

УДК 621.039.514

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МОДИФИЦИРОВАННОЙ ОДНОГРУППОВОЙ МОДЕЛИ КИНЕТИКИ РЕАКТОРА ДЛЯ ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ ПО РЕАКТИВНОСТИ

**Е.Б. Копосов**

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация  
e-mail: evgkuposov@gmail.com

*Рассмотрена модифицированная одногрупповая модель кинетики реактора, в которой эффективная постоянная распада ядер-предшественников запаздывающих нейтронов является функцией от возмущения по реактивности в области ее отрицательных значений. Определена зависимость эффективной постоянной распада в интервале возмущений  $-1 \leq \rho/\beta < 0$ , показано заметное уменьшение  $\lambda$  с увеличением модуля реактивности, что соответствует увеличению среднего времени жизни ядер-предшественников. В отличие от области положительных возмущений зависимость имеет ярко выраженную нелинейность, что позволяет ее удовлетворительно аппроксимировать лишь полиномом третьей степени. Проведенная аппроксимация позволяет применять модифицированную одногрупповую модель в указанном интервале возмущений при разумном уровне погрешностей в отличие от одногрупповых моделей с неизменными постоянными распада ядер-предшественников. Использование модифицированной одногрупповой модели кинетики позволяет рассчитать период реактора с высокой точностью в отличие от обычных одногрупповых моделей, дающих принципиально неверные результаты при значительных возмущениях.*

**Ключевые слова:** ядерный реактор, реактивность, кинетика, динамика, процесс, расчет, модель.

## USING THE MODIFIED ONE-GROUP MODEL OF REACTOR KINETICS FOR NEGATIVE PERTURBATIONS OF REACTIVITY

**E.B. Kuposov**

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation  
e-mail: evgkuposov@gmail.com

*The modified one-group model of reactor kinetics is considered, in which the effective decay constant of delayed neutron nuclei-precursors is a function of reactivity perturbation in its negative value domain. The dependence of effective decay constant is determined in the perturbation interval  $-1 \leq \rho/\beta < 0$ , the marked decrease in  $\lambda$  with an increase of reactivity magnitude is shown, which corresponds to the increase in the average lifetime of nuclei-precursors. The determined dependence, unlike that in the positive perturbation domain, has a clearly pronounced nonlinearity, which makes it possible to satisfactorily approximate it only by a polynomial of degree three. The performed approximation allows the application of the modified one-group model in the indicated perturbation interval with a reasonable level of errors in contrast to the one-group models with the unchangeable decay constants of nuclei-precursors. Using the modified one-group kinetics model permits a reactor period to be calculated with a high accuracy unlike the application of typical one-group models yielding the fundamentally incorrect results at substantial perturbations.*

**Keywords:** nuclear reactor, reactivity, kinetics, dynamics, process, calculation, model.

В работе [1] предложена одногрупповая модель кинетики реактора, в которой эффективная постоянная распада ядер-предшественников запаздывающих нейтронов  $\lambda$  является функцией от возмущения по реактивности. Зависимость  $\lambda$  от реактивности получена из уравнения обратных часов при условии выполнения для одногрупповой модели такого же соотношения между асимптотическим периодом реактора и реактивностью реактора в интересующем диапазоне изменения реактивности, как и при шести группах запаздывающих нейтронов [2, 3]. При этом  $\lambda$  определяется из соотношения

$$\lambda = \frac{\ell\omega + \beta - \rho}{\rho - \ell\omega}\omega, \quad (1)$$

в котором функция  $\omega(\rho)$  берется из уравнения обратных часов для шестигрупповой модели.

К сожалению, аналитическое выражение для эффективной постоянной распада получить не представляется возможным, поскольку  $\omega(\rho)$  для шестигруппового приближения — уравнение седьмой степени по  $\omega$ . В силу этого зависимость  $\omega(\rho)$  берется из численного расчета. Найденная из (1) зависимость  $\lambda(\rho)$  аппроксимируется тем или иным способом [4] и в зависимости от задачи в том или ином диапазоне возмущений.

В работе [1] рассмотрена область положительных возмущений в диапазоне  $\hat{\rho} = 0 \dots 1$ , где  $\hat{\rho} = \rho/\beta$ , а  $\beta$  — доля запаздывающих нейтронов. Показано, что даже использование простой линейной зависимости типа

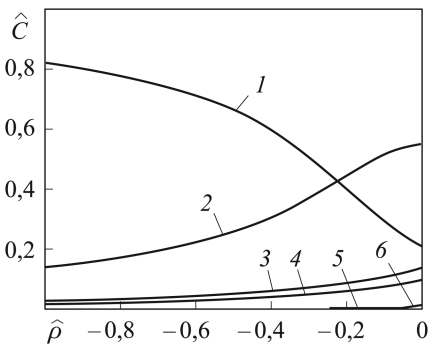
$$\lambda = a + b\hat{\rho}, \quad (2)$$

где  $a$  и  $b$  — аппроксимационные коэффициенты, позволяет применять с достаточной технической точностью модифицированную одногрупповую модель кинетики от самых малых возмущений по реактивности вплоть до мгновенной критичности.

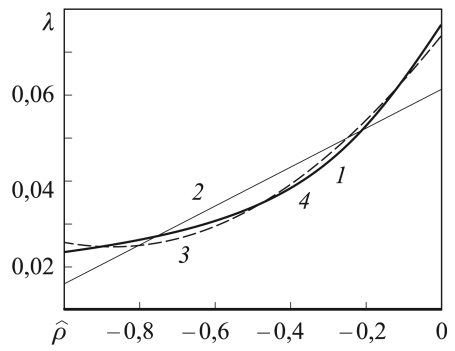
Физически причина изменения эффективной постоянной распада при изменении возмущения состоит в изменении структуры групп ядер-предшественников [5] — изменении относительного вклада различных групп ядер-предшественников. Концентрация ядер-предшественников в области установившегося периода является функцией от установившегося обратного периода, а следовательно, и возмущения по реактивности

$$c_i = \frac{\beta_i n}{\ell(\lambda_i + \omega)}.$$

На рис. 1 приведены зависимости изменения относительной концентрации различных групп ядер-предшественников (нормированных



**Рис. 1.** Изменения относительной концентрации различных групп ядер-предшественников  $\hat{c}_i = c_i/c$  в области установившегося периода от отрицательного возмущения по реактивности. Номера кривых соответствуют номерам групп ядер-предшественников



**Рис. 2.** Функция  $\lambda(\hat{\rho})$ , обеспечивающая зависимость обратного периода реактора  $\omega$  от нормированного положительного возмущения по реактивности, соответствующую шестигрупповому приближению (кривая 1), и различные ее аппроксимации (2 — линейной зависимостью, 3 и 4 — полиномами 2-й и 3-й степени)

на полную концентрацию всех групп ядер-предшественников) в области установившегося периода от отрицательного возмущения по реактивности. Виден доминирующий рост относительного вклада первой (самой долгоживущей группы с  $\lambda_1 = 0,0124 \text{ с}^{-1}$ ) при увеличении по модулю отрицательного возмущения. В то же время вклад других, менее долгоживущих групп ядер-предшественников, заметно уменьшается, в том числе и даже вклад второй группы.

Рассмотрение зависимости  $\lambda(\rho)$ , которая может быть получена как из выражения (1), так и из соотношения

$$\lambda = \frac{\sum_i \lambda_i c_i}{\sum_i c_i},$$

в интервале отрицательных возмущений  $-1 \leq \hat{\rho} < 0$ , показывает, что значение постоянной распада  $\lambda$  (рис. 2, кривая 1) заметно уменьшается с увеличением модуля реактивности, что соответствует увеличению среднего времени жизни ядер-предшественников. Следует обратить внимание на значительную ее нелинейность в отличие от аналогичной зависимости для положительных возмущений [1].

Линейная аппроксимация типа (2) (кривая 2, см. рис. 2) здесь заведомо неприемлема, и даже аппроксимация полиномом второй степени (кривая 3) также показывает заметное отличие от требуемой зависимости. И только полином третьей степени дает хорошие результаты (кривая 4, практически сливающаяся с кривой 1). Таким образом, при времени жизни мгновенных нейтронов  $\ell = 10^{-3} \text{ с}$

$$\lambda = 0,077 + 0,1495\hat{\rho} + 0,156\hat{\rho}^2 + 0,0598\hat{\rho}^3. \quad (3)$$

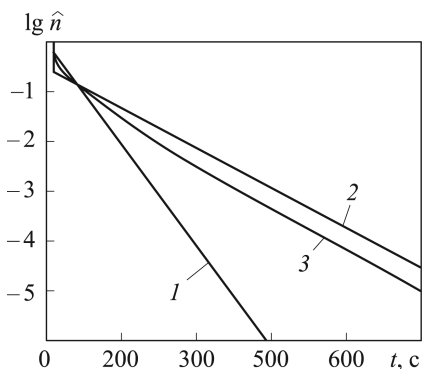
В настоящей работе проводилось сравнение результатов, полученных с помощью одногрупповой модели с  $\lambda = 0,0767 \text{ с}^{-1}$  и модифицированной одногрупповой модели, с результатами, полученными при использовании шестигрупповой модели в указанном диапазоне возмущений по реактивности  $-1 \leq \hat{\rho} < 0$ . Одногрупповая модель с  $\lambda = 0,405 \text{ с}^{-1}$ , предназначенная для использования в области значительных положительных возмущений, не анализировалась, поскольку ее относительная погрешность в области малых положительных значений возмущений по реактивности составляет порядка 400 %. Переход в отрицательную область только увеличивает это значение.

На рис. 3 приведено изменение плотности нейтронов во времени при подаче отрицательного возмущения  $\hat{\rho} = -0,6$ . Плотность нейтронов представлена в логарифмическом масштабе в силу большого диапазона ее изменения. Зависимость 1 соответствует расчету по одногрупповой модели кинетики, 2 — модифицированной одногрупповой и 3 — шестигрупповой модели.

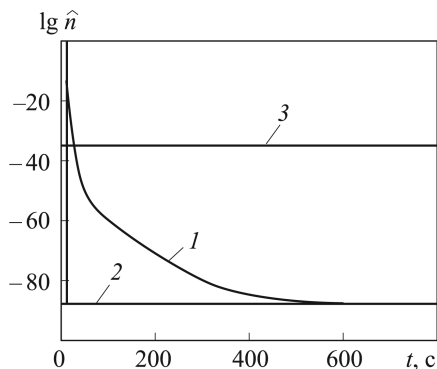
Видно, что в отличие от обычной одногрупповой модели модифицированная модель дает результаты, существенно более близкие к результатам шестигрупповой модели в широком временном диапазоне. Обычная одногрупповая модель дает приемлемые результаты только в ограниченном временном интервале, в рассматриваемом случае примерно до 100 с. В дальнейшем зависимости заметно расходятся. Аналогичные зависимости  $n(t)$  имеют место и при других возмущениях по реактивности в рассматриваемом диапазоне ее изменения.

На рис. 4 приведены результаты вычисления мгновенного периода реактора [3]

$$T = n / (dn/dt) \quad (4)$$



**Рис. 3.** Изменение нормированной плотности нейтронов для одногрупповой модели с  $\lambda = 0,0767 \text{ с}^{-1}$  (кривая 1), одногрупповой модифицированной модели с  $\lambda(\hat{\rho})$  (кривая 2) и шестигрупповой модели (кривая 3) при  $\hat{\rho}_0 = 0,6$ ,  $\ell = 10^{-3} \text{ с}$



**Рис. 4.** Изменение мгновенного периода в переходном процессе при  $\hat{\rho} = -0,6$ :

зависимость 1 — расчет по шестигрупповой модели кинетики; 2 — по модифицированной одногрупповой с  $\lambda(\hat{\rho})$ ; 3 — по одногрупповой модели с  $\lambda = 0,0767 \text{ с}^{-1}$

по результатам расчета переходного процесса для реактивности  $\hat{\rho} = -0,6$  для шестигрупповой модели реактора (кривая 1). Здесь же практически прямыми горизонтальными линиями показаны результаты расчетов установившегося периода реактора для модифицированной (зависимость 2) и обычной одногрупповой моделей с  $\lambda = 0,0767 \text{ с}^{-1}$  (зависимость 3).

Видно, как медленно изменяется мгновенный период реактора для шестигрупповой модели, пока вырабатываются долгоживущие группы ядер-предшественников, и период стремится к установившемуся значению, равному для данного случая – 86,9 с. Определение периода согласно формуле (4) по результатам расчета переходного процесса для модифицированной одногрупповой модели показывает – 87,4 с. Расчет по обычной формуле для установившегося периода реактора [6]:

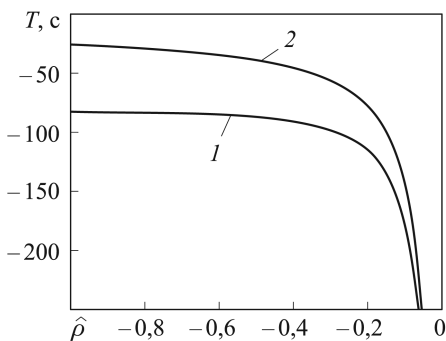
$$T = \frac{\beta - \rho}{\rho \lambda}, \quad (5)$$

но с учетом зависимости  $\lambda(\rho)$  согласно выражению (3), дает результат – 87,3 с. Видна чрезвычайная близость результатов, полученных по модифицированной одногрупповой модели, и результатов расчета с учетом изменений  $\lambda$  от реактивности к результатам шестигрупповой модели.

В то же время, на первый взгляд, кажется удивительным практически мгновенный выход  $T$  на установившееся значение для обеих одногрупповых моделей, по крайней мере в используемом временном масштабе. На самом деле это объясняется тем, что вторая экспонента с отрицательным показателем степени имеет постоянную времени  $\ell/(\beta - \rho_0)$  [7], т.е. есть значение менее одной секунды для рассматриваемого случая.

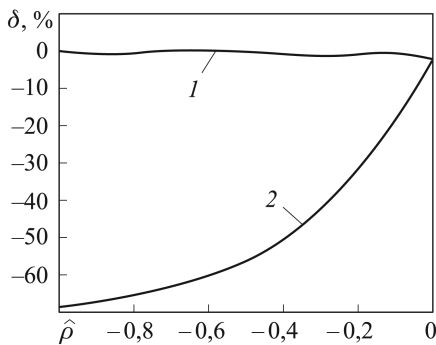
Определение периода реактора по результатам расчета обычной одногрупповой модели и по формуле (5) для постоянной  $\lambda = 0,0767 \text{ с}^{-1}$  показывает результаты – 34,84 с и – 34,77 с соответственно, которые близки между собой, но совершенно не соответствуют результатам шестигрупповой модели. Более того, полученные значения противоречат известному факту, что установившийся период реактора не может быть меньше по модулю значения – 80,6 с [8, 9], поскольку скорость установившегося процесса при больших отрицательных возмущениях по реактивности определяется постоянной распада самой долгоживущей группы  $\lambda_1 = 0,0124 \text{ с}^{-1}$ .

Подобные зависимости имеют место и при других значениях реактивности. Следует отметить высокую сходимость результатов расчета установившегося периода по формулам (4) для модифицированной одногрупповой модели и (5) с учетом зависимости  $\lambda(\rho)$  согласно формуле (3) с результатами расчета установившегося периода для шестигрупповой модели кинетики реактора во всем диапазоне изменения реактивности.



**Рис. 5. Зависимости установившегося периода от отрицательного возмущения по реактивности:**

1 — расчеты для модифицированной одногрупповой модели с  $\lambda(\rho)$  и для шестигрупповой модели кинетики; 2 — расчеты для одногрупповой модели с  $\lambda = 0,0767 \text{ с}^{-1}$



**Рис. 6. Относительные погрешности определения установившегося периода:**

1 — для модифицированной одногрупповой модели с  $\lambda(\rho)$ ; 2 — для одногрупповой модели с  $\lambda = 0,0767 \text{ с}^{-1}$

На рис. 5 приведены полученные зависимости. Кривая 1 — по сути три перечисленные зависимости, графически слившиеся в единую кривую из-за малых отклонений. Здесь же приведена зависимость  $T(\hat{\rho})$ , полученная по обычной формуле (5) для установившегося периода с постоянной  $\lambda = 0,0767 \text{ с}^{-1}$  (кривая 2). Видно заметное отклонение этой зависимости от зависимости для шестигрупповой модели при увеличении модуля возмущения по реактивности, которое, начиная примерно с  $\hat{\rho} = -0,2$ , становится таким, что получаемые по обычной формуле значения установившегося периода в исследованном интервале возмущений по реактивности как с использованием обычной формулы для  $T$  при постоянстве  $\lambda$ , так и при вычислении по формуле (4), противоречат физике реактора.

Погрешности определения установившегося периода приведены на рис. 6. Сравнение погрешностей определения установившегося периода по обычной формуле (5) и с использованием зависимости  $\lambda(\rho)$  (кривая 1) показывает, что последние имеют значение пренебрежимо малое и определяются лишь погрешностью аппроксимации этой функции, в то время как модуль погрешности определения установившегося периода при постоянном  $\lambda = 0,0767 \text{ с}^{-1}$  (кривая 2) резко растет с увеличением отрицательного возмущения, достигая уже при  $\hat{\rho} = -0,2$  значения свыше 30%. При этом, как указывалось ранее, одновременно с ростом погрешности при дальнейшем увеличении возмущения формула дает физически неверные результаты.

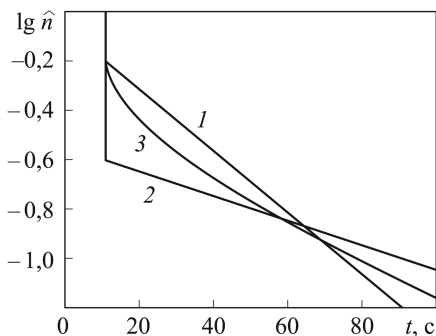
В работе [1] указывалось, что даже полное совпадение установившегося периода реактора не означает полного совпадения переходных процессов, причем это проявление отличий наиболее заметно

в начальной части переходного процесса, когда еще заметно влияние групп запаздывающих нейтронов с малым и средним временем жизни. Однако при положительных скачках реактивности это проявляется не так ярко, как при отрицательных.

Зависимости на рис. 7 представляют собой тот же процесс, что и зависимости на рис. 3, но в меньшем временном интервале и показывают это отличие в начальное время переходного процесса. Графическое представление временной зависимости плотности нейтронов для одногрупповой модели представляет собой в логарифмической шкале практически ломаную линию, соответствующую скачку на мгновенных нейтронах (почти вертикальная часть зависимостей) и процессу, определяемому запаздывающими нейтронами (наклонная часть). Это справедливо как для обычной одногрупповой модели с  $\lambda = 0,0767 \text{ с}^{-1}$  (прямая 1), так и для модифицированной одногрупповой (ломаная линия 2).

Плотность нейтронов шестигрупповой модели на этих графиках представляет по сути тоже два линейных отрезка (практически вертикальный и наклонный, соответствующий установившемуся периоду реактора), но сопряженных между собой нелинейной зависимостью в интервале приблизительно 0...200 с (кривая 3).

И принципиально невозможно получить соответствие одногрупповой модели, представляемой в полулогарифмическом масштабе двумя линиями, с шестигрупповой [10] и на начальном отрезке, и на участке установившегося периода. Обычная одногрупповая модель с постоянной  $\lambda$  решает эту проблему в пользу начального участка в том смысле, что имеет место полное совпадение по скачку на мгновенных нейтронах, а дальше зависимости расходятся, модифицированная – в пользу участка установившегося периода. Поэтому одногрупповая модель с  $\lambda = 0,0767 \text{ с}^{-1}$  после начального участка значительно отходит от зависимости для шестигрупповой модели (см. рис. 3), в то время как плотность нейтронов модифицированной модели идет практически параллельно зависимости для шестигрупповой модели и близко от нее, что подтверждает равенство их установившихся периодов. Вследствие этого и имеет место ее заметное отличие на начальном участке,



**Рис. 7. Изменение плотности нейтронов во времени при подаче возмущения  $\beta = -0,6$  на начальном участке переходного процесса:**

1 — расчет по одногрупповой модели кинетики с  $\lambda = 0,0767 \text{ с}^{-1}$ ; 2 — по модифицированной одногрупповой с  $\lambda(\beta)$ ; 3 — по шестигрупповой модели

нелинейном у шестигрупповой модели. Отличается также и значение начального быстрого изменения плотности нейтронов (скачка на мгновенных нейтронах).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Копосов Е.Б. Модифицированная одногрупповая модель кинетики реактора с расширенной областью применения // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2013. № 4. С. 16–27.
2. Хетрик Д. Динамика ядерных реакторов / пер. с англ. М.: Атомиздат, 1975. 400 с.
3. Копосов Е.Б. Кинетика ядерных реакторов: Учеб. пособие. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. 68 с.
4. Химмельблау Д. Анализ процессов статистическими методами / пер. с англ. М.: Мир, 1973. 957 с.
5. Наумов В.И. Физические основы безопасности ядерных реакторов: Учеб. пособие. М.: МИФИ, 2003. 156 с.
6. Харрер Дж.М. Техника регулирования ядерных реакторов / пер. с англ. М.: Атомиздат, 1967. 492 с.
7. Научно-технические основы управления ядерными реакторами: Учеб. пособие для вузов / И.Я. Емельянов, А.И. Ефанов, Л.В. Константинов; под общ. ред. акад. Н.А. Доллежалы. М.: Энергоиздат, 1981. 360 с.
8. Саркисов А.А., Пучков В.Н. Физика переходных процессов в ядерных реакторах / под ред. А.А. Саркисова. М.: Энергоатомиздат, 1983. 232 с.
9. Меррей Р. Физика ядерных реакторов / пер. с англ. М.: Изд-во главного управления по использованию атомной энергии при Совмине СССР, 1959. 292 с.
10. Китин Дж.Р. Физические основы кинетики ядерных реакторов / пер. с англ. М.: Атомиздат, 1967. 428 с.

## REFERENCES

- [1] Kopusov E.B. Modified one-group model of reactor kinetics with extended field of application. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Bauman, Mashinost.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Mech. Eng.], 2013, no. 4, pp. 16–27 (in Russ.).
- [2] Hetrick D.L. Dynamics of nuclear reactors. Chicago, Univ. Chicago Press, 1971. 552 p. (Russ. ed.: Khetrik D. Dinamika yadernykh reaktorov. Moscow, Atomizdat Publ., 1975. 400 p.).
- [3] Kopusov E.B. Kinetika yadernykh reaktorov [Kinetics of nuclear reactors]. Moscow, MGTU im. N.E. Bauman Publ., 2005. 68 p.
- [4] Himmelblau D.M. Process analysis by statistical methods. New York, Wiley, 1968. 460 p. (Russ. ed.: Khimmel'blau D. Analiz protsessov statisticheskimi metodami. Moscow, Mir Publ., 1973. 957 p.).
- [5] Naumov V.I. Fizicheskie osnovy bezopasnosti yadernykh reaktorov [Physical principles of nuclear reactor safety]. Moscow, MIFI Publ., 2003. 156 p.
- [6] Harrer J.M. Nuclear reactor control engineering. Van Nostrand, 1963. 587 p. (Russ. ed.: Kharrer D.M. Tekhnika regulirovaniya yadernykh reaktorov. Moscow, Atomizdat Publ., 1967. 492 p.).
- [7] Emel'yanov I.Y., Efanov A.I., Konstantinov L.V., Dollezhalya N.A., eds. Nauchno-tekhnicheskie osnovy upravleniya yadernymi reaktorami [Scientific and technical principles of nuclear reactor control]. Moscow, Energoizdat Publ., 1981. 360 p.



- [8] Sarkisov A.A., Puchkov V.N. Fizika perekhodnykh protsessov v yadernykh reaktorakh [Physics of transient processes in nuclear reactors]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1983. 232 p.
- [9] Murrey R.D. Nuclear reactor physics. Prentice-Hall, 1957. 317 p. (Russ. ed.: Merrey R. Fizika yadernykh reaktorov. Moscow, Atomizdat Publ, 1959. 292 p.).
- [10] Keepin G. R. Physics of nuclear kinetics. Addison-Wesley Pub. Co, 1965. 435 p. (Russ. ed.: Kipin D.R. Fizicheskie osnovy kinetiki yadernykh reaktorov. Atomizdat Publ., 1967. 428 p.).

Статья поступила в редакцию 13.12.2013

Копосов Евгений Борисович — канд. техн. наук, доцент кафедры “Ядерные реакторы и установки” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 55 научных работ в области гидродинамики, теплофизических процессов, моделирования и управления ядерными энергетическими установками.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

E.B. Koposov — Cand. Sci. (Eng.), assoc. professor of “Nuclear Reactors and Plants” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 55 publications in the field of hydrodynamics, thermal physical processes, simulation and control of nuclear power plants.

Bauman Moscow State Technical University, Vtoraya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.