

**РЕГРЕССИОННО-ТЕНЗОРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
МНОГОФАКТОРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЦЕССА
НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОГО СУЛЬФОХРОМИРОВАНИЯ. Ч. 2**

В.А. Русанов¹, С.В. Агафонов², С.Н. Думнов³, А.Г. Рудых⁴

¹Институт динамики систем и теории управления СО РАН, Иркутск
e-mail: V.Rusanov@mail.ru;

²Ордена Дружбы народов Иркутская государственная сельскохозяйственная академия;

³ВСИ МВД РФ, г. Иркутск;

⁴Высшее военное авиационное инженерное училище, Иркутск

На базе экспериментальных данных, полученных при низкотемпературной обработке прецизионных плунжерных пар, проведена проверка развитого в первой части работы универсального способа регрессионно-тензорного моделирования оптимальных параметров многофакторного химико-технологического процесса поверхностной обработки сложных механических изделий.

Ключевые слова: регрессионно-тензорное моделирование, химико-технологический процесс.

**REGRESSION AND TENSOR SIMULATION
OF MULTIFACTOR OPTIMIZATION OF PROCESS
OF LOW-TEMPERATURE SULFUR-CHROMIUM PLATING. PART 2**

V.A. Rusanov¹, S.V. Agafonov², S.N. Dumnov³, A.G. Rudykh⁴

¹Institute for Systems Dynamics and Control Theory, Siberian Branch of Russian Academy of Sciences
e-mail: V.Rusanov@mail.ru;

²The Order of Friendship of Peoples Irkutsk State Agricultural Academy;

³East-Siberian Institute of RF Ministry for Domestic Affairs;

⁴Irkutsk Higher Military Aviation Engineering School

Based on experimental data obtained during the low-temperature handling of precision plunger pairs, the verification is performed of the universal approach to the regression and tensor simulation of optimal parameters of the multifactor chemical-technological process of surface handling of complex mechanical items, which was developed in Part 1 of the work.

Keywords: regression and tensor simulation, chemical-technological process.

Первая часть статьи [1] была задумана как попытка “компактно” собрать воедино, в одинаковых терминах и обозначениях большое, но достаточно разнородное, количество строгих математических результатов, которые посвящены такой широкой теме, как многомерный нелинейный регрессионный анализ, с особым упором на методы ковариантно-тензорного представления функциональных производных (производных Фреше) с привлечением метода наименьших

квадратов и их практического приложения к оптимизации сложных многофакторных процессов, которые трудно формализуются в терминах дифференциальных моделей конечномерных динамических систем с программно-позиционным управлением.

В настоящей статье основное внимание уделяется апробации теоретических результатов из работы [1] на базе экспериментальных исследований процесса низкотемпературного сульфохромирования прецизионной плунжерной пары. В этом контексте далее численное моделирование проводится в среде программного комплекса “ТРЕК” [2], в котором решаются практические вопросы регрессионно-тензорного моделирования многофакторного химико-технологического процесса (ХТП). На его базе определяются строгие аналитические интерпретации многосвязных технических условий, налагаемых как сложными нелинейными ограничениями теоретического характера, так и обеспечивающих адекватность исследуемой модели по апостериорным данным, т.е. задача идентификации по методу наименьших квадратов координат ковариантных тензоров регрессии (как линейных, так и билинейных). На завершающем этапе данное моделирование “подключает” алгоритмы линейно-квадратичной оптимизации синтеза оптимальных характеристик функционального поведения ХТП. В настоящей статье сохранены терминология и обозначения, приведенные в первой части работы, а также нумерация формул.

Численное моделирование режима ХТП для восстановления прецизионных плунжерных пар низкотемпературным сульфохромированием. В этом разделе на методологической базе [1] и экспериментальной основе стендовых испытаний проведем численное моделирование [2] расчета оптимального режима ХТП, описывающего многофакторный процесс восстановления прецизионных плунжерных пар посредством нанесения сульфохромированного слоя, обладающего оптимальными физико-механическими свойствами.

Без нарушения общности в качестве опорного режима процесса низкотемпературного сульфохромирования можно принять некоторую эмпирически выделенную из общего состава экспериментальных данных точку ω пространства R^m ; ясно, что в этом случае координаты v_1, \dots, v_m вектора v следует рассматривать как отклонения относительно означенного режима $\omega \in R^m$.

Параметры опорного режима: $\omega_1 = 125^\circ\text{C}$, $\omega_2 = 0,92\text{ ч}$, $\omega_3 = 43\% \text{ NaOH}$, $\omega_4 = 0,5\% \text{ S}$, $\omega_5 = 1\% \text{ Na}_2\text{S}$, $\omega_6 = 2\% \text{ Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$, $\omega_7 = 10\% \text{ CrO}_3$.

Многофакторный химический низкотемпературный процесс синтеза сульфохромированного слоя в серии из q натуральных экспериментов

(в силу $m = 7$ и п. б) следствия 1 [1, с. 24] “рекомендация” числа экспериментов — $q \leq 35$) опишем следующими химико-технологическими переменными:

входные данные

$v = \text{col}(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7) \in R^7$ — вектор вариаций относительно опорного режима $\omega = \text{col}(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6, \omega_7)$ регулируемых характеристик процесса низкотемпературного сульфохромирования прецизионной плунжерной пары:

v_1 — вариация (относительно ω_1) температуры процесса 10^{-2} , °С;

v_2 — вариация (относительно ω_2) длительности процесса, ч;

v_3 — вариация (относительно ω_3) концентрации гидроксид натрия 10^{-2} NaOH, %;

v_4 — вариация (относительно ω_4) концентрации серы S, %;

v_5 — вариация (относительно ω_5) концентрации сульфида натрия Na_2S , %;

v_6 — вариация (относительно ω_6) концентрации гипосульфита натрия 10^{-1} $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$, %;

v_7 — вариация (относительно ω_7) концентрации триоксида хрома 10^{-1} CrO_3 , %;

выходные данные

$w = w_1 \in R$ — характеристика сульфохромированного слоя плунжерной пары (w_1 — толщина сульфохромированного слоя).

Экспериментальные данные задачи идентификации билинейно-тензорной модели процесса получения сульфохромированного слоя

Номер эксперимента	Параметры режима нанесения сульфохромированного слоя							Толщина слоя	
	$\omega + v_1$	$\omega + v_2$	$\omega + v_3$	$\omega + v_4$	$\omega + v_5$	$\omega + v_6$	$\omega + v_7$	$w_1(\omega + v)$	$\hat{w}_1(\omega + v)$
1	1	0,5	0,4	0,2	0,7	0,05	0,7	7,2	7,2
2	1,1	0,7	0,41	0,3	0,8	0,1	0,8	8,1	8,1
3	1,2	0,83	0,42	0,4	0,9	0,15	0,9	8,7	8,7
4 — ω	1,25	0,92	0,43	0,5	1	0,2	1	9	9
5	1,3	1	0,44	0,6	1,1	0,25	1,1	9,5	9,5
6	1,35	1,08	0,45	0,7	1,2	0,3	1,2	9,5	9,5
7	1,4	1,17	0,46	0,8	1,3	0,35	1,3	9,5	9,5

Аналитическое решение задачи параметрической идентификации (2) для уравнения билинейно-тензорной регрессии (5) [1], описывающей многофакторный процесс (представленный в таблице) сульфохромирования в низкотемпературной среде многокомпонентного химического раствора, в силу утверждения 3 [1, с. 23] и расчетов в программной среде [2] имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
w_1(\omega + v) = & 9 - 82,2838v_1 - 40,3136v_2 + 2,4814v_3 + 24,8137v_4 + \\
& + 24,8137v_5 + 12,4069v_6 + 24,8137v_7 - \\
& - 186,0956v_{12} - 180,2625v_1v_2 - 12,3797v_1v_3 - 123,7968v_1v_4 - \\
& - 123,7968v_1v_5 - 61,8984v_1v_6 - 123,7968v_1v_7 - \\
& - 62,7154v_2^2 + 15,1415v_2v_3 + 151,4146v_2v_4 + 151,4146v_2v_5 + \\
& + 75,7073v_2v_6 + 151,4146v_2v_7 - \\
& - 0,0867v_3^2 - 0,8668v_3v_4 - 0,8668v_3v_5 - 0,4334v_3v_6 - \\
& - 0,8668v_3v_7 - 8,6681v_4^2 - 8,6681v_4v_5 - 4,334v_4v_6 - 8,6681v_4v_7 - \\
& - 8,6681v_5^2 - 4,334v_5v_6 - 8,6681v_5v_7 - 2,167v_6^2 - \\
& - 4,334v_6v_7 - 8,6681v_7^2. \quad (13)
\end{aligned}$$

Критический анализ эффективности предложенной модели математического описания процесса сульфохромирования, выраженный уравнениями нелинейной регрессии (5) [1] (т.е. (13)), дает относительное сравнение двух последних колонок таблицы; здесь w_1 — эксперимент, а \hat{w}_1 — прогноз согласно уравнениям (13). Графическая иллюстрация изменений показателя качества $J_1(v) = w_1(\omega + v) - w_1(\omega)$ при варьировании температуры, длительности сульфохромирования и концентраций раствора в зависимости от масштабированных (см. таблицу) вариаций относительно режима ω приведена (программная среда [2]) на рис. 1–5.

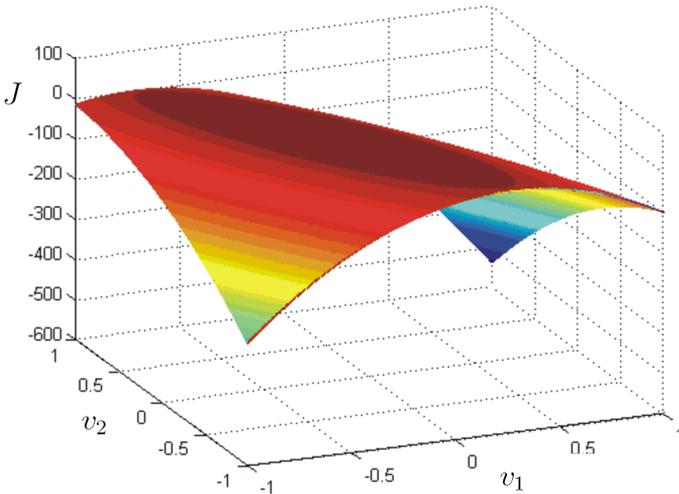


Рис. 1. Зависимость толщины сульфохромированного слоя от температуры и длительности процесса обработки плунжерной пары $J_1(v_1, v_2)$

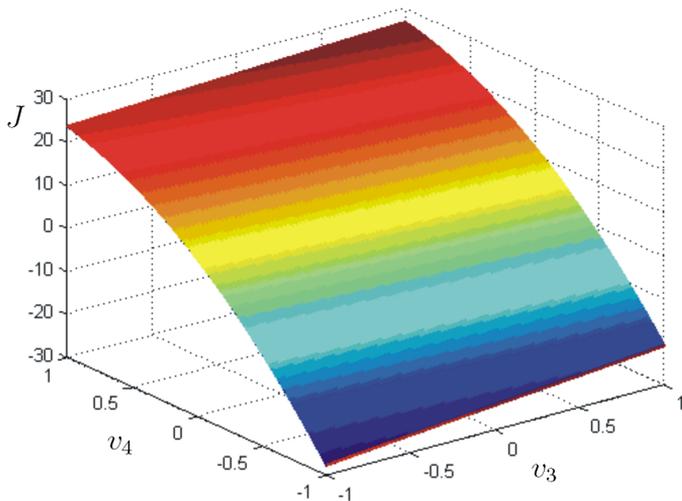


Рис. 2. Зависимость толщины сульфохромированного слоя от концентраций гидроксида натрия и серы $J_1(v_3, v_4)$

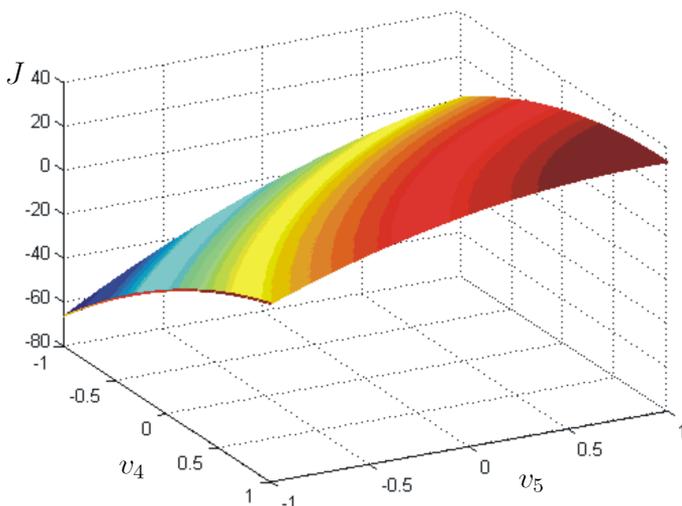


Рис. 3. Зависимость толщины сульфохромированного слоя от концентраций серы и сульфида натрия $J_1(v_4, v_5)$

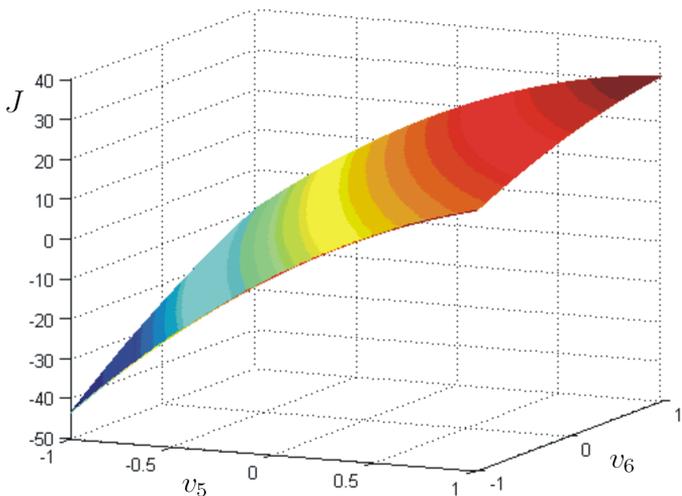


Рис. 4. Зависимость толщины сульфохромированного слоя от концентраций сульфида натрия и гипосульфита натрия $J_1(v_5, v_6)$

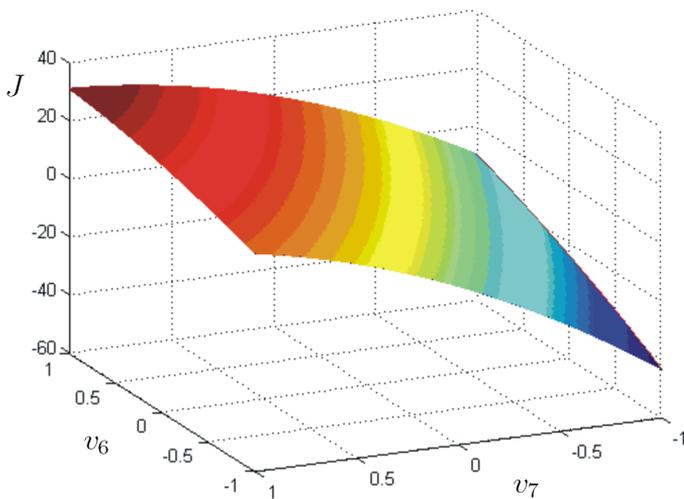


Рис. 5. Зависимость толщины сульфохромированного слоя от концентраций гипосульфита натрия и оксида хрома $J_1(v_6, v_7)$

Оптимизация режима ХТП. Комбинируя результаты работы [1], режим сульфохромирования, обеспечивающий максимальную толщину физической структуры сульфохромированного слоя обрабатываемой поверхности прецизионной плунжерной пары, свяжем с решением оптимизационной задачи следующего вида:

$$\max\{F(v) : v \in R^7\}, \quad F(v) := J_1(v). \quad (14)$$

Разработка новых технологических приемов обработки металлов требует наличия адекватной математической модели, позволяющей предсказывать взаимосвязанное влияние различных факторов физико-химической среды металлообработки и механико-геометрических характеристик обрабатываемой поверхности детали на получаемые результаты. Математическая модель оптимизации (14) для многофакторного процесса сульфохромирования дает такую возможность, а именно выявить наиболее критичные параметры и задать определяющие направления совершенствования используемых и разрабатываемых технологических установок получения сульфохромированного слоя. Утверждение 4 [1, с. 25], а также формула (9) [1], позволяющие вычислять геометрические координаты стационарной точки, применительно к задаче оптимизации (14) определяют (в терминах (13)) следующие высокоэффективные технологические параметры режима сульфохромирования: в силу системы (5) [1] (или, что равнозначно, уравнения (13)) стационарная точка (9) [1] в координатном представлении (вектор-строки) имеет вид

$$\omega^T + v^{*T} = [1,1593 \quad 0,6791 \quad 0,3475 \quad 0,4917 \quad 0,9917 \quad 0,1835 \quad 0,9917],$$

или то же самое в физических размерностях с учетом “отсчета” от режима ω :

$$\omega^T + v^{*T} = [115,93^\circ\text{C } 0,6791 \text{ ч } 34,75\% \text{ } 0,4917\% \text{ } 0,9917\% \text{ } 1,835\% \text{ } 9,917\%]. \quad (15)$$

Полученный ранее математический результат (координаты стационарной точки режима сульфохромирования (9)) [1] находится в соответствии с логикой физических рассуждений; иллюстрация $F_1(v) = w_1(\omega + v^* + v) - w_1(\omega + v^*)$ представлена на рис. 6–10.

Поскольку собственные числа матрицы D_1 соответственно равны

$$\lambda_1 = -246,1546, \quad \lambda_2 = -178,7824, \quad \lambda_3 = -4,3340, \\ \lambda_4 = -4,3340, \quad \lambda_5 = -1,3357, \quad \lambda_6 = -0,0540, \quad \lambda_7 = 157,9257, \quad (16)$$

то это говорит о наличии стационарной седловой точки у функционала $F(v)$.

Согласно (12) [1] и (16) в полученной стационарной точке v^* функционал $F(v)$ достигает своего максимума по переменным v_1, \dots, v_6 и, соответственно, минимума по v_7 . Физико-химический смысл этого математического положения в силу (15) означает, что (совпадая с логикой рассуждений процесса сульфохромирования) для структуры функционала (14) должно выполняться следующее.

Технологическое правило: *если имеет место $\omega_7 = 9,917\% \text{ CrO}_3$, то необходимо в процессе сульфохромирования плунжерной пары выполнить условия*

$$\omega_1 = 115,93^\circ\text{C}, \quad \omega_2 = 0,6791 \text{ ч}, \quad \omega_3 = 34,75\% \text{ NaOH}, \\ \omega_4 = 0,4917\% \text{ S}, \quad \omega_5 = 0,9917\% \text{ Na}_2\text{S}, \quad \omega_6 = 1,835\% \text{ Na}_2\text{S}_2\text{O}_3,$$

если реализуется положение $\omega_7 = \beta \neq 9,917\% \text{ CrO}_3$, то необходимо в полном объеме (т.е. включая идентификацию (2)) решать “коррекцию задачи (3), (14)” вида

$$\max\{F(v, \omega_7) : v \in R^6, \omega_7 = \beta\}.$$

Это правило, конечно же, в большей степени инженерное (не математическое). С чисто математической точки зрения оно лишь уточняет поведение ХТП, констатируя, что в любом случае необходимо описать (объяснить на эвристическом уровне) исходный выбор процентного содержания в растворе триоксида хрома CrO_3 . В связи с этим упомянем еще один довольно неожиданный результат: первые шесть параметров $\omega_i, i = 1, \dots, 6$, в оптимальном режиме ХТП по существу зависят от седьмого фактора ω_7 — содержания триоксида хрома.

Заключение. В настоящей работе представлены результаты численного решения на основе экспериментальных данных задачи идентификации билинейных тензоров нелинейной регрессионной модели

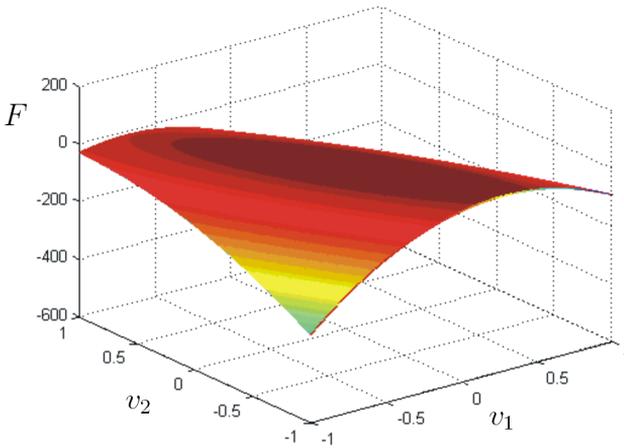


Рис. 6. Фрагмент целевого функционала $F(v_1, v_2)$ в окрестности стационарной точки (15)

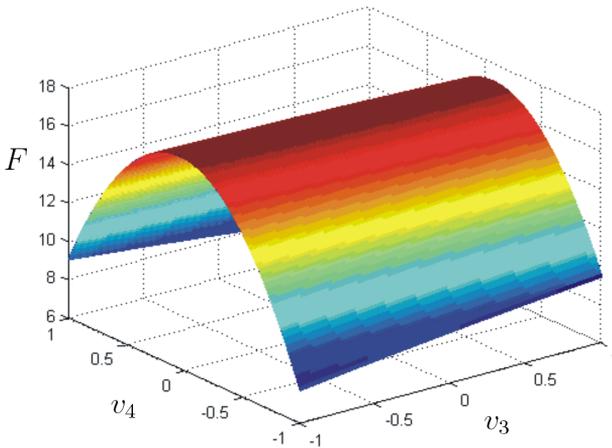


Рис. 7. Фрагмент целевого функционала $F(v_3, v_4)$ в окрестности стационарной точки (15)

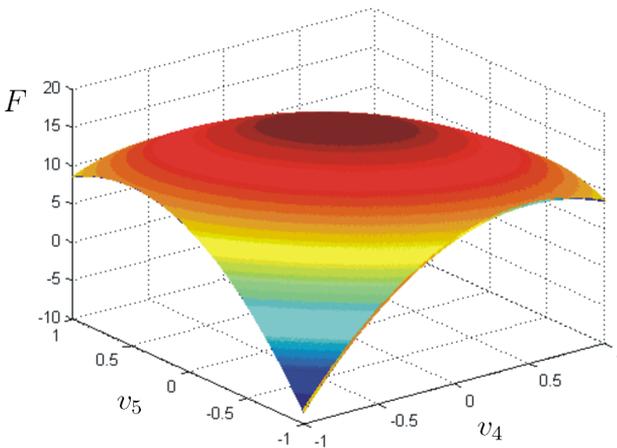


Рис. 8. Фрагмент целевого функционала $F(v_4, v_5)$ в окрестности стационарной точки (15)

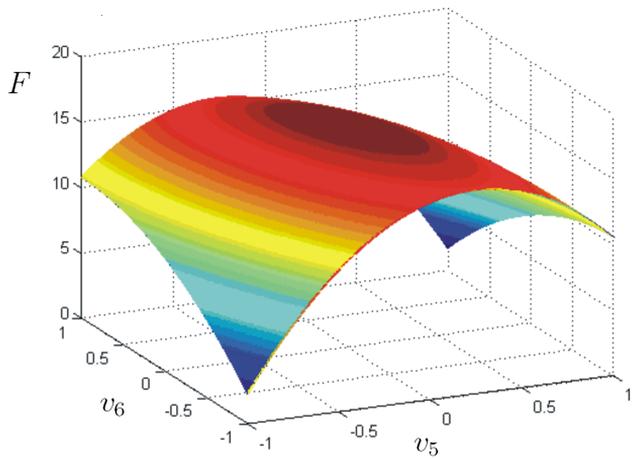


Рис. 9. Фрагмент целевого функционала $F(v_5, v_6)$ в окрестности стационарной точки (15)

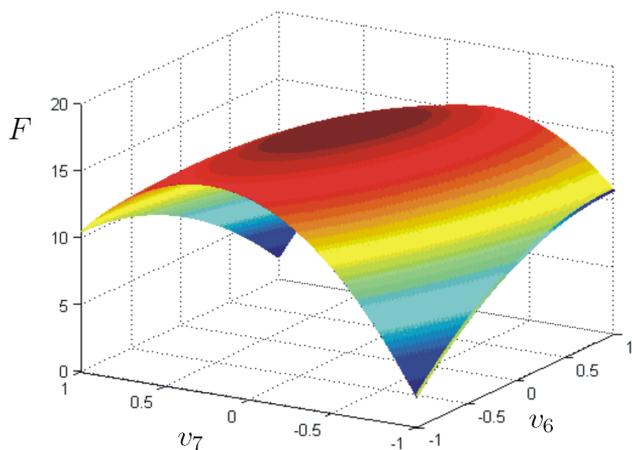


Рис. 10. Фрагмент целевого функционала $F(v_6, v_7)$ в окрестности стационарной точки (15)

восстановления прецизионных плунжерных пар посредством нанесения сульфохромирования слоя оптимальной толщины. Рассмотрены этапы численного решения задачи параметрической идентификации; обнаруженные отклонения расчетных (прогнозируемых) значений синтезированного сульфохромированного слоя и экспериментальных данных не носят принципиального характера, вследствие чего исследована и подтверждена эффективная математическая методика (“конечная цепь” алгебраических операций (9)) расчета оптимальной толщины покрытия; т.е. обеспечивающей параметры нелинейного многофакторного режима сульфохромирования поверхности плунжерной пары.

Изложенные в обеих частях работы идеи можно развить в нескольких направлениях теоретико-прикладных изысканий регрессионно-тензорного анализа (в духе работ [3–9]) с приложением к совершенствованию предложенных ранее алгоритмов расчета оптимальной тех-

нологии процесса сульфохромирования, а также расширению рамок адекватности регрессионных уравнений низкотемпературного ХТП за счет дополнительного исследования факторов нелинейности:

— на определение и алгоритмизацию процедуры выбора весовых коэффициентов r_i , $1 \leq i \leq n$ в (3), исходя из выполнения алгебраических условий (11) или (12), обеспечивающих эллиптический характер стационарной точки (10) [1];

— на расширение линейно-квадратичной формы уравнений регрессии (5) [1] “тейлоровским разложением” вектор-функции регрессии более высокого порядка;

— на статистическое описание и оптимизацию технолого-параметрических характеристик химического процесса низкотемпературного сульфохромирования;

— на учет в качестве расширенных (дополнительных) параметров-координат вектор-функции регрессионной модели таких физико-механических параметров синтезированного сульфохромирования слоя, как поверхностная твердость, износостойкость, коэффициент сухого трения обработанной поверхности и хрупкость полученного сульфохромированного слоя;

— на развитие нанометрических показателей ХТП и их качественный учет в структуре нелинейно-тензорной многомерной модели регрессии (1) [1];

— на построение алгоритмической процедуры идентификации нелинейной апостериорно-адаптивной математической модели сульфохромирования с дополнительным условием наличия высокочастотного электромагнитного поля, на определение в такой постановке высокотехнологичных многофакторных параметров процесса низкотемпературного химического сульфохромирования, а также оптимальных значений длины и амплитуды волны электромагнитных колебаний.

Работа поддержана грант-контрактами: Программа фундаментальных исследований № 15 Отделения энергетики, машиностроения, механики и процессов управления РАН, Грант Президента Российской Федерации по государственной поддержке научных школ Российской Федерации (№ НШ-1676.2008.1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Русанов В. А., Агафонов С. В., Думнов С. Н., Рудых А. Г. Регрессионно-тензорное моделирование многофакторной оптимизации процесса низкотемпературного сульфохромирования. Ч. I // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. – 2012. – № 1. – С. 17–30.
2. Агафонов С. В., Шарпинский Д. Ю., Русанов В. А., Удилов Т. В. Гибридный регрессионный комплекс “ТРЕК” // Свидетельство Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам о регистрации программы для ЭВМ, № 2008614737 от 2.10.2008 г.

3. Л ь ю н г Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. – М.: Наука, 1991. – 432 с.
4. C a i n e s P. E. On the scientific method and the foundation of system identification. In: Modelling, identification and robust control (Byrnes C.I., Lindquist A., eds.). – North Holland, Amsterdam, – 1986. – P. 563–580.
5. R i s s a n n e J. Stochastic complexity and statistical inference / – Unpublished manuscript. I.B.M. Research K54/282, San Jose, California, – 1985.
6. L j u n g L., S ö d e r s t r ö m T. Theory and practice of recursive identification. – MIT Press, Cambridge, Massachusetts, – 1983.
7. L j u n g L. A non-probabilistic framework for signal spectra // – Proc. 24th Conf. Decis. Control. – Lauderdale, Florida, December, 1985. – P. 1056–1060.
8. Д о м р а ч е в В. Г., П о л е щ у к О. М. О построении регрессионной модели при нечетких исходных данных // Автоматика и телемеханика. – 2003. – № 11. – С. 74–83.
9. Ч а д е е в В. М. Цифровая идентификация нелинейных динамических объектов // Автоматика и телемеханика. – 2004. – № 12. – С. 85–93.

Статья поступила в редакцию 30.04.2009