

УДК 537.525

М. В. Филиппский, С. Т. Суржиков  
(Институт проблем механики РАН)

## РАДИАЦИОННЫЙ НАГРЕВ ВНУТРЕННЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ВОДОРОДНОГО И ВОЗДУШНОГО ПЛАЗМЕННОГО ГЕНЕРАТОРА

*Приведена нестационарная газодинамическая модель потока вязкого, теплопроводящего излучающего газа через локализованную область плазмы в лазерном плазменном генераторе. Модель основана на уравнениях Навье–Стокса, уравнении сохранения энергии для химически равновесного теплопроводящего газа и уравнении переноса излучения в многогрупповом спектральном приближении. В качестве плазмообразующего газа исследован воздух и водород при атмосферном давлении. Проведен численный расчет радиационного нагрева внутренней поверхности лазерного плазменного генератора. Групповые и интегральные радиационные тепловые потоки на внутреннюю поверхность цилиндрического лазерного плазменного генератора были вычислены при помощи  $P_1$ -приближения метода сферических гармоник, метода дискретных направлений и метода дискретных ординат. Приведено сравнение численных результатов.*

Энергетические устройства типа лазерного плазменного генератора (ЛПГ) представляют большой практический интерес для изучения газодинамических процессов, возникающих в разнообразных аэрокосмических приложениях. Лазерные плазменные генераторы характеризуются чрезвычайно высокими температурами равновесной плазмы  $T = 20\,000$  К при атмосферном давлении, которая, к тому же, является абсолютно чистой, поскольку образуется вдалеке от ограничивающих объем поверхностей. Плазма, генерируемая в ЛПГ, может быть использована для изучения процессов сильного радиационно-газодинамического взаимодействия, характерного для высокотемпературных ударных слоев, образующихся у поверхности сверхорбитальных космических аппаратов, и для экспериментального изучения оптических свойств высокотемпературного газа. Лазерные плазменные генераторы рассматриваются также как один из перспективных видов ракетных двигателей будущего [1, 2].

Последнее десятилетие исследование ЛПГ проводилось в основном с использованием расчетно-теоретических моделей различной сложности. Некоторый промежуточный итог исследованиям подведен в работе

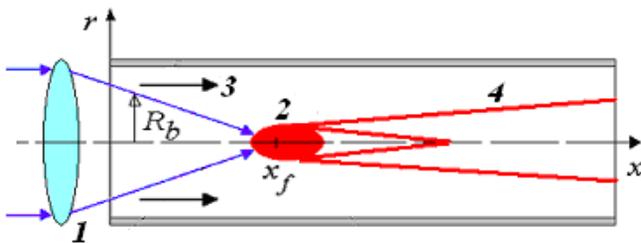
[3], где приведены результаты исследований теплопроводных и радиационных режимов распространения лазерных волн горения, существование которых и обуславливает уникальные свойства ЛПГ. Попытки расчета плотности радиационного теплового потока от лазерной плазмы на поверхности цилиндрического канала, ограничивающего лазерную плазму в ЛПГ, предпринятые в работе [4], указывают на большую сложность данной задачи. Главная проблема вычислительного характера то, что лазерная плазма, испускающая интенсивное тепловое излучение, занимает локализованную в объеме область, в то время как практически все расчетные методы теории переноса теплового излучения ориентированы на более или менее равномерное распределение источников излучения в исследуемой области.

В настоящей работе приведена расчетно-теоретическая модель ЛПГ, позволяющая предсказывать характеристики радиационных и газодинамических процессов в камерах ЛПГ, а также выполнять расчеты потерь радиационной энергии из воздушной и водородной лазерной плазмы энергетических устройств типа плазменных генераторов. Как уже было сказано, температура плазмы в ЛПГ (лазерная волна горения–ЛВГ) достигает 20 000 К, при этом, в присутствии потока газа внутри ЛПГ за ЛВГ возникает высокотемпературная струя. Поэтому расчет радиационных потоков на внутреннюю поверхность ЛПГ имеет большой практический интерес не только для определения коэффициента полезного действия ЛПГ, но также и для обеспечения термической защиты внутренней поверхности ЛПГ.

Для решения этой задачи были использованы следующие вычислительные методы:  $P_1$ -приближение метода сферических гармоник, метод дискретных направлений (МДН) и метод дискретных ординат (МДО). Радиационные свойства водородной и воздушной плазмы были представлены 37-групповой оптической моделью, которая создана с помощью вычислительной системы MONSTER [5].

Заметим, что приведенная радиационная газодинамическая модель и созданная электронная база данных термодинамических (плотность, теплоемкость, энтальпия), переносных (вязкость, теплопроводность) и спектральных оптических свойств может быть использована для плазменных генераторов других типов (дугового плазменного генератора, индукционного плазменного генератора и т.д.).

**Постановка задачи о радиационной газовой динамике ЛПГ.** Схема ЛПГ приведена на рис. 1. Исследуемый плазменный генератор представляет собой цилиндрическую камеру, в которой на некотором расстоянии  $x_f$  от входного сечения создается низкотемпературная плазма посредством фокусированного лазерного излучения. Плотность потока лазерного излучения (в данном случае непрерывного  $\text{CO}_2$ -лазера с



**Рис. 1. Схема ЛПГ:**

1 — фокусированное лазерное излучение; 2 — лазерная волна горения; 3 — продуваемый газовый поток; 4 — плазменная струя

длиной волны  $\lambda = 10,6$  микрон) меньше, чем это необходимо для создания оптического пробоя, но достаточна для поддержания плазмы в лазерном луче. Характерный размер плазмы определяется поперечным размером лазерного пучка  $R_b$  в месте локализации плазмы. Скорость газа в канале ЛПГ дозвуковая ( $\sim 10 \dots 100$  м/с), температура достигает  $\sim 15\,000 \dots 20\,000$  К.

Использованная радиационная газодинамическая (РГД) модель состоит из уравнений неразрывности, Навье–Стокса, сохранения энергии (в форме уравнения для температуры Фурье–Кирхгоффа), переноса лазерного (монохроматического) и теплового (широкополосного) излучения:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho v)}{\partial r} = 0; \quad (1)$$

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{4}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{2}{3r} \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial r v}{\partial r} \right); \quad (2)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{4}{3r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu \frac{\partial v}{\partial r} \right) - 2 \frac{\mu v}{r^2} - \frac{21}{3r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{21}{3r} \frac{\partial \mu v}{\partial r} + \frac{2}{3r} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial(rv)}{\partial r} \right); \quad (3)$$

$$\rho c_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + Q_{\Sigma}; \quad (4)$$

$$Q_{\Sigma} = Q_L - Q_{HR}; \quad (5)$$

$$Q_L = \frac{\mu_\omega P_L}{\pi R_b^2} \exp\left(-\frac{r^2}{R_b^2}\right); \quad \frac{\partial P_L}{\partial x} = -\mu_\omega(x, r=0)P_L; \quad (6)$$

$$Q_{HR} = \sum_{g=1}^{N_g} \kappa_g (U_{b,g} - U_g) \Delta\omega_g; \quad (7)$$

$$\operatorname{div}\left(\frac{1}{3\kappa_g} \operatorname{grad} U_g\right) = -\kappa_g (U_{b,g} - U_g), \quad g = 1, 2, \dots, N_g, \quad (8)$$

где  $u$  и  $v$  проекции скорости  $\mathbf{V}$  на оси  $x$  и  $r$ ;  $\rho, p, c_p, \mu, \lambda$  — плотность, давление, удельная теплоемкость при постоянном давлении, вязкость и теплопроводность соответственно;  $T$  — температура;  $\mu_\omega$  — коэффициент поглощения лазерного излучения при длине волны 10,6 микрон;  $\kappa, U$  и  $U_b$  — коэффициент поглощения, плотность лучистой энергии среды и абсолютно черного тела при локальной температуре;  $P_L$  — мощность лазерного излучения; индекс  $\omega$  означает спектральные величины, а индекс  $g$  означает спектральные групповые характеристики, которые получены усреднением спектральных оптических свойств в каждом из  $N_g = 37$  спектральных диапазонов  $\Delta\omega_g$  полного спектрального диапазона  $\Delta\Omega$  (1 000...150 000 см<sup>-1</sup>). Лазерный пучок считается гауссовым;  $R_b$  — граница лазерного пучка.

Уравнение состояния нагретого газа используется в следующей форме:

$$\frac{p}{\rho} = \frac{R_0}{W_\Sigma} T, \quad (9)$$

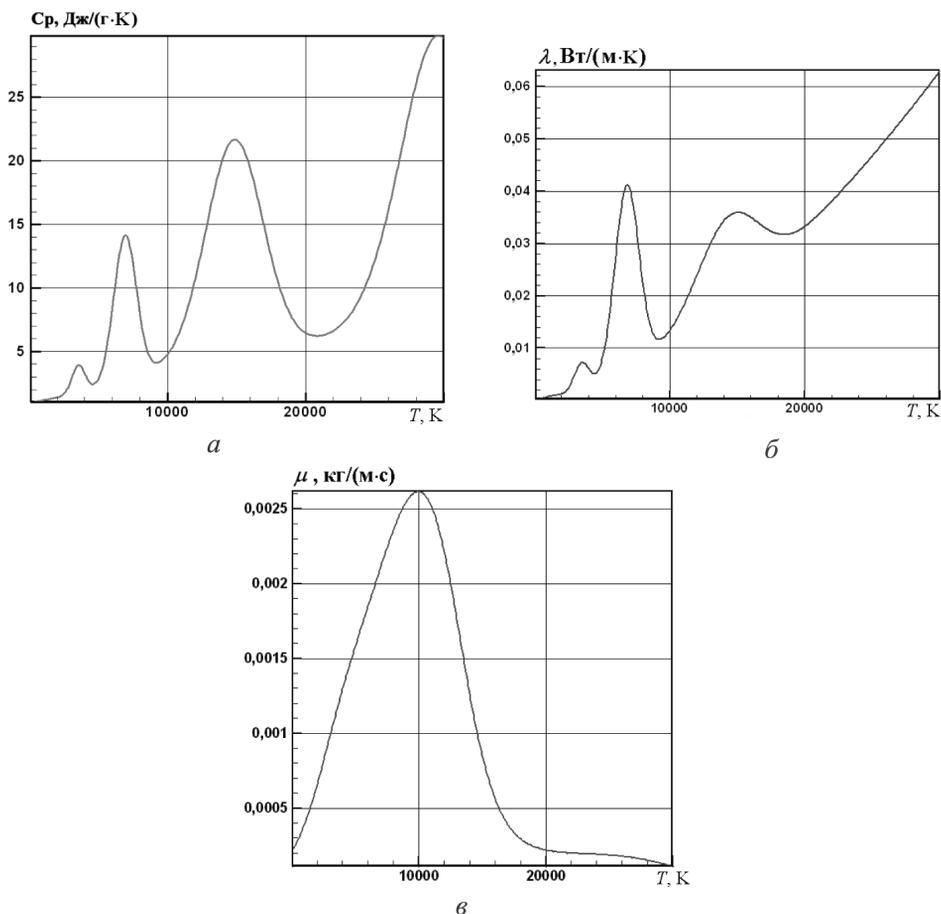
где  $R_0$  — универсальная газовая постоянная;  $W_\Sigma$  — суммарный молекулярный вес, который зависит от температуры вследствие диссоциации и ионизации газа при высоких температурах.

Поверхность, ограничивающая канал ЛПГ, считается абсолютно черной при постоянной температуре  $T_w$ . Направление распространения лазерного пучка совпадает с направлением оси  $x$ . Скорость вдуваемого газа во входном сечении канала ( $x = 0$ )  $u = u_0$ . В выходном сечении канала используются граничные условия второго рода (равенство нулю первой производной по продольной координате искомых функций).

Для описания переноса лазерного излучения используется приближение геометрической оптики. Уравнение переноса селективного теплового излучения интегрируется в форме многогруппового  $P_1$ -приближения метода сферических гармоник [5]. Чтобы определить радиационные характеристики (вектор спектрального радиационного потока и его дивергенцию), необходимо проинтегрировать систему  $N_g$  уравнений (8). Необходимо также подчеркнуть, что  $P_1$ -приближение используется не только для расчета баланса лучистой энергии в ЛВГ,

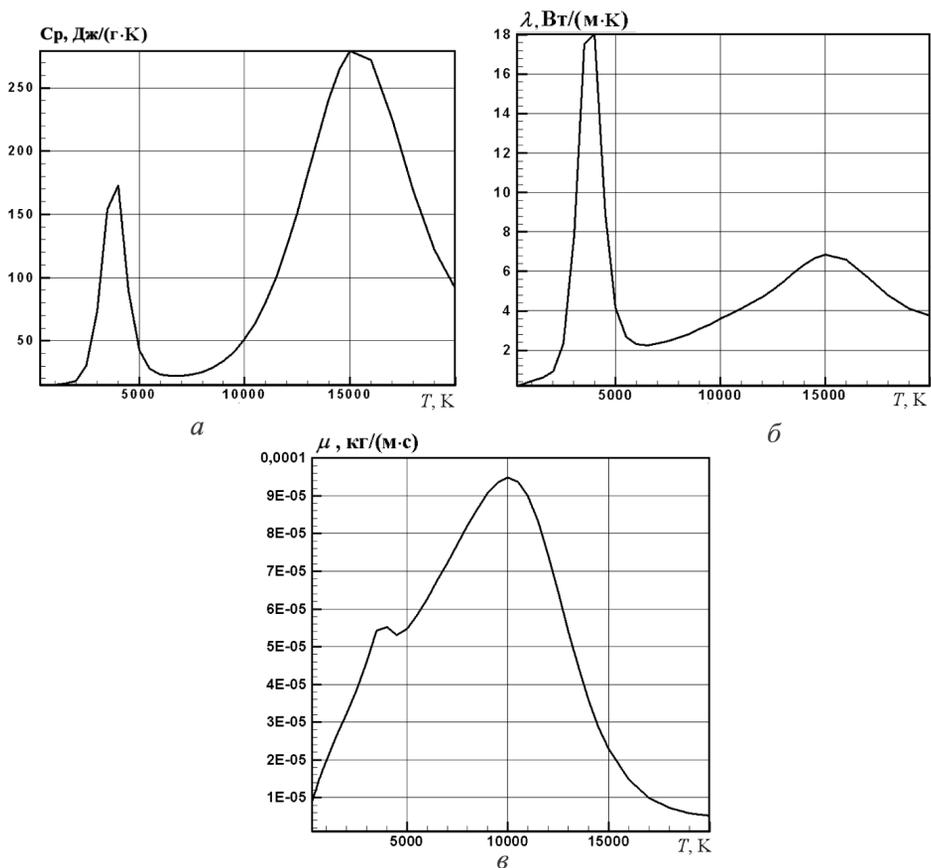
но также и для определения групповых радиационных потоков на внутреннюю поверхность ЛПГ. Вместе с тем, хорошо известно, что  $P_1$ -приближение — это неточный метод решения данной задачи. Поэтому для нахождения тепловых радиационных потоков на внутреннюю стенку ЛПГ использовались два других метода, более подходящие для решения данной задачи.

Использованные термодинамические, транспортные и спектральные оптические свойства воздушной и водородной плазмы приведены на рис. 2–5. Вязкость и теплопроводность рассчитывались по расчетным соотношениям работы [6]. Спектральная оптическая модель (см. рис. 4) была создана при помощи вычислительной системы MONSTER [7]. Групповая оптическая модель (см. рис. 5) получена усреднением спектрального коэффициента поглощения в 37 спектраль-

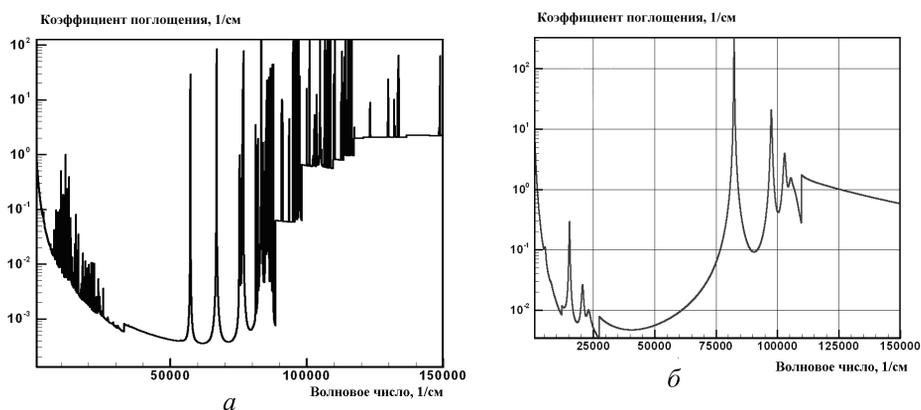


**Рис. 2. Свойства воздушной плазмы:**

$a$  — удельная теплоемкость при постоянном давлении  $p = 1$  атм;  $б$  — полная теплопроводность;  $в$  — вязкость



**Рис. 3. Свойства водородной плазмы:**  
*а, б, в* — см. рис. 2



**Рис. 4. Спектральный коэффициент поглощения воздушной (*а*) и водородной (*б*) плазмы при  $p = 1$  атм и  $T = 15\,000$  К**

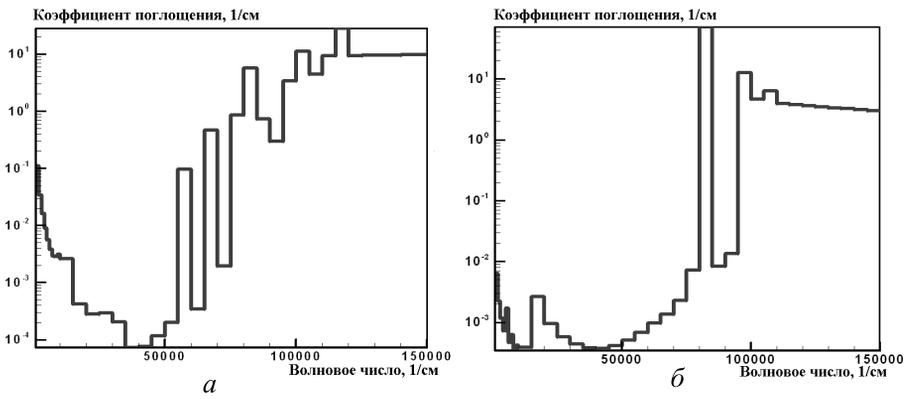


Рис. 5. 37-групповой коэффициент поглощения воздушной (а) и водородной (б) плазмы при  $p = 1$  атм и  $T = 15\,000$  К

ных группах. Данная модель была использована для нахождения радиационных потоков на внутренней стенке ЛПП.

**Метод дискретных направлений.** Это один из методов, позволяющий получить асимптотически точные расчетные данные по распределению плотности радиационных потоков на поверхности. Алгоритм метода дискретных направлений (в зарубежной литературе используется также термин *ray-tracing method*) заключается в следующем. Для вычисления плотности радиационного теплового потока на любой элементарной площадке внутренней поверхности ЛПП необходимо ввести локальную систему координат и проинтегрировать уравнение переноса энергии вдоль каждого испущенного луча.

Каждый луч  $\vec{\Omega}$  в локальной системе координат имеет следующие угловые координаты: широтный угол  $\theta \in [0, \pi/2]$  и азимутальный угол  $\varphi \in [0, 2\pi)$ .

Радиационный тепловой поток определяется следующим уравнением:

$$W_\nu(\vec{R}_j) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} J_\nu(\vec{R}_j, \vec{\Omega}) \cos \theta \sin \theta d\theta, \quad (10)$$

где  $R_j(x_j, r_j)$  — радиус вектор  $j$ -й точки на внутренней поверхности ЛПП в лабораторной системе координат;  $x_j, r_j$  — аксиальная и радиальная координаты  $j$ -й точки;  $J_\nu(\vec{R}_j, \vec{\Omega})$  — спектральная интенсивность излучения в точке  $R_j(x_j, r_j)$  в соответствующем направлении  $\vec{\Omega}$ .

Для вычислений используется следующая сетка:

$$\bar{\omega} = \{h_i = r_i - r_{i-1} = \text{const}, \quad h_j = x_j - x_{j-1} = \text{const}; \\ i = 1, \dots, NI, \quad j = 1, \dots, NJ\}.$$

Введение угловой конечно-разностной сетки позволяет проинтегрировать спектральную интенсивность в уравнении (10) по угловым переменным и вычислить спектральный радиационный поток:

$$W_\nu(\vec{R}_j) = \sum_{m=1}^{N_\varphi-1} (\varphi_{m+1} - \varphi_m) \sum_{n=1}^{N_\theta-1} J_\nu(\vec{R}_j, \vec{\Omega}_{m,n}) \times \\ \times (\sin \theta_{n+1} \cos \theta_{n+1} - \sin \theta_n \cos \theta_n) (\theta_{n+1} - \theta_n) \quad (11)$$

или

$$W_\nu(\vec{R}_j) = \sum_{m=1}^{N_\varphi-1} (\varphi_{m+1} - \varphi_m) \times \sum_{n=1}^{N_\theta-1} J_\nu(\vec{R}_j, \vec{\Omega}_{m,n}) \frac{(\cos^2 \theta_{n+1} - \cos^2 \theta_n)}{2},$$

где  $N_\varphi$  — количество азимутальных направлений;  $N_\theta$  — количество направлений по широтному углу.

Направляющие косинусы выбранного вектора направления распространения излучения  $\vec{\Omega}_{m,n} = (\omega_x)_{m,n} \vec{i} + (\omega_y)_{m,n} \vec{j} + (\omega_z)_{m,n} \vec{k}$  вычисляются по следующим формулам:

$$\begin{aligned} (\omega_x)_{m,n} &= \sin \theta_n \cos \varphi_m; \\ (\omega_y)_{m,n} &= \sin \theta_n \sin \varphi_m; \\ (\omega_z)_{m,n} &= \cos \theta_n. \end{aligned} \quad (12)$$

Для того чтобы определить спектральную интенсивность излучения  $J_\nu(\vec{R}_j, \vec{\Omega})$ , необходимо проинтегрировать уравнение переноса излучения по неоднородному оптическому пути. Для этого можно воспользоваться следующим решением уравнения переноса излучения:

$$J_\nu(\tau_\nu) = \int_0^{\tau_\nu} B_\nu(\tau'_\nu) \exp[-(\tau_\nu - \tau'_\nu)] d\tau'_\nu, \quad (13)$$

где  $\tau_\nu = \int_0^s \kappa_\nu ds'$  — оптическая длина;  $B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} [\exp(h\nu/kT) - 1]^{-1}$

— излучение абсолютно черного тела;  $s$  — координата вдоль луча;  $s = 0$ ,  $s = L$  — начальная и конечная координаты отрезка в направлении вектора  $\vec{\Omega}_{m,n}$ .

Для каждого луча  $\vec{\Omega}_{m,n}$  формулируется конечно-разностная сетка по пространственной переменной  $s$ . Для этого необходимо вычислить координаты пересечения луча  $\vec{\Omega}_{m,n}$  со всеми гранями пространственной

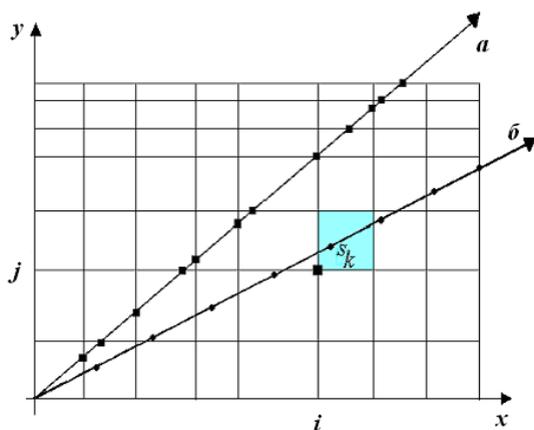


Рис. 6. Конечно-разностная схема

конечно-разностной сетки. Такие точки пересечения показаны на рис. 6 (см. луч  $a$ ).

Задача нахождения координат точек пересечения не представляет собой сложную задачу. Для этого можно воспользоваться аналитической геометрией. Однако этот метод является чрезвычайно трудоемким, особенно для неструктурированных сеток. В настоящей статье используется алгоритм псевдослучайной выборки. Главная идея этого подхода состоит в следующем. Отрезок луча в направлении вектора  $\vec{\Omega}_{m,n}$  (между начальной и конечной точкой) делится на  $NS$  точек (см. рис. 6, луч  $b$ ). Затем для каждого узла  $s_k$  ищется ближайший узел или элементарный объем пространственной вычислительной сетки. Таким образом, каждому узлу сегмента  $[s = 0, s = L]$  ставятся в соответствие известные на расчетной сетке температура и спектральный коэффициент поглощения.

Численное интегрирование выражения (13) приводит к следующему соотношению:

$$\begin{aligned}
 J(\tau_{NS}, \vec{\Omega}_{m,n}) &= \\
 &= \exp(-\tau_{NS}) \left\{ \sum_{k=1}^{NS-1} \tilde{B}_k \exp(\tau_k) \cdot [\exp(\tau_{k+1} - \tau_k) - 1] \right\}; \\
 \tilde{B}_k &= \frac{(B_k + B_{k+1})}{2}, \\
 \tau_l &= \sum_{i=1}^{l-1} \frac{(\kappa_i + \kappa_{i+1})}{2} (s_{i+1} - s_i), \quad l = 2, \dots, NS.
 \end{aligned} \tag{14}$$

Расчет групповой интенсивности излучения по формуле (14) с последующим суммированием по формуле (11) позволяет определить

искомую плотность радиационного теплового потока. Представляется очевидным, что точность такого расчета во многом зависит от подробности введенных конечно-разностных сеток.

**Метод дискретных ординат** является одним из наиболее активно развиваемых в настоящее время методов. Это обусловлено его высокой экономичностью и универсальностью. Уравнение переноса теплового излучения вдоль выбранного направления  $\vec{\Omega}$  может быть записано в виде

$$\left(\vec{\Omega}\vec{\nabla}\right) I_{\lambda}(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \kappa_{\lambda} \left( I_{b,\lambda}(\vec{r}) - I_{\lambda}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \right), \quad (15)$$

где  $I_{\lambda}(\vec{r}, \vec{\Omega})$  и  $I_{b,\lambda}(\vec{r})$  — спектральная интенсивность среды и абсолютно черного тела;  $\kappa_{\lambda}$  — спектральный коэффициент поглощения среды.

Граничные условия для уравнения (15) формулируются в виде

$$I_{\lambda}(s, \vec{\Omega}) = \varepsilon I_{b,\lambda}[T(s)], \quad (\vec{n}, \vec{\Omega}) < 0, \quad (16)$$

где  $I_{\lambda}(s, \vec{\Omega})$  — спектральная интенсивность на границе области;  $I_{b,\lambda}[T(s)]$  — спектральная интенсивность излучения абсолютно черного тела при температуре границы,  $s$  — координата на поверхности расчетной области;  $\vec{n}$  — нормаль к поверхности границы.

Уравнение переноса излучения в трактовке МДО имеет вид

$$\frac{\mu_n}{r} \frac{\partial r I^n}{\partial r} + \xi_n \frac{\partial I^n}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial (\eta_n I^n)}{\partial \varphi} = \kappa (I_b - I^n), \quad (17)$$

где  $I^n \equiv I_{\lambda}(\vec{r}, \vec{\Omega}(\eta_n, \mu_n, \xi_n))$  — спектральная интенсивность излучения в точке  $(r, z)$  в направлении  $\vec{\Omega}_n$  ( $\eta = \sin \theta \sin \varphi$ ,  $\mu = \sin \theta \cos \varphi$ ,  $\xi = \cos \theta$ ), которое выражено через полярный угол  $\theta$  между осью  $z$  и направлением  $\vec{\Omega}_n$ , и азимутальный угол  $\varphi$  между осью  $r$  и проекцией  $\vec{\Omega}_n$  на плоскость  $x-y$ . Уравнение (17) интегрируется с использованием следующих граничных условий:

$$r = R : \quad I^n = I_{bw}, \quad \mu_n < 0; \quad (18a)$$

$$r = 0 : \quad I^n = I^{n'}, \quad \mu_{n'} = -\mu_n, \quad \mu_n > 0; \quad (18б)$$

$$z = Z : \quad I^n = \varepsilon I_{bw}, \quad \xi_n < 0; \quad (18в)$$

$$z = 0 : \quad I^n = I_{bw}, \quad \xi_n > 0, \quad (18г)$$

где  $I_{bw}$  — излучение абсолютно черного тела при температуре поверхности границы.

Пусть количество направлений  $\xi$  равняется  $LN$ . Для каждого направления  $\xi_l$  ( $1 \leq l \leq LN$ ) направляющие косинусы  $\eta$  и  $\mu$  имеют  $M_l N$  дискретных значений, количество которых зависит от  $l$  ( $1 \leq m \leq M_l N$ ):  $\xi_l = \cos \theta_l$ ,  $\mu_{l,m} = \sin \theta_l \cos \varphi_m$ ,  $\eta_{l,m} = \sin \theta_l \sin \varphi_m$ .

Умножим уравнение (17) на  $2\pi r dr dz$  и проинтегрируем по контрольному объему в цилиндрической системе координат. В результате получится разностное уравнение

$$\begin{aligned} \mu_{l,m}(r_{i+1/2} I_{i+1/2,j}^{l,m} - r_{i-1/2} I_{i-1/2,j}^{l,m}) \Delta z_j + \xi_l (I_{i,j+1/2}^{l,m} - I_{i,j-1/2}^{l,m}) r_i \Delta r_i - \\ - \frac{(\alpha_{l,m+1/2} I_{i,j}^{l,m+1/2} - \alpha_{l,m-1/2} I_{i,j}^{l,m-1/2}) \Delta r_i \Delta z_j}{\omega_{l,m}} = \\ = \kappa_{i,j} (I_{bi,j} - I_{i,j}^{l,m}) r_i \Delta r_i \Delta z_j, \quad (19) \end{aligned}$$

где  $\Delta r_i = r_{i+1/2} - r_{i-1/2}$ ,  $\Delta z_j = z_{j+1/2} - z_{j-1/2}$ ,  $\omega_{l,m}$  — угловой коэффициент, характеризующий направление  $\vec{\Omega}_{l,m}$ . Индексы  $i$  и  $j$  означают радиальную и аксиальную координату центра контрольного объема; индексы  $l, m$  означают угловое направление. Увеличение или уменьшение индекса на  $1/2$  относит обозначаемую величину к граням контрольного объема. Для аппроксимации углового распределения интенсивности используются угловые коэффициенты  $\alpha_{l,m \pm 1/2}$ . Эти коэффициенты находятся из рекуррентного соотношения

$$\alpha_{l,m+1/2} = \alpha_{l,m-1/2} - \omega_{l,m} \mu_{l,m}, \quad (20)$$

причем для каждого уровня  $\xi$  первый коэффициент  $\alpha_{l,1/2}$  приравнивается нулю.

Средняя интенсивность в центре ячейки выражается через средние интенсивности на гранях по интерполяционным формулам:

$$\begin{aligned} I_{i,j}^{l,m} &= \gamma_r I_{r,end}^{l,m} + (1 - \gamma_r) I_{r,ref}^{l,m}; \\ I_{i,j}^{l,m} &= \gamma_z I_{z,end}^{l,m} + (1 - \gamma_z) I_{z,ref}^{l,m}; \\ I_{i,j}^{l,m} &= \gamma_\varphi I_{i,j}^{l,m+1/2} + (1 - \gamma_\varphi) I_{i,j}^{l,m-1/2}. \end{aligned} \quad (21)$$

Символ  $\gamma$  представляет собой весовую функцию. Определяемые интенсивности не могут быть отрицательными величинами, поэтому весовые функции выбираются из интервала  $0,5 \leq \gamma \leq 1$  с помощью метода, гарантирующего их положительность. Один из методов выбора  $\gamma$  приведен в работе [8] (см. также работу [9]). Подставляя соотношения (21) в уравнение (19), получим зависимость интенсивности в центре

контрольного объема от известных интенсивностей на боковых гранях ячейки:

$$I_{i,j}^{l,m} = \frac{A_{i,j}^{l,m} I_{rref}^{l,m} + B_{i,j}^{l,m} I_{zref}^{l,m} + C_{i,j}^{l,m} I_{i,j}^{l,m-1/2} + \kappa_{i,j} I_{bi,j} r_i \Delta r_i \Delta z_j}{D_{i,j}^{l,m}}, \quad (22)$$

где

$$A_{i,j}^{l,m} = |\mu_{l,m}| \left( \frac{1 - \gamma_r}{\gamma_r} A_{end} + A_{ref} \right), \quad B_{i,j}^{l,m} = |\xi_l| \frac{r_i \Delta r_i}{\gamma_z};$$

$$C_{i,j}^{l,m} = -\frac{\Delta r_i \Delta z_j}{\omega_{l,m}} \left( \frac{1 - \gamma_\varphi}{\gamma_\varphi} \alpha_{l,m+1/2} + \alpha_{l,m-1/2} \right);$$

$$D_{i,j}^{l,m} = \frac{|\mu_{l,m}|}{\gamma_r} A_{end} + B_{i,j}^{l,m} - \frac{\Delta r_i \Delta z_j}{\omega_{l,m}} \frac{\alpha_{l,m+1/2}}{\gamma_\varphi} + \kappa_{i,j} r_i \Delta r_i \Delta z_j.$$

Для того чтобы определить  $I_{i,j}^{l,1/2}$  необходимо решить выражения (22) в направлении  $\eta = 0$ ,  $\mu = \sqrt{1 - \xi_l^2}$  без учета угловой зависимости, положив  $\alpha$  равной нулю.

При решении уравнения переноса излучения применяется  $S_N$ -метод выбора дискретных направлений [8]. Для начала вычислений используются граничные условия (18). Средняя интенсивность в центре ячейки получается путем подстановки известных средних интенсивностей на боковых гранях ячейки в выражение (22). Затем с помощью формул (21) находятся неизвестные средние интенсивности на боковых гранях ячейки. Далее находится средняя интенсивность в центре следующей ячейки. После получения решения во всей расчетной области находятся радиальные, аксиальные потоки, дивергенция и плотность лучистой энергии. Формула для нахождения радиального радиационного потока для любого спектрального диапазона имеет вид

$$q_{i,j}^r = \sum_{l=1}^{LN} \sum_{m=1}^{M_l N} \omega_{l,m} \mu_{l,m} I_{i,j}^{l,m}. \quad (23)$$

Чтобы найти интегральный радиальный поток, суммируют  $q_{i,j}^r$  по всем спектральным диапазонам.

**Результаты численного моделирования.** Расчеты проводились для следующих исходных данных: мощность  $\text{CO}_2$ -лазера  $P_L = 100$  кВт, фокусное расстояние линзы  $x_f = 3$  см, расходимость лазерного излучения —  $\theta = 0,1$  радиан, начальный радиус пучка —  $R_b = 1,0$  см,

давление в канале ЛПГ  $p_0 = 1$  атм, скорость вдуваемого газа изменялась в следующем диапазоне:  $u_0 = 20 \dots 100$  м/с, длина и радиус канала ЛПГ составляет  $L_c = 11$  см,  $R_c = 2,0$  см (для водородного ЛПГ) и  $R_c = 1,3$  см (для воздушного ЛПГ). Вычислительная область разбита на неравномерную вычислительную сетку  $NJ = 120$ ,  $NI = 40$ .

Температура внутри ЛПГ, получаемая при решении системы РГД уравнений (1)–(8) при различных значениях скорости вдуваемого газа водорода или воздуха, представлена на рис. 7–8. При расчете воздушного ЛПГ делались разные предположения относительно структуры газового потока. Одна серия расчетов была выполнена для ламинарного потока газа, а вторая — для турбулентного потока в начальном сечении канала. В последнем случае уравнения радиационно-газодинамической модели дополнялись уравнениями  $(k - \varepsilon)$ -модели турбулентности.

Отметим важные особенности полученных решений. Увеличение входной скорости газа приводит к смещению лазерной плазмы вниз по потоку (см. рис. 7). Высокотемпературная область смещается к области фокусировки лазерного излучения ( $x_f = 3$  см). Если входную скорость продолжать увеличивать, то при прочих неизменных параметрах будет достигнут предел существования лазерной плазмы в потоке газа и она погаснет. Полученные температурные распределения также необходимо иметь в виду при последующем анализе распределений плотностей радиационных потоков по внутренней поверхности ЛПГ.

На рис. 8 показаны распределения температуры в воздушном ЛПГ для ламинарного и турбулентного потоков газа. Хорошо видно, что во

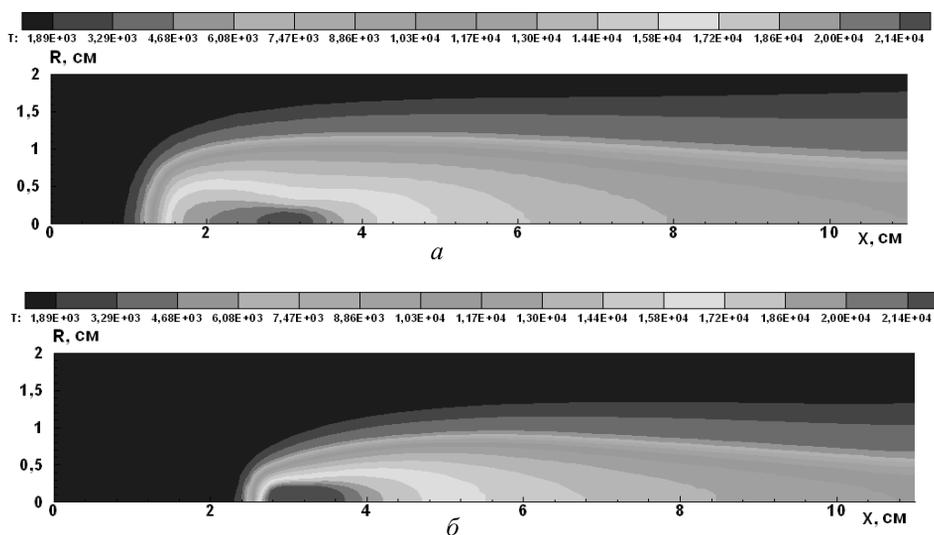
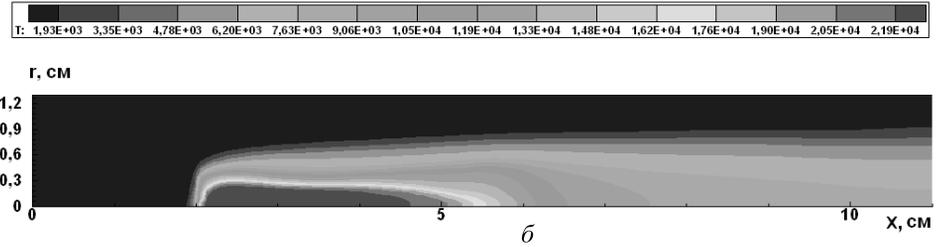
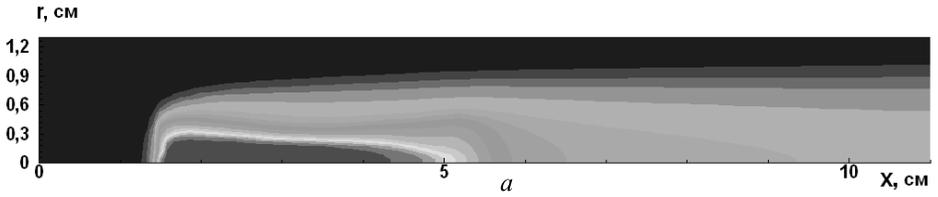
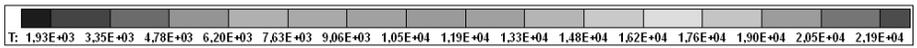


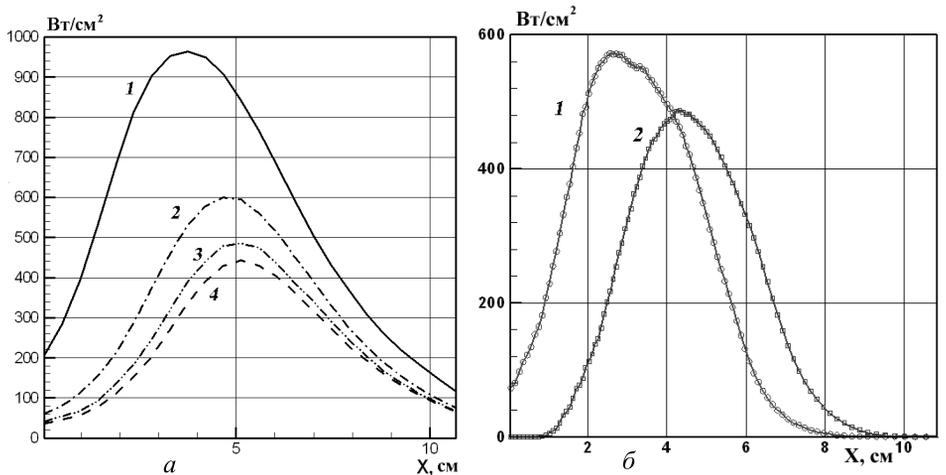
Рис. 7. Температура (К) в водородном ЛПГ для скорости газа 20 (а) и 60 м/с (б)



**Рис. 8.** Температура (К) в воздушном ЛПГ при входной скорости газа 30 м/с; ламинарный (*a*) и турбулентный (*б*) газовые потоки

втором случае поперечные размеры лазерной плазмы уменьшаются, что объясняется увеличением диссипативных процессов и, как следствие, возрастанием потерь энергии из высокотемпературной области.

Радиационные потоки на внутренней цилиндрической поверхности ЛПГ, вычисленные с использованием МДН для водорода и воздуха, приведены на рис. 9.

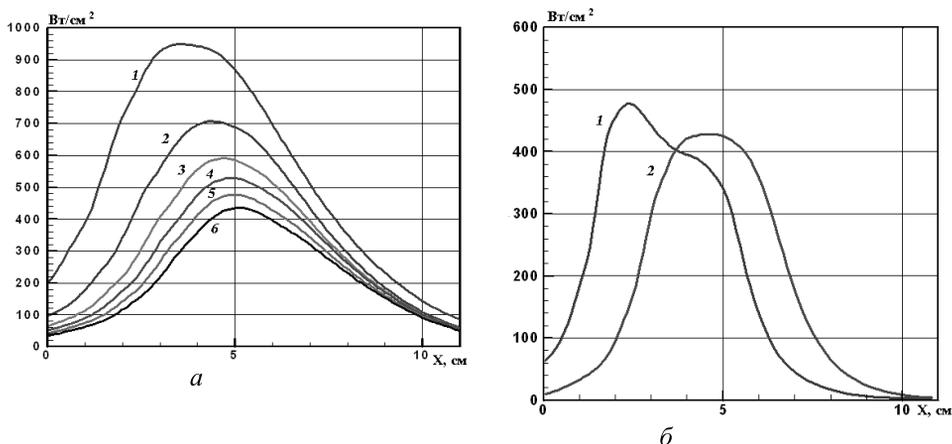


**Рис. 9.** Плотность интегрального потока излучения вдоль внутренней поверхности водородного ЛПГ (*a*) при скоростях вдуваемого газа  $u = 20; 40; 60$  и  $70$  м/с — 1...4 соответственно и воздушного ЛПГ при скорости вдуваемого газа 30 м/с (*б*) при ламинарном (1) и турбулентном (2) режимах течения. Расчет выполнен методом дискретных направлений

Вычисления проводились на угловой сетке  $N_\theta = N_\varphi = 21$ ;  $NS = 20$ . Распределения плотностей радиационных тепловых потоков вдоль внутренней поверхности водородного ЛПГ (рис. 9, *a*) свидетельствуют об их сильной зависимости от входной скорости газа. Это объясняется значительной деформацией температурного поля по мере увеличения скорости. Изменением температурного поля в лазерной плазме при ламинарном и турбулентном режимах течения также объясняет различие и в распределениях плотностей радиационных тепловых потоков для случая воздушного ЛПГ (рис. 9, *b*). Результаты систематического методического численного исследования показали, что радиационные тепловые потоки, вычисленные при помощи МДН, сильно зависят от параметров пространственно-угловой конечно-разностной сетки. Представленные расчетные данные соответствуют оптимальным параметрам.

На рис. 10 приведены результаты расчетов плотностей радиационных тепловых потоков, полученные при помощи МДО. Радиационные тепловые потоки на внутреннюю поверхность ЛПГ в зависимости от скорости вдуваемого газа в водородном ЛПГ показаны на рис. 10, *a*. На рис. 10, *b* приведено распределение теплового радиационного потока на внутренней стенке воздушного ЛПГ для турбулентного и ламинарного режимов течения.

Представленные распределения плотностей радиационных тепловых потоков позволяют сделать вывод о совпадении расчетных данных,



**Рис. 10.** Интегральный радиационный поток излучения вдоль внутренней поверхности водородного ЛПГ (*a*) при скоростях вдуваемого газа  $u = 20$ ;  $30$ ;  $40$ ;  $60$  и  $70$  м/с — *1...6* соответственно и воздушного ЛПГ при скорости вдуваемого газа  $30$  м/с (*b*) при ламинарном (*1*) и турбулентном (*2*) режимах течения. Расчет выполнен методом дискретных ординат

полученных с использованием МДН и МДО. Однако следует иметь в виду, что в рассмотренном случае последний из двух методов является более экономичным.

**Вывод.** Разработана радиационная газодинамическая модель лазерного плазменного генератора. Модель позволяет предсказывать параметры лазерных волн горения, конвективные и радиационные тепловые потоки в плазме и радиационный нагрев внутренней поверхности ЛПГ. Численно исследована динамика водородной и воздушной плазмы при атмосферном давлении и мощности лазера  $P_L = 100$  кВт. Выполнены расчеты плотностей радиационных тепловых потоков и произведено сравнение величин радиационных тепловых потоков, предсказываемых разными методами.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 04-01-00237)*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Г л э м б Р. Дж., К р а е р Х. Принципы устройства и современное состояние лазерных ракетных двигателей // АКТ. – 1985. – Т.3, № 1. – С. 119–132.
2. W a n g T. S., C h e n Y. S., L i u J. et al. Advanced Performance Modeling of Experimental Laser Lightcraft // Journal of Propulsion and Power. – 2002. – V.18. – № 6. – P. 1129–1138.
3. С у р ж и к о в С. Т. Радиационно-конвективный теплообмен в камере оптического плазмотрона // ТВТ. – 1990. – Т.28, № 6. – С. 1205–1213.
4. С у р ж и к о в С. Т. Численный анализ радиационных лазерных волн медленного горения // Квантовая электроника. – 2000. – Т.30, № 5. – С. 416–420.
5. С у р ж и к о в С. Т. Тепловое излучение газов и плазмы. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 560 с.
6. C a p i t e l l i M., C o l o n n a G., G o r s e C., D' A n g o l a A. Transport Properties of High Temperature Air in Local Thermodynamic Equilibrium // The European Physical Journal D. – 2000. – V.11. – P. 279–289.
7. S u r z h i k o v S. T., Computing System for Solving Radiative Gasdynamic Problems of Entry and Re-Entry Space Vehicles, Paper in Proc. of this Workshop, 8–10 October 2003, Lisbon, Portugal.
8. C a r l s o n B. G. & L a t h r o p K. D., Transport Theory — The Method of Discrete-Ordinates in Computing Methods in Reactor Physics, edited by H. Greenspan, C. Kelber, and D. Okrent, Gordon and Breach, New York, 1968.
9. M e n a r t J., Radiative Transport in Two-Dimensional Axisymmetric Thermal Plasma Using the S-N Discrete Ordinates Method on a Line-by-Line Basis. J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. – 2000. – Vol.67, № 4. – P. 273–291.

Статья поступила в редакцию 28.12.2004

Максим Владимирович Филипский аспирант кафедры “Физическая и химическая механика” МФТИ. В 2002 г. окончил факультет молекулярной и биологической физики МФТИ. В настоящее время является сотрудником лаборатории радиационной газовой динамики Института проблем механики РАН. Автор 11 научных работ в области переноса теплового излучения.

Maxim Vladimirovich Filipskiy (b. 1978) graduated from the Moscow Institute of Physics and Technology in 2002. Post-graduate of “Physical and Chemical Mechanics” department of the MIPT. He is an engineer in the Radiative Gas Dynamics Laboratory at the Institute for Problems in Mechanics of Russian Academy of Sciences. Author of 11 publications in the field of radiative heat transfer.



Сергей Тимофеевич Суржиков окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1975 г. Д-р физ.-мат наук, заведующий лабораторией “Вычислительная физико-химическая и радиационная газодинамика” Института проблем механики РАН, профессор кафедры “Теплофизика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 300 научных работ в области теплофизики и радиационной газодинамики.

S.T. Surzhikov graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1975. Dr. Sc(Phis.), Head of the Computational Physical-Chemical and Radiative Gas Dynamics Laboratory of the Institute for Problems in Mechanics Russian Academy of Sciences. Author of more than 300 publications in radiative gas dynamics and theory of heat and mass transfer.



---

**В издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана  
в 2004 г. вышла в свет книга**

**Суржиков С.Т.**

Тепловое излучение газов и плазмы. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 544 с.: 120 ил. (Компьютерные модели физической механики).

Введены основные понятия теории переноса лучистой энергии в горячих газах и низкотемпературной плазме. Представлена формулировка феноменологических коэффициентов и функций теории переноса, а также их связь с квантовыми характеристиками. Приведены основные законы теории переноса теплового излучения. Сформулировано уравнение переноса и даны наиболее часто употребляемые его частные формы. Обсуждаются особенности применения моделей элементарных радиационных процессов к построению феноменологических моделей переноса излучения. Представлены методы интегрирования уравнения переноса излучения по частоте и по пространственным переменным.

Для научных сотрудников и инженеров — специалистов в области теплообмена излучением, физической газовой динамики и физики низкотемпературной плазмы, а также для студентов и аспирантов физико-технических специальностей университетов.

По вопросам приобретения обращаться по тел. 433-82-98;  
e-mail: surg@ipmnet.ru