

УДК 621.436.013

Ю. А. Гришин, Р. Н. Хмелев,  
Н. С. Базаева

## ПОСТАНОВКА ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ПРИ МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОПИСАНИИ ТЕЧЕНИЯ ДИЗЕЛЬНОГО ТОПЛИВА В ТРУБЕ

*Предложены общие рекомендации и получены расчетные зависимости для определения условий на границах при математическом описании течения дизельного топлива в трубе. Приведены примеры расчетов.*

**E-mail: grishin@power.bmstu.ru; khmelev@klax.tula.ru;  
Natalia.bazaeva@yandex.ru**

**Ключевые слова:** дизельное топливо, математическое моделирование, граничные условия, метод Годунова.

Одним из основных этапов при численном моделировании системы топливоподачи дизельного двигателя является постановка граничных условий. Это позволяет выполнить совместный расчет процессов в основных элементах системы топливоподачи, к которым относятся трубопровод, полости топливного насоса высокого давления (ТНВД), штуцера и форсунки.

Анализ работ [1–4] по расчету системы топливоподачи позволяет сделать вывод об отсутствии общих обоснованных рекомендаций, связанных с постановкой граничных условий. При этом граничные условия формулируются различными способами, как правило, зависящими от используемого математического описания и численного метода решения уравнений гидродинамики.

Поэтому целью настоящей работы является выработка общих рекомендаций, связанных с постановкой граничных условий, которые в дальнейшем будут использоваться при совместном расчете элементов системы топливоподачи.

Математическое описание системы топливоподачи базируется на комбинации нульмерных (по пространству) и одномерной моделей. Нульмерный подход используется для описания гидромеханических процессов в полостях ТНВД, штуцера и форсунки, одномерный — для описания гидродинамических процессов в трубопроводе. Сопряжение этих моделей выполняется следующим образом. Одномерная модель трубы определяет расход (приход) жидкости для нульмерных моделей. Нульмерные модели полостей определяют параметры состояния

в полостях, которые используются для вычисления граничных условий модели трубы.

Рассмотрим более подробно математическую модель течения дизельного топлива в трубе и зависимости для вычисления граничных условий. Описание соответствующих нульмерных моделей приведено в работе [5].

В качестве исходных уравнений для описания течения дизельного топлива в трубе используются уравнения неразрывности, сохранения количества движения и сохранения энергии одномерного потока сжимаемой жидкости. Замыкается система уравнений уравнением состояния дизельного топлива, приведенным в работе [1]:

$$\oint (\rho u) dt - \rho dx = 0; \quad (1)$$

$$\oint (\rho u^2 + p) dt - \rho u dx = -\frac{\lambda \rho u |u| h_t h_x}{2d}; \quad (2)$$

$$\oint \rho u \left( e + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} \right) dt - \rho \left( e + \frac{u^2}{2} \right) dx = 0; \quad (3)$$

$$p = -B(T) + B(T) \left( \frac{v_0(T)}{v} \right)^{k(T)}, \quad (4)$$

где  $B = 10^6 [104 - 0,851(T - 293) + 0,44(\rho_{20} - 825)]$ ;  $k = 10,5 + 0,0141(T - 293)$ ;  $\rho_{20}$  — плотность при нормальных условиях;  $v$  — удельный объем;  $v_0$  — удельный объем при температуре  $T$  и атмосферном давлении.

Для решения системы уравнений (1)–(4) использовался метод Годунова, в соответствии с которым расчетные конечно-разностные уравнения для определения параметров на новом временном слое имеют следующий вид:

$$\rho_{n+1/2}^m = \rho_{n+1/2}^{m-1} - (h_t/h_x) [(\rho u)_{n+1} - (\rho u)_n];$$

$$u_{n+1/2}^m = \left\{ (\rho u)_{n+1/2}^{m-1} - \frac{h_t}{h_x} \left[ \left( p + \rho u^2 \right)_{n+1} - \left( p + \rho u^2 \right)_n \right] - \frac{h_t \lambda (\rho u |u|)_{(n+1/2)}^{m-1}}{2d} \right\} / \rho_{n+1/2}^m; \quad (5)$$

$$T_{n+1/2}^m = \left\{ a_1 - u_{n+1/2}^m \bar{u}_{n+1/2}^m / 2 + \left[ \rho_{n+1/2}^{m-1} \left( e_1 + u_{n+1/2}^{m-1} \bar{u}_{n+1/2}^{m-1} / 2 \right) - h_t (\rho_{n+1} u_{n+1} (e_2 + u_{n+1} \bar{u}_{n+1} / 2 + p_{n+1} / \rho_{n+1}) - \rho_n u_n (e_3 + u_n \bar{u}_n / 2 + p_n / \rho_n)) / h_x \right] \rho_{n+1/2}^m \right\} / c_v,$$

где

$$\begin{aligned}
 a_1 &= -B_0/\rho_{n+1/2}^m - 3,80247 \cdot 10^{-12} (1/\rho_{n+1/2}^m)^{1-k_0} + 4,10156 \cdot 10^{-5}; \\
 e_1 &= c_v T_{n+1/2}^{m-1} + B_0/\rho_{n+1/2}^{m-1} + 3,80247 \cdot 10^{-12} (1/\rho_{n+1/2}^{m-1})^{1-k_0} + 4,10156 \cdot 10^{-5}; \\
 e_2 &= c_v T_{n+1} + B_0/\rho_{n+1} + 3,80247 \cdot 10^{-12} (1/\rho_{n+1})^{1-k_0} + 4,10156 \cdot 10^{-5}; \\
 e_3 &= c_v T_n + B_0/\rho_n + 3,80247 \cdot 10^{-12} (1/\rho_n)^{1-k_0} + 4,10156 \cdot 10^{-5}.
 \end{aligned}$$

В приведенных уравнениях верхним индексом  $m - 1$  обозначены параметры в момент времени  $t$ , индексом  $m$  — в момент времени  $t + h_t$ ; нижним индексом  $n + 1/2$  обозначены параметры жидкости на участке трубы между границами  $n$  и  $n + 1$ .

При решении задачи о распаде произвольного разрыва и определении параметров на границах ячеек использовалось уравнение адиабаты Гюгоню, полученное для дизельного топлива:

$$c_v (T - \tau) + (B_0 + (p + P) / 2) \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{\rho} \right) + 3,8 \cdot 10^{-12} (R^{k_0-1} - \rho^{k_0-1}) = 0,$$

где параметры граничных ячеек  $p, \rho, \tau$  — перед ударной волной, те же параметры  $P, R, T$  — за фронтом ударной волны;  $B_0, k_0$  — коэффициенты уравнения состояния (4) при  $T = 0$  К и  $p = 10^5$  Па.

Граничные условия на левой границе трубы задавались по аналогии с граничными условиями для газовых течений [6]:

**1. Истечение.** Давление на срезе принималось равным давлению в окружающей среде  $p_0 = p_c$ . Скорость на границе определялась по формуле

$$u_0 = u_{1/2} - (p_{1/2} - p_c) / (\alpha_{1/2} \rho_{1/2}). \quad (6)$$

Из формулы (6) следует, что при  $u_0 = 0$  имеет место предельное сочетание параметров, при котором еще возможно истечение. Поэтому в качестве критерия истечения  $u_0 \leq 0$  использовалось соотношение [6]

$$p_c \leq p_{1/2} - \alpha_{1/2} \rho_{1/2} u_{1/2}.$$

Для нахождения температуры  $T_0$  использовалась адиабата Гюгоню:

$$\begin{aligned}
 c_v (T_0 - T_{1/2}) + (B_0 + (p_{1/2} + p_0) / 2) \left( \frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho_{1/2}} \right) + \\
 + 3,8 \cdot 10^{-12} (\rho_0^{k_0-1} - \rho_{1/2}^{k_0-1}) = 0, \quad (7)
 \end{aligned}$$

где

$$\rho_0 = \frac{1}{v_0(T_0)} \left( \frac{B(T_0) + p_0}{B(T_0)} \right)^{\frac{1}{k(T_0)}}. \quad (8)$$

Решая уравнение (7) одним из методов последовательных приближений находим  $T_0$ . Плотность  $\rho_0$  определяется по уравнению состояния (8).

**2. Втекание.** Пренебрегая тепловыми потерями на коротком участке входа, считаем процесс втекания адиабатным. Тогда скорость втекания  $u_0$  можно выразить с помощью формулы для адиабатной работы расширения от полных (заторможенных) параметров окружающей среды до некоторого статического давления на границе  $p_0$ :

$$u_0 = \varphi \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1} (p_c + B_S) / \rho_c \left[ 1 - \left( \frac{p_0 + B_S}{p_c + B_S} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]}, \quad (9)$$

где  $\varphi$  — коэффициент сохранения скорости;  $\kappa = 10 + 0,01125(T_c - 293)$  [2];  $B_S = (142 - 1,0667(T_c - 293) + 0,00333(T_c - 293)^2) \cdot 10^6$  [2].

Для определения двух неизвестных  $u_0$  и  $p_0$  зависимость (9) дополняется выражением

$$u_0 = u_{1/2} - (p_{1/2} - p_0) / (\alpha_{1/2} \rho_{1/2}). \quad (10)$$

Из уравнений (9) и (10) можно исключить  $u_0$  и получить одно расчетное уравнение:

$$\begin{aligned} u_{1/2} - (p_{1/2} - p_0) / (\alpha_{1/2} \rho_{1/2}) = \\ = \varphi \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1} (p_c + B_S) / \rho_c \left[ 1 - \left( \frac{p_0 + B_S}{p_c + B_S} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]}. \end{aligned}$$

Решая это уравнение одним из методов последовательных приближений, находим давление  $p_0$ . Скорость  $u_0$  определяется по уравнению (10).

Поскольку при адиабатном процессе температура торможения не изменяется, значение полной энтальпии втекающего дизельного топлива через границу потока останется равным ее значению в окружающей среде  $h_c(p_c, T_c) = h_0(p_0, T_0)$ , откуда определяем  $T_0$ .

Плотность  $\rho_0$  вычисляется по уравнению состояния (8).

Расчетные зависимости для определения граничных условий на правой границе трубы подобны граничным условиям на ее левой границе и имеют следующий вид.

### 1. Истечение:

$$p_a \leq p_{N-1/2} + \alpha_{N-1/2} \rho_{N-1/2} u_{N-1/2};$$

$$p_N = p_a;$$

$$u_N = u_{N-1/2} + (p_{N-1/2} - p_a) / (\alpha_{N-1/2} \rho_{N-1/2});$$

$$c_v (T_N - T_{N-1/2}) + \left( B_0 + (p_{N-1/2} + p_N) / 2 \right) \left( \frac{1}{\rho_N} - \frac{1}{\rho_{N-1/2}} \right) + 3,8 \cdot 10^{-12} \left( \rho_N^{k_0-1} - \rho_{N-1/2}^{k_0-1} \right) = 0;$$

$$\rho_N = \frac{1}{v_0(T_N)} \left( \frac{B(T_N) + p_N}{B(T_N)} \right)^{\frac{1}{k(T_N)}}.$$

## 2. Втекание:

$$u_{N-1/2} + (p_{N-1/2} - p_a) / (\alpha_{N-1/2} \rho_{N-1/2}) = \varphi \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1} (p_a + B_S) / \rho_a \left[ 1 - \left( \frac{p_N + B_S}{p_a + B_S} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]};$$

$$h_a(p_a, T_a) = h_N(p_N, T_N).$$

Для проверки предложенного способа постановки граничных условий была разработана математическая модель трехмерного нестационарного течения дизельного топлива и выполнен тестовый сквозной расчет его течения в трубе между двумя полостями (рис. 1), в каждой из которых топливо в начальный момент времени имеет определенные значения параметров. Граничные условия задавались только на непроницаемых границах в виде условий непротекания. Результаты проведенного расчета сопоставлялись с результатами аналогичного расчета, выполненного на базе комбинации нульмерного и одномерного подходов с рассмотренным способом постановки (рис. 2, 3).

При проведении расчетов были приняты следующие исходные данные: объемы полостей  $W_1 = W_2 = 4,09 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ ; длина трубы  $l = 0,3 \text{ м}$ ; диаметр трубы  $d = 0,02 \text{ м}$ ;  $p_1 = 2,35 \cdot 10^7 \text{ Па}$ ;  $T_1 = 293 \text{ К}$ ;  $p_2 = 3 \cdot 10^5 \text{ Па}$ ;  $T_2 = 293 \text{ К}$ .

На рис. 2–3 индекс “o” соответствует комбинации нульмерного и одномерного подходов; индекс “m” — сквозному трехмерному расчету.

Приведенные на рис. 2–3 результаты расчетов свидетельствуют об адекватности предложенного способа постановки граничных условий.

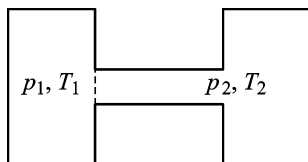
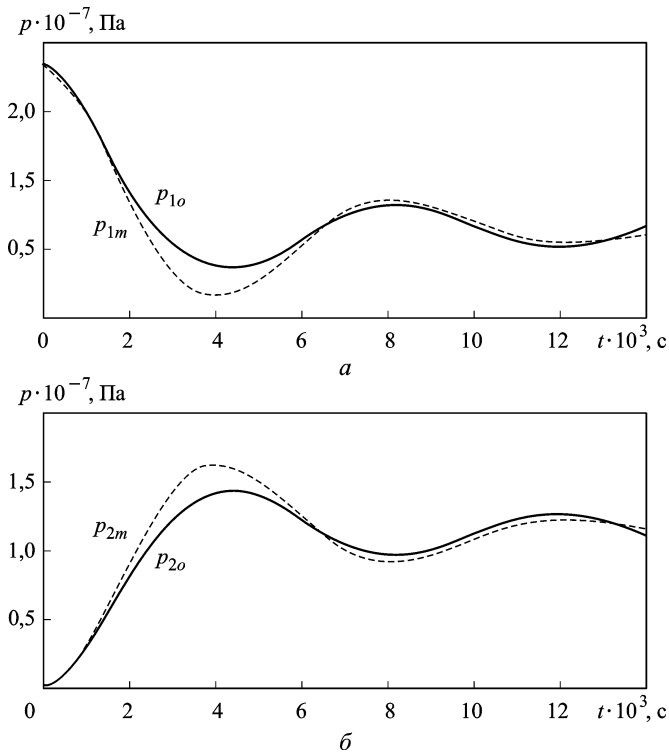
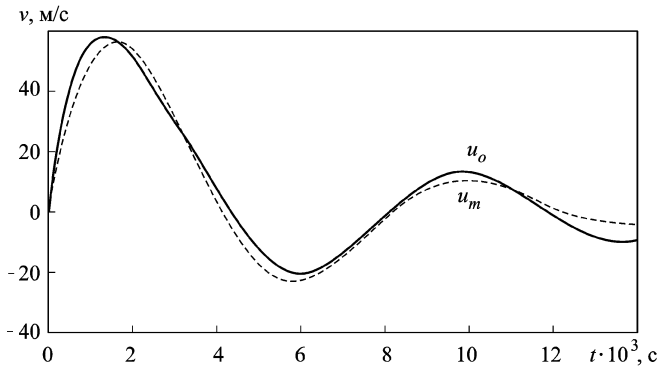


Рис. 1. Расчетная схема

Таким образом, постановка граничных условий в соответствии с изложенными общими принципами может быть рекомендована при численном моделировании системы топливоподачи дизельного двигателя.



**Рис. 2. Изменение давления в левой (а) и правой (б) полостях**



**Рис. 3. Изменение скорости в центре трубы**

*Работа выполнена в рамках реализации ФЦП “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009–2013 годы, ГК № П615 от 18.05.2010 г.*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Г р е х о в Л. В. Научные основы разработки систем топливоподачи в цилиндры двигателей внутреннего сгорания: Дисс. . . д-ра техн. наук. – Москва, 1999.
2. М о ч а л о в а Н. А. Исследование термодинамики плотных жидкостей и газов с целью уточнения метода гидродинамического расчета топливных систем тепловых двигателей летательных аппаратов: Автореф. дисс. . . канд. техн. наук. – Рыбинск, 1995. – 20 с.

3. К е р и м о в З. Х. Некоторые результаты математического моделирования волновых процессов в двухфазной среде в дизельной топливовпрыскивающей системе // Двигатели внутреннего сгорания: Научно-технический журнал. – Харьков: НТУ “ХПИ”, 2004. – № 1 (4). – С. 20–24.
4. Т о п л и в н ы е системы и экономичность дизелей / И.В. Астахов, Голубков Л.Н., Трусов В.И. и др. – М.: Машиностроение, 1990. – 288 с.
5. Б а з а е в а Н. С., М а л и о в а н о в М. В., Х м е л е в Р. Н. Математическое описание изменение состояния дизельного топлива в полостях систем топливоподачи высокого давления // Сб. науч. трудов по материалам Междунар. конф. “Двигатель 2007” / Под ред. Н.А. Иващенко, В.Н. Костюкова, Л.В. Грехова. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. – С. 257–260.
6. Г р и ш и н Ю. А., Х м е л ё в Р. Н. Способы постановки граничных условий при численном моделировании газодинамических процессов в ДВС // Изв. ТулГУ. Сер. Автомобильный транспорт. – 2003. – Вып. 7. – С. 161–167.

Статья поступила в редакцию 24.11.2010



Юрий Аркадьевич Гришин родился в 1947 г., окончил МАИ им. С. Орджоникидзе в 1971 г. Д-р техн. наук, профессор кафедры “Поршневые двигатели” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 180 научных работ в области газовой динамики и расчетно-экспериментальных исследований поршневых двигателей.

Yu.A. Grishin (b. 1947) graduated from the Moscow Aviation Institute n.a. S. Ordzhonikidze in 1971. D. Sc. (Eng.), professor of “Reciprocating Engines” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 180 publications in the field of gas dynamics and computational and experimental studies of reciprocating engines.



Роман Николаевич Хмелев родился в 1975 г., окончил Тульский государственный университет в 1999 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры “Автомобили и автомобильное хозяйство” Тульского государственного университета. Автор 53 научных работ в области математического и программного обеспечения расчета функционирования ДВС, вычислительной гидрогазодинамики.

R.N. Khmelev (b. 1975) graduated from the Tula State University in 1999. Ph. D. (Eng.), assoc. professor of “Automobiles and Automobile’s Equipment” department of the Tula State University. Author of 53 publications in the field of mathematical and program support of design of functioning of internal combustion engines, computational hydro-gas dynamics.



Наталья Сергеевна Базаева родилась в 1984 г., окончила Тульский государственный университет в 2008 г. Аспирант Тульского государственного университета. Автор девяти научных работ в области математического моделирования, исследования и оптимизации системы топливоподачи дизельного двигателя.

N.S. Bazaeva (b. 1984) graduated from the Tula State University in 2008. Post-graduate of the Tula State University. Author of 9 publications in the field of mathematical simulation, study and optimization of fuel supply system of diesel engine.