h_{\text{бурт}} / \cos \beta_{\text{ц}}$ .

Толщину цилиндрического участка хвостовика фланца находят из условия прочности в окружном направлении:  $h_{\text{фл}} = R_{\text{фл}} - R_{\text{ц}} = p_{\text{раз}} R_{\text{ц}} / \sigma_{\text{т}}$ , где  $p_{\text{раз}}$  — разрушающее давление трубопровода;  $\sigma_{\text{т}}$  — предел текучести металла. Высота бурта  $h_{\text{бурт}}$  и длина цилиндрического участка (канавки) фланца  $l_{\text{фл}}$  должны обеспечивать надежный разворот охватывающих петель из наматываемых лент (см. рис. 3), а также дополнительную подмотку цилиндрического участка фланца композиционным материалом (КМ) в поперечном направлении.

Слой КМ при осевом растяжении оболочки удерживается хвостовиком фланца, сформированным на концевом участке оболочки, вследствие образования захлестывающей петли нитей на бурте конического хвостовика. Такое соединение обеспечивает надежное закрепление оболочки с фланцем по условиям прочности и минимальному приращению ее массы.

Минимальная масса хвостовика металлического фланца с намотанным на него КМ достигается при угле конусности  $\gamma_{\text{к}} = 9^\circ \dots 11^\circ$  и угле охвата горловины фланца, определенным по эмпирической зависимости вида [6]

$$\alpha_{\text{охв}} \geq \ln(0,75 R_{\text{фл}} / h_{\text{бурт}}). \quad (22)$$

Масса хвостовика фланца складывается из массы металла и КМ и зависит от относительной высоты бурта и угла охвата фланца  $\alpha_{\text{охв}}$ . Проектные расчеты, выполненные по зависимостям (20)–(22) показывают, что минимум массы хвостовика достигается при значениях  $\bar{h}_{\text{бурт}} = h_{\text{бурт}} / R_{\text{фл}} = 0,03 \dots 0,06$ . При этом угол охвата составляет  $\alpha_{\text{охв}} = 2,5 \dots 3,6$  рад, но при намотке и в расчетах принимается кратным  $360^\circ$ .

Экспериментальные исследования рассмотренного ФПС, проведенные на модельных и натурных оболочках [3], показали его работоспособность вплоть до предельных нагрузок без повреждений в зоне концевой заделки.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. К о м к о в М. А., Т а р а с о в В. А. Расчет параметров намотки композитных оболочек цилиндрических корпусов и баллонов давления. / Методические указания. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. – 24 с.
2. Р о з е н д о р н Э. Р. Задачи по дифференциальной геометрии. – М.: Физматлит, 2008. – 114 с.
3. К о м к о в М. А., Т а р а с о в В. А. Технология намотки композитных конструкций ракет и средств поражения. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. – 431 с.
4. Т а р а с о в В. А., С т е п а н и щ е в Н. А. Упрочнение полиэфирной матрицы углеродными нанотрубками // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специальный выпуск “Наноинженерия”. – 2010. – С. 53–66.
5. К о м к о в М. А. Реологические свойства полимерных связующих, используемых при намотке изделий из композиционных материалов // Клеи. Герметики. Технологии. – 2012. – № 3. – С. 30–35.
6. А. с. № 1132094 СССР, МКИ 53 0 В 29. Способ соединения композитных оболочек / Б.Н. Крутиков, Г.Е. Нехороших, М.В. Мулюгина и др. // Б.И. – 1984. – № 48.

Статья поступила в редакцию 4.04.2012