

УДК 621.9.025: 621.9.06

В. С. И в а н о в, Д. В. И в а н о в

## АНАЛИЗ РАДИАЛЬНЫХ ОТКЛОНЕНИЙ ПРОФИЛЯ ДЕТАЛИ ОТ НОМИНАЛЬНОЙ ОКРУЖНОСТИ ПРИ МНОГОЛЕЗВИЙНОЙ ОБРАБОТКЕ НА БИРОТОРНЫХ СТАНКАХ

*Приведены схема формирования профиля детали композицией циклоидальных траекторий формообразования, а также математический аппарат для определения конфигурации циклоидального многогранного профиля детали в зависимости от геометрических параметров схемы технологического зацепления, геометрии инструмента, продольной подачи инструмента, соотношения по значению и взаимонаправленности угловых скоростей вращения детали и инструмента.*

**E-mail:** Niikmtp@mx.bmstu.ru

**Ключевые слова:** *профиль детали, многолезвийная обработка, бироторный станок, композиция траекторий формообразования, циклоидальный многогранник, радиальное отклонение.*

Задачей анализа профиля детали, полученного в условиях многолезвийной обработки на бироторных станках, является исследование колебательных процессов изменения отклонения вершин циклоидального  $n$ -гранника от номинально заданной окружности.

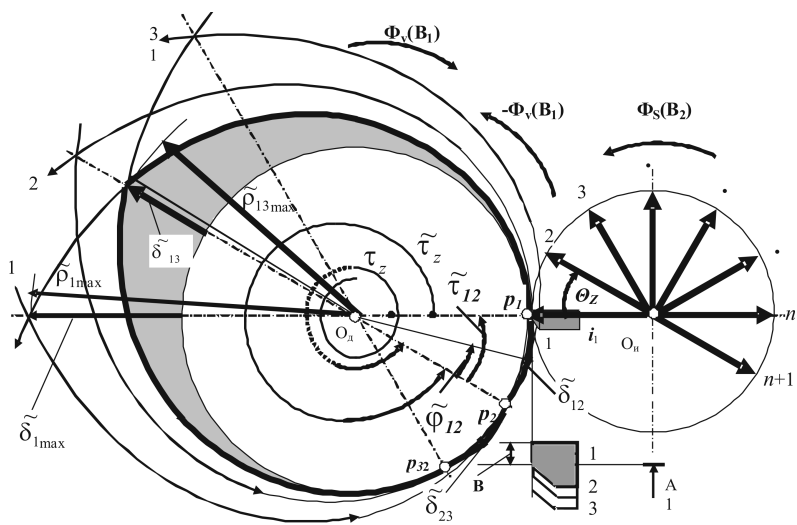
Поперечный профиль детали, сформированный композицией циклоидальных траекторий формообразования (рис. 1), представляет собой циклоидальный многогранник. Под траекторией формообразования понимается непрерывная последовательность положений формирующего элемента резца, например его вершины, в системе координат, связанной с центром детали  $O_d$ .

Композиция траекторий формообразования представляет собой пространственное их взаиморасположение и характеризуется числом траекторий, формирующих профиль; видом отдельной траектории; пространственно-угловым смещением траекторий в плоскости формообразования.

Число резцов  $n$ , формирующих поперечный профиль детали, определяется длиной калибрующей кромки  $B$ , числом резцов  $Z$  на инструменте, отношением  $i$  угловых скоростей вращения детали и инструмента и осевой подачей инструмента  $S_0$ :

$$n = E \left[ \left\lfloor \frac{BZ}{iS_0} \right\rfloor \right], \quad (1)$$

где  $E$  — целая часть указанного в скобках соотношения.



**Рис. 1.** Схема формирования профиля детали композицией циклоидальных траекторий формообразования

Каждая формообразующая траектория характеризует форму отдельной грани циклоидального многогранника и может быть представлена моделями:

точной

$$\begin{aligned}
 \tilde{\rho} &= \sqrt{1 - 4(1 - i_1)i_1 \sin^2(\theta/2)}; \\
 \tilde{\rho} \sin \nu &= i_1 \sin \theta; \\
 \varphi &= \tau + \nu; \\
 \tau &= -i\theta
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

и приближенной [1, 2]

$$\begin{aligned}
 \tilde{\rho} &= 1 - \frac{1}{2}(1 - i_1)i_1\theta^2; \\
 \tilde{\rho}\nu &= i_1\theta; \\
 \varphi &= \tau + \nu; \\
 \tau &= -i\theta,
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

где  $\tilde{\rho} = \rho/R_d$  — модуль приведенного радиуса-вектора формообразования (безразмерная величина);  $R_d$  — координата радиуса-вектора детали, всегда положительна и равна номинально заданному радиусу детали;  $\rho$  — текущий радиус формообразования детали;  $i_1 = R_{и}/R_d$  — геометрическое передаточное отношение схемы технологического зацепления;  $R_{и}$  — координата радиуса-вектора инструмента; направлена из центра инструмента в полюс  $p$  технологического зацепления;  $R_{и} > 0$  при ее однонаправленности с  $R_d$ ,  $R_{и} < 0$  при разнонаправленности с  $R_d$ ;  $\theta$  — текущий угол отклонения радиуса-вектора формообразующей

точки инструмента (вершины резца) от нулевого положения (полюса зацепления  $p$ ) в системе координат, связанной с инструментом;  $\nu$  — угловое отклонение радиуса-вектора формообразования относительно начального положения (линии центров) в подвижной системе координат;  $\varphi$  — угловое отклонение радиуса-вектора формообразования от его начального положения;  $\tau$  — угловое отклонение центра инструментального ротора  $O_{II}^1$  в обратном движении от нулевого положения по истечении некоторого времени  $t$ .

Анализ проводится по эпюрам распределения относительного радиального отклонения  $\hat{\delta}$  профиля детали от номинально заданной окружности профиля детали, представляющим собой ансамбль (набор) составляющих гармоник с различным размахом колебаний.

Под относительным радиальным отклонением  $\hat{\delta}$  понимается отношение текущего значения отклонения радиуса формообразования от номинально заданного радиуса детали к его максимальному значению в вершине циклоидального одногранника, которые выражены в абсолютном или приведенном виде:

$$\hat{\delta} = \frac{\delta_1}{\delta_{1\max}} = \frac{\tilde{\delta}_1}{\tilde{\delta}_{1\max}} = \left(\frac{\varphi}{\pi}\right)^2, \quad (4)$$

где  $\varphi$  — текущий угол отклонения радиуса формообразования от полюса зацепления, выраженный в радианах;  $\delta_1$  — текущее абсолютное значение радиального отклонения профиля детали, образованного отдельно взятой формообразующей траекторией;  $\delta_{1\max}$  — максимальное абсолютное значение радиального отклонения профиля детали, образованного отдельно взятой формообразующей траекторией;  $\hat{\delta} = \delta_1/R_d$  — текущее значение относительного радиального отклонения детали, выраженное в безразмерных единицах;  $\hat{\delta}_{\max} = \delta_{1\max}/R_d$  — максимальное значение относительного радиального отклонения детали.

Приведем зависимость (4) к виду

$$\hat{\delta} = (2\varphi)^2, \quad (5)$$

где угол  $\varphi$  выражен в долях оборота окружности.

Из формулы (4) следует

$$\delta_1 = \delta_{1\max} \hat{\delta} = \delta_{1\max} \left(\frac{\varphi}{\pi}\right)^2, \quad (6)$$

где угол  $\varphi$  выражен в радианах.

Формулы (4)–(6) отражают распределение радиального отклонения одной траектории от единичной окружности на участке монотонного изменения радиуса формообразования по циклоидальной дуге в пределах  $0 \dots \pi$  рад.

Для многогранного профиля, формируемого при многолезвийном формообразовании, относительное радиальное отклонение вершины

на пересечении траекторий  $j$  и  $i$  с учетом формул (1), (4) и (5) составляет

$$\hat{\delta}_{ji} = (2\varphi_{ji})^2 = (\tilde{\tau}_{ji})^2, \quad (7)$$

где  $\varphi_{ji} = \frac{\tilde{\tau}_{ji}}{2}$  — текущий угол расположения радиуса формообразования относительно полюсов зацепления  $p_j$  и  $p_i$ ;  $\tilde{\tau}_{ji}$  — приведенное угловое смещение для соседних по периметру окружности траекторий (полюсов  $p_j$  и  $p_i$ );  $\varphi_{ji}$  и  $\tau_{ji}$  выражены в долях оборота окружности.

Графическая интерпретация зависимостей (5), (7) представлена на рис. 2 эпюрами распределения радиальных отклонений многогранных профилей от номинальной окружности на примере различных композиций из шести циклоидальных траекторий.

Каждая композиция характеризуется различными угловыми смещениями  $\xi_z$ ,  $\tilde{\tau}_z$  траекторий соседних резцов, образующими различные последовательности  $C_{ji}$  чередования траекторий в плоскости формообразования и отклонения вершин многогранного профиля детали в точках пересечения траекторий, относительно номинальной окружности.

Максимальное радиальное отклонение, формируемое отдельно взятой траекторией (1, 2, ..., 6), составляет  $\hat{\delta}_{lmax}$  (рис. 2, а) и наблюдается в вершине циклоидального одногранника, образуемой на пересечении нисходящей и восходящей ветвей траектории.

В точках пересечения траекторий  $i, j$  (вершины многогранника) формируются радиальные отклонения  $\delta_{ji}$  вершин многогранника от номинальной единичной окружности.

Процесс изменения радиального отклонения  $\tilde{\delta}_{ji} = F(\tilde{\tau})$  носит колебательный характер.

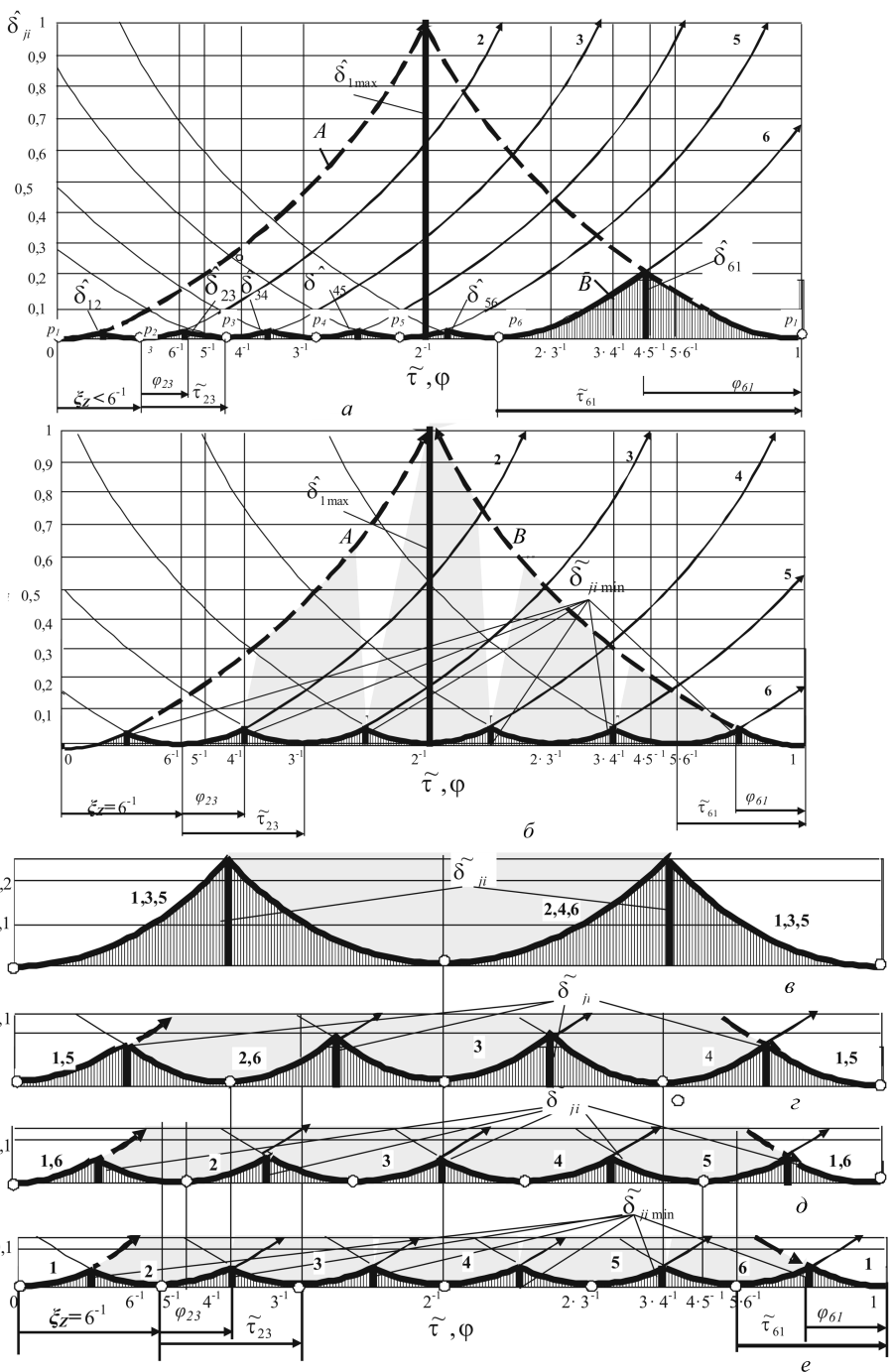
Приведенные на рис. 2 семь вариантов распределения относительных радиальных отклонений от номинальной окружности многогранных профилей деталей соответствуют различным угловым смещениям  $\tilde{\tau}_z$  траекторий соседних резцов 1, 2. Числовые значения параметров вариантов представлены в табл. 1.

На рис. 3 приведены гармоники колебаний относительных радиальных отклонений от номинальной окружности многогранных профилей для композиций из шести циклоидальных траекторий.

Погрешность профиля определяется максимальным из отклонений ( $\max \tilde{\delta}_{ji}$ ) вершин  $i, j$  многогранника, ограниченного композицией траекторий, характеризуемой последовательностью  $C_{ji}$  их чередования в плоскости формообразования. Условием оптимальности профиля по точности является

$$\min(\max(\tilde{\delta}_{ji})). \quad (8)$$

Для рассмотренных вариантов предельные значения отклонений профиля в его вершинах составляют:



**Рис. 2.** Эпюры распределения относительных радиальных отклонений  $\hat{\delta}_{ji}$  (одно- и шестигранного профилей) от номинальной окружности многогранных профилей для композиций из шести циклоидальных траекторий:

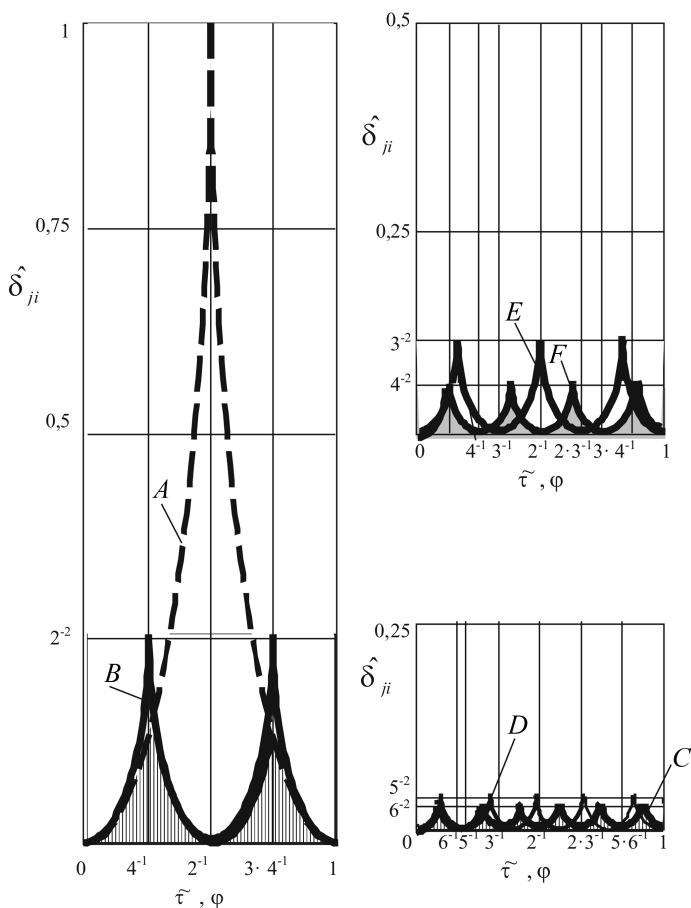
*a* – *A* – одногранник,  $\xi_z = 0$ , *B* – неправильный шестигранник,  $0 < \xi_z < 6^{-1}$ ;  
*б* – *A* – одногранник,  $\xi_z = 0$ , *B* – правильный шестигранник,  $\xi_z = 6^{-1}$ ; *в* – *A* –  
 правильный двухгранник,  $\xi_z = 2^{-1}$ ; *г* – *B* – правильный четырехгранник,  $\xi_z = 4^{-1}$ ;  
*д* – *C* – правильный пятигранник,  $\xi_z = 5^{-1}$ ; *е* – *D* – правильный шестигранник,  
 $\xi_z = 6^{-1}$

Числовые значения параметров композиций из шести циклоидальных траекторий

Вариант	$\xi_{z_3}$ , об.окр.	$\tilde{\tau}_{z_3}$ , об.окр.	$\tau_{z_3}$ , об.окр.	$C_{j_i}$	$\tau_{j_i}$ , об.окр.	$\tilde{\delta}_{j_i}$	Форма
<i>a</i>	0	0	$0 + n$ , где $n = 1, 2, \dots$	1, 2, 3, 4, 5, 6	0	$\tilde{\delta}_{j_i} = \delta_1 = 1$	Одногранник
<i>б</i>	$0 < \xi_z < 6^{-1}$	$0 \dots 6^{-1}$ $5 \cdot 6^{-1}, \dots 1$	$n \dots 6^{-1} + n$ $5 \cdot 6 + n \dots n + 1$	1-2-3-4-5-6	$\tilde{\tau}_{12} = \tilde{\tau}_{23} =$ $\tilde{\tau}_{34} = \tilde{\tau}_{45} =$ $\tilde{\tau}_{56} = 0, 1, 1, 1$ $\tilde{\tau}_{61} = 0, 4, 4, 5$	$\tilde{\delta}_{12} = \tilde{\delta}_{23} =$ $\tilde{\delta}_{34} = \tilde{\delta}_{45} =$ $\tilde{\delta}_{56} = 0, 0, 1, 2$ $\tilde{\delta}_{61} = 0, 1, 9, 8$	Неправильный шестигранник
<i>в</i>	$6^{-1}$	$6^{-1};$ $5 \cdot 6^{-1}$	$6^{-1} + n;$ $5 \cdot 6^{-1} + n$	1-2-3-4-5-5	$\tilde{\tau}_{12} = \tilde{\tau}_{23} =$ $\tilde{\tau}_{34} = \tilde{\tau}_{45} =$ $\tau_{56} = \tilde{\tau}_{61} = 6^{-1};$ $5 \cdot 6^{-1}$	$\tilde{\delta}_{12} = \tilde{\delta}_{23} =$ $\tilde{\delta}_{34} = \tilde{\delta}_{45} =$ $\tilde{\delta}_{56} = \tilde{\delta}_{61} =$ $= 6^{-2} = 0, 0, 2, 7, 8$	Правильный шестигранник
<i>г</i>	$2^{-1}$	$2^{-1}$	$2^{-1} + n$	1, 3, 5-2, 4, 6	$\tilde{\tau}_{12} = \tilde{\tau}_{21} =$ $= 2^{-1}$	$\delta_{12} = \delta_{21} =$ $= 2^{-2} = 0, 2, 5$	Правильный двухгранник
-	$3^{-1}$	$3^{-1};$ $2 \cdot 3^{-1}$	$3^{-1} + n;$ $2 \cdot 3^{-1} + n$	1, 4-2, 5-3, 6	$\tilde{\tau}_{12} = \tilde{\tau}_{23} =$ $= \tilde{\tau}_{31} = 3^{-1};$ $2 \cdot 3^{-1}$	$\delta_{12} = \delta_{23} =$ $= \delta_{31} = 3^{-2} =$ $0, 1, 1, 1$	Правильный трехгранник
<i>д</i>	$4^{-1}$	$4^{-1};$ $3 \cdot 4^{-1}$	$4^{-1} + n;$ $3 \cdot 4^{-1} + n$	1, 5-2, 6-3-4	$\tilde{\tau}_{12} = \tilde{\tau}_{23} =$ $= \tilde{\tau}_{34} = \tilde{\tau}_{41} =$ $= 4^{-1};$ $3 \cdot 4^{-1}$	$\tilde{\delta}_{12} = \tilde{\delta}_{23} =$ $= \delta_{34} = \delta_{41} =$ $= 4^{-2} = 0, 0, 6, 2, 5$	Правильный четырехгранник
<i>е</i>	$5^{-1}$	$5^{-1};$ $4 \cdot 5^{-1}$	$5^{-1} + n;$ $4 \cdot 5^{-1} + n$	1, 6-2-3-4-5	$\tilde{\tau}_{12} = \tilde{\tau}_{23} =$ $= \tilde{\tau}_{34} = \tilde{\tau}_{45} =$ $= \tilde{\tau}_{51} = 5^{-1};$ $4 \cdot 5^{-1}$	$\tilde{\delta}_{12} = \tilde{\delta}_{23} =$ $= \delta_{34} = \delta_{45} =$ $= \delta_{51} = 5^{-2} =$ $= 0, 0, 4$	Правильный пятигранник

- а)  $\max(\tilde{\delta}_{ji}) = \tilde{\delta}_1 = 1$ ; б)  $\max(\tilde{\delta}_{ji}) = \tilde{\delta}_{61} = 0,198$ ;  
 в)  $\max(\tilde{\delta}_{ji}) = 6^{-2} = 0,0278$ ; г)  $\max(\tilde{\delta}_{ji}) = 2^{-2} = 0,25$ ;  
 д)  $\max(\tilde{\delta}_{ji}) = 4^{-2} = 0,0625$ ; е)  $\max(\tilde{\delta}_{ji}) = 5^{-2} = 0,04$ .

Нетрудно заметить, что среди рассмотренных вариантов оптимальным по точности является вариант в, в котором значение погрешности профиля в 36 раз меньше по сравнению с вариантом а. Наихудшим является вариант а, при котором траектории резцов расположены без углового смещения. В этом случае снижения радиального отклонения при формообразовании профиля детали шестью резцами по сравнению с формообразованием одним резцом не наблюдается.



**Рис. 3. Гармоники колебаний относительных радиальных отклонений от номинальной окружности многогранных профилей для композиций из шести циклоидальных траекторий:**

*A* – одногранник,  $\xi_z = 0$ ; *B* – правильный двухгранник,  $\xi_z = 2^{-1}$ ; *C* – правильный шестигранник,  $\xi_z = 6^{-1}$ ; *D* – правильный пятигранник,  $\xi_z = 5^{-1}$ ; *E* – правильный трехгранник,  $\xi_z = 3^{-1}$ ; *F* – правильный четырехгранник,  $\xi_z = 4^{-1}$

В общем случае для многогранного профиля, сформированного композицией из  $n$  траекторий, оптимальные угловые смещения траекторий составляют:

$$\xi_{z_{\text{опт}}} = n^{-1} \text{об.окр.}, \quad \tilde{\tau}_z = n^{-1}; \quad 1 - n^{-1} \text{об.окр.},$$

или

$$\xi_{z_{\text{опт}}} = 2\pi/n \text{ рад}; \quad \tilde{\tau}_z = 2\pi/n; \quad 2\pi/(1 - n^{-1}) \text{ рад.} \quad (9)$$

При этом минимальное значение относительной погрешности профиля составляет

$$\min(\max(\tilde{\delta}_{ji})) = n^{-2}. \quad (10)$$

Таким образом, при оптимальной композиции  $n$  траекторий можно достичь уменьшения радиальной погрешности профиля по сравнению с погрешностью профиля, образованного отдельной траекторией, в  $n^2$  раз.

Например, при числе резцов, участвующих в формировании профиля детали,  $n = 9$  оптимальное приведенное угловое смещение (смещение в пределах полного оборота окружности) траекторий соседних резцов составляет

$$\tilde{\tau}_z = 9^{-1}; \quad 8 \cdot 9^{-1} \text{ об.окр.}$$

Обеспечивая такое смещение за счет коррекции кинематического передаточного отношения  $i$  частот вращения детали и инструмента, можно практически без изменения производительности обработки снизить погрешность профиля детали в  $9^2 = 81$  раз по сравнению с погрешностью отдельно взятой траектории.

С учетом формул (1) и (8) получен ряд оптимальных значений кинематического передаточного отношения  $i_{\text{опт}}$ , обеспечивающий минимальные значения кинематической погрешности формообразования:

$$|i|_{\text{опт}} = Z [2^{-1} \pm (2^{-1} - n^{-1}) + k], \quad (11)$$

где  $k = 0, 1, 2, \dots, N$  — целая часть отношения шага  $K$  расположения резцов на инструментальном суппорте к круговой подаче,

$$k = E \left[ \frac{K}{S_{\text{кр}}} \right].$$

Для определения натуральных значений отклонений в вершинах многогранника используем зависимость

$$\delta_{ji} = R_d \tilde{\delta}_{1 \max} \hat{\delta}_{ji}, \quad (12)$$

где

$$\tilde{\delta}_{1 \max} = -\frac{(1 - i_1) i_1 \pi^2}{2(i_1 - i)^2}. \quad (13)$$



## Пример расчета параметров формообразования многогранного циклоидального профиля в условиях попутного точения.

*Описание исходных данных и начальных условий.* Параметры схемы технологического зацепления —  $R_d = 30$  мм,  $R_n = 50$  мм. Обрабатывается вал по внешней схеме зацепления,  $i_1 = -1,67$ .

Кинематические параметры обработки следующие: способ обработки — попутное точение,  $\omega_d = 2\pi \cdot 500$  рад/мин,  $\omega_n = -2\pi \times 10$  рад/мин,  $i = -50$ ,  $I = 0,033$ .

Число резцов на инструменте  $Z = 12$ . Угловой шаг расположения резцов на инструменте  $\theta_z = 2\pi/12 = \pi/6$ , рад. Осевая подача инструмента  $S_0 = 0,25$  мм/об. окр. Ширина калибрующей кромки  $B = 7$  мм.

*Задача расчета.* Определить сочетание  $C_{ji}$  траекторий  $ji$  и их угловое смещение в пределах полного оборота окружности детали, т.е. угловое расположение полюсов технологического зацепления  $p_j$  и  $p_i$ . Определить угловые и радиальные координаты вершин многогранного профиля относительно полюсов зацепления  $p_j$  и  $p_i$  и радиальные отклонения вершин многогранного профиля детали от номинальной окружности в относительном и абсолютном виде.

*Последовательность расчета.*

1. Число резцов, участвующих в формообразовании каждого поперечного профиля детали, находим по формуле

$$n = E \left[ \left\lfloor \frac{BZ}{iS_0} \right\rfloor \right] = E \left[ \left\lfloor \frac{7 \cdot 12}{(-50) \cdot 0,25} \right\rfloor \right] = E \llbracket -6,72 \rrbracket = 6.$$

2. Определяем максимальное радиальное отклонение профиля детали, образованного одной траекторией, в приведенном и абсолютном виде:

$$\tilde{\delta}_{1\max} = -\frac{(1 - i_1)i_1\pi^2}{2(i_1 - i)^2} = -\frac{(1 - (-1,67))(-1,67)\pi^2}{2((-1,67) - (-50))^2} = 0,00941;$$

$$\delta_{1\max} = -R_d \frac{(1 - i_1)i_1\pi^2}{2(i_1 - i)^2} = -\tilde{\delta}_{1\max}R_d = 0,282 \text{ мм.}$$

3. Абсолютное угловое смещение траекторий формообразования для двух соседних резцов  $\tau_z$  вычисляем по зависимости

$$\tau_z = -\theta_z i = -\frac{\pi}{6}(-50) = 26,167 \text{ рад.}$$

4. Находим приведенное угловое смещение  $\tilde{\tau}_z$  траекторий формообразования для двух соседних резцов:

$$\tilde{\tau}_z = M \left\{ \left| \frac{\tau_z}{-2\pi} \right| \right\} = M \left\{ \left| \frac{26,167}{-2\pi} \right| \right\} = M \{ 4,167 \} = 0,167 \text{ об.окр.}$$

5. Модуль приведенного углового смещения траекторий двух соседних резцов  $\xi_z$  вычисляем по зависимости

$$\xi_z = 2^{-1} - |2^{-1} - \tilde{\tau}_z| = 0,5 - |0,5 - 0,167| = 0,167 \text{ об.окр.}$$

6. Определяем приведенные угловые смещения  $\tilde{\tau}_{1j}$  траекторий формообразования для всех резцов, начиная со второго, зацепляемых с профилем детали, относительно траектории первого резца:

$$\tilde{\tau}_{1j} = M \{ \tilde{\tau}_z(j - 1) \}, \quad (14)$$

где  $j = 2, \dots, n$ ;  $M$  — мантисса, или дробная часть, абсолютного углового смещения, выраженная в долях оборота;

$$\tilde{\tau}_{12} = M \{ 0,167(2 - 1) \} = 0,167 \text{ об.окр.};$$

$$\tilde{\tau}_{13} = M \{ 0,167(3 - 1) \} = 0,334 \text{ об.окр.};$$

$$\tilde{\tau}_{14} = M \{ 0,167(4 - 1) \} = 0,501 \text{ об.окр.};$$

$$\tilde{\tau}_{15} = M \{ 0,167(5 - 1) \} = 0,668 \text{ об.окр.};$$

$$\tilde{\tau}_{16} = M \{ 0,167(6 - 1) \} = 0,835 \text{ об.окр.}$$

7. Сортируем значения  $\tilde{\tau}_{1j}$  в плоскости формообразования по возрастанию, начиная с минимального, и формируем последовательность  $C_{ji}$  чередования траекторий по периметру окружности, начиная с первой и присваивая индексу  $j$  номер предыдущей траектории, а индексу  $i$  — номер последующей траектории:

$$C_{ji} = 1-2-3-4-5-6.$$

8. Определяем приведенные угловые смещения  $\tilde{\tau}_{ji}$  для соседних по периметру окружности траекторий в последовательности  $C_{ji}$ :

$$\tilde{\tau}_{ji} = 2\pi M \{ \tilde{\tau}_z(i - j) \}; \quad (15)$$

$$\tilde{\tau}_{12} = 2\pi \cdot 0,167 = 1,047;$$

$$\tilde{\tau}_{23} = 2\pi \cdot 0,167 = 1,047;$$

$$\tilde{\tau}_{34} = 2\pi \cdot 0,167 = 1,047;$$

$$\tilde{\tau}_{45} = 2\pi \cdot 0,167 = 1,047;$$

$$\tilde{\tau}_{56} = 2\pi \cdot 0,167 = 1,047;$$

$$\tilde{\tau}_{61} = 2\pi(1 - \tilde{\tau}_{16}) = 2\pi \cdot (1 - 0,835) = 2\pi \cdot (1 - 0,835) = 2\pi \cdot 0,165 = 1,047.$$

9. Находим значения угловых координат  $\varphi_{ji}$  вершин циклоидального многогранника относительно полюсов зацепления  $p_i, p_j$  для композиции траекторий:

$$\varphi_{ji} = \frac{\tilde{\tau}_{ji}}{2}; \quad (16)$$

$$\varphi_{12} = \varphi_{23} = \varphi_{34} = \varphi_{45} = \varphi_{56} = 0,5235 \text{ рад, } \varphi_{61} = 0,5235 \text{ рад.}$$

10. Вычисляем значения радиальных координат  $\tilde{\rho}_{ji}$  вершин многогранного профиля детали в точном виде, используя модели (2) или (3),

по зависимости

$$\tilde{\rho}_{ji} = 1 - \frac{(1 - i_1)i_1\varphi_{ji}^2}{2(i_1 - i)^2},$$

где угловая координата  $\varphi$  выражена в радианах;

$$\begin{aligned}\tilde{\rho}_{12} &= \tilde{\rho}_{23} = \tilde{\rho}_{34} = \tilde{\rho}_{45} = \tilde{\rho}_{56} = \tilde{\rho}_{61} = \\ &= 1 - \frac{(1 - (-1,67)) \cdot (-1,67) \cdot 0,5235^2}{2((-1,67) - (-50))^2} = \\ &= 1 - \frac{2,67 \cdot (-1,67) \cdot 0,274}{2 \cdot (48,33)^2} = 1 + 0,000261 = 1,000261.\end{aligned}$$

11. Значения приведенных радиальных отклонений  $\tilde{\delta}_{ji}$  вершин многогранного профиля детали находим по зависимости

$$\tilde{\delta}_{ji} = \tilde{\rho}_{ji} - 1,$$

где  $\varphi_{ji}$  выражен в радианах,

$$\begin{aligned}\tilde{\delta}_{12} &= \tilde{\delta}_{23} = \tilde{\delta}_{34} = \tilde{\delta}_{45} = \tilde{\delta}_{56} = 1,000261 - 1 = 0,000261; \\ \tilde{\delta}_{61} &= 1,000261 - 1 = 0,000261.\end{aligned}$$

12. Определяем абсолютные значения радиальных координат  $\rho_{ji}$  и радиальных отклонений  $\delta_{ji}$ :

$$\rho_{ji} = \tilde{\rho}_{ji}R_d;$$

$$\rho_{12} = \rho_{23} = \rho_{34} = \rho_{45} = \rho_{56} = \rho_{61} \cdot 1,000261 \cdot 30 = 30,00783 \text{ мм}; \quad (17)$$

$$\rho_{61} = 1,000261 \cdot 30 = 30,00783 \text{ мм};$$

$$\delta_{ji} = \rho_{ji} - R_d = \tilde{\delta}_{ji}R_d;$$

$$\delta_{12} = \delta_{23} = \delta_{34} = \delta_{45} = \delta_{56} = \delta_{61} = 0,00783 \text{ мм}.$$

Результаты расчета параметров формообразования для различных значений кинематического передаточного отношения приведены в табл. 2, а графическая интерпретация зависимости максимального радиального отклонения многогранного профиля от кинематического передаточного отношения приведена на рис. 4.

Из приведенного графика следует, что максимальное радиальное отклонение многогранного профиля, характеризующее его погрешность, немонотонно зависит от кинематического передаточного отношения.

Его максимальное значение в пределах рассматриваемого диапазона наблюдается при значениях  $i = -60, -48$ . Формообразующие траектории совпадают в поперечной плоскости. При этом значения погрешности профиля детали составляют соответственно  $\max \delta_{ji} = \delta_{1 \max} = 0,194$  и  $0,282$  мм.

Числовые значения параметров формообразования многогранного циклоидального профиля при попутном точении при варьировании кинематическим передаточным отношением для исходных данных

$i$	$n$	$\tilde{\delta}_{1\max}$	$\delta_{1\max}, \text{мм}$	$\tau_z, \text{рад}$	$\tilde{\tau}_z, \text{об.окр.}$	$C_{ij}$	$\tilde{\tau}_{ji}, \text{рад}$	$\delta_{ji}, \text{мм}$	Форма
-48	7	0,0102	0,307	25,12	0,000	1,2,3,4,5,6,7	$\tilde{\tau}_{12} = \tilde{\tau}_{23} =$ $\tilde{\tau}_{34} = \tilde{\tau}_{45} =$ $\tilde{\tau}_{56} = \tilde{\tau}_{67} =$ $= 0,000$	$\delta_{12} = \delta_{23} =$ $= \delta_{34} = \delta_{45} =$ $= \delta_{56} = \delta_{67} =$ $= 0,307$	Одногранник
-50	6	0,00941	0,282	26,167	0,167	1-2-3-4-5-6	$\tilde{\tau}_{12} = \tilde{\tau}_{23} =$ $= \tilde{\tau}_{34} = \tilde{\tau}_{45} =$ $\tilde{\tau}_{56} = \tilde{\tau}_{61} =$ $= 1,047$	$\delta_{12} = \delta_{23} =$ $= \delta_{34} = \delta_{45} =$ $= \delta_{56} = \delta_{61} =$ $= 0,00783$	Правильный шестигранник
-52	6	0,00848	0,2604	27,213	0,333	1,4-2,5-3,6	$\tilde{\tau}_{14} = \tilde{\tau}_{25} =$ $= \tilde{\tau}_{36} = 0;$ $\tilde{\tau}_{12} = \tilde{\tau}_{23} =$ $= \tilde{\tau}_{334} = 2,093$	$\delta_{12} = \delta_{23} =$ $= \delta_{34} = 0,0289$	Правильный трехгранник
-53	6	0,00834	0,250	27,737	0,417	1-6-4-2-5-3	$\tilde{\tau}_{16} = 0,534;$ $\tilde{\tau}_{64} = \tilde{\tau}_{42} =$ $= \tilde{\tau}_{53} = \tilde{\tau}_{61} =$ $= 1,042;$ $\tilde{\tau}_{25} = 1,576$	$\delta_{16} = 0,002;$ $\delta_{64} = \delta_{42} =$ $= \delta_{53} = \delta_{61} =$ $= 0,007;$ $\delta_{25} = 0,016$	Неправильный шестигранник
-56	6	0,00735	0,221	29,307	0,667	1,4-2,5-3,6	$\tilde{\tau}_{14} = \tilde{\tau}_{25} =$ $= \tilde{\tau}_{36} = 0;$ $\tilde{\tau}_{12} = \tilde{\tau}_{23} =$ $= \tilde{\tau}_{34} = 2,093$	$\delta_{12} = \delta_{23} =$ $= \delta_{34} = 0,0245$	Правильный трехгранник
-58	5	0,00693	0,208	30,353	0,833	1-2-3-4-5-6	$\tilde{\tau}_{121} = \tilde{\tau}_{23} =$ $= \tilde{\tau}_{34} = \tilde{\tau}_{45} =$ $= 1,047;$ $\tilde{\tau}_{51} = 2,091$	$\delta_{12} = \delta_{23} =$ $= \delta_{34} = \delta_{45} =$ $= 0,006;$ $\delta_{51} = 0,023$	Неправильный пятигранник

Примечание:  $i_1 = -1,67; i = -50; Z = 12; \theta_7 = \pi/6 \text{ рад}; S_0 = 0,25 \text{ мм/об.дет.}; B = 7 \text{ мм}$

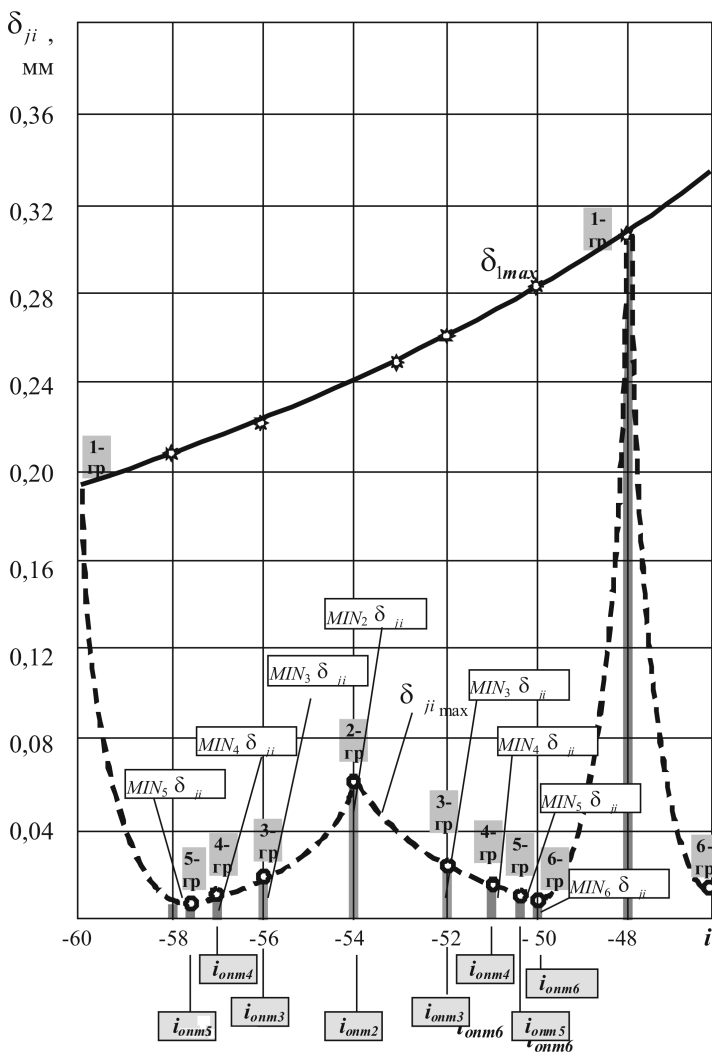


Рис. 4. Зависимость максимального радиального отклонения многогранного профиля от кинематического передаточного отношения

Поперечное сечение представляет собой циклоидальный одногранник. Минимальные значения погрешности для числа резцов, формирующих профиль  $n = 6$ , обеспечиваются при  $i_{opt} = -58, -50$  и составляют соответственно  $\min \delta_{ji} = 0,006; 0,008$  мм. Однако применительно к исходным данным рассматриваемого примера при  $i_{opt} = -58$  число резцов, формирующих каждое поперечное сечение детали, становится равным 5. Поэтому сечение представляет собой неправильный пятигранник.

Сопоставляя полученные значения, выявили, что в условиях точения, незначительно корректируя заданный уровень кинематического передаточного отношения до оптимальных значений, при многолезвийном формообразовании можно в десятки раз снизить погрешность

поперечного профиля детали по сравнению с формообразованием каждым отдельно взятым резцом.

Это создает предпосылки для увеличения круговой подачи инструмента, а следовательно, позволяет повысить производительность процесса обработки.

**Выводы.** 1. Разработана методика оценки кинематической погрешности формообразования для бироторных станков с обработкой в режиме точения по композиции траекторий формообразования.

2. Установлено, что при оптимальной композиции  $n$  траекторий можно достичь уменьшения радиальной погрешности профиля по сравнению с погрешностью профиля, образованного отдельной траекторией, в  $n^2$  раз.

3. Для условий точения, незначительно корректируя заданный уровень кинематического передаточного отношения (в пределах 10 %) до оптимальных значений, при многолезвийном формообразовании можно в десятки раз снизить погрешность поперечного профиля детали по сравнению с формообразованием каждым отдельно взятым резцом.

4. Определены оптимальные значения кинематического передаточного отношения, обеспечивающие локальные и глобальный минимумы кинематической погрешности формообразования.

*Работа выполнена в рамках аналитической ведомственной целевой программы “Развитие научного потенциала высшей школы 2009–2010 годы”, проект 2.1.2/1509.*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. И в а н о в В. С. Моделирование процесса циклоидального формообразования при лезвийной обработке поверхностей вращения // Технология машиностроения. – 2007. – № 7. – С. 19–23.
2. И в а н о в В. С. Итерационный метод решения рекуррентных уравнений в задачах циклоидального формообразования деталей при обработке вращающимся лезвийным инструментом // Технология машиностроения. – 2008. – № 5. – С. 17–22.

Статья поступила в редакцию 26.10.2010

Вячеслав Сергеевич Иванов — канд. техн. наук, зам. директора НИИ КМ и ТП МГТУ им. Н.Э. Баумана .

V.S. Ivanov — Ph. D. (Eng.), deputy director of KM & TP research institute of the Bauman Moscow State Technical University.

Дмитрий Вячеславович Иванов — аспирант кафедры “Металлорежущие станки” МГТУ им. Н.Э. Баумана .

D.V. Ivanov — post-graduate of “Metal-Cutting Machines” department of the Bauman Moscow State Technical University.