

УДК 623.54:623.451.08

В. П. Казаковцев, А. В. Сухенко

**ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО
ТОРМОЗНОГО ИМПУЛЬСА ПРИ ВЫВЕДЕНИИ
КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА ОРБИТУ
СПУТНИКА МАРСА**

Рассмотрены особенности выведения космического аппарата с малым аэродинамическим качеством на орбиту искусственного спутника Марса. Определена структура оптимального управления. Показана необходимость использования предварительного тормозного импульса. Приведены результаты математического моделирования, доказывающие эффективность применяемых методов.

Выведение космического аппарата (КА) на орбиту искусственного спутника Марса (ИСМ) с помощью предварительного аэродинамического торможения затруднено в связи с отсутствием достоверных сведений о точных значениях параметров атмосферы планеты. Эта ситуация оказывается особенно существенной в случае организации маневра с использованием аэродинамических сил, когда характеристики движения КА наиболее чувствительны к колебаниям параметров атмосферы.

Вследствие этого возникает необходимость нового подробного изучения траекторий движения КА в атмосфере при его выведении на орбиту ИСМ с учетом уточненных моделей атмосферы.

Наибольший интерес представляет определение возможности использования для подобного маневра КА сегментально-конической формы со значениями аэродинамического качества $K = 0,15 \dots 0,25$. Достоинства подобного КА общепризнанны, такие КА находят широкое практическое применение (КА типа “Союз”, “Аполлон”), имеется большой объем теоретических и экспериментальных данных, а также накоплены результаты наземных и летных испытаний.

Рассмотрим движение КА в вертикальной плоскости без учета вращения планеты и в неподвижной атмосфере. Предположим, что форма планеты — сферическая, орбита назначения — круговая, а КА имеет постоянный аэродинамический коэффициент силы лобового сопротивления C_{xa} и постоянное аэродинамическое качество K . Управление осуществляется путем изменения угла крена в пределах от 0 до 180° , так что проекция подъемной силы на вертикальную плоскость

изменяется от своего максимального значения Y_{\max} до минимального Y_{\min} . Примем, что знак проекции подъемной силы на вертикальную плоскость совпадает со знаком ее проекции на планетоцентрический радиус-вектор КА. В этом случае управление движением КА можно рассматривать как изменение эффективного аэродинамического качества:

$$K_{\text{эфф}} = K_{\text{б}} \cos \gamma,$$

при этом величина эффективного качества может изменяться в пределах

$$-K_{\text{б}} \leq K_{\text{эфф}} \leq K_{\text{б}}. \quad (1)$$

С учетом указанных допущений и в соответствии с работой [1] в скоростной системе координат уравнения движения КА можно представить в следующем виде:

$$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = -\frac{C_{xa} S \rho V^2}{2m} - g \sin \theta; \\ \frac{d\theta}{dt} = \frac{K_{\text{б}} C_{xa} S \rho V \cos \gamma}{2m} - g \frac{\cos \theta}{V} + V \frac{\cos \theta}{r}; \\ \frac{dh}{dt} = V \sin \theta, \end{cases} \quad (2)$$

где V — скорость движения центра масс КА; t — время; C_{xa} — аэродинамический коэффициент силы лобового сопротивления КА; S — площадь миделя; ρ — плотность атмосферы; m — масса КА; g — ускорение свободного падения; θ — угол наклона траектории; $K_{\text{б}}$ — значение аэродинамического качества на балансировочном угле атаки; γ — угол крена; h — высота полета.

Значительные временная и пространственная неоднородности атмосферы Марса требуют создания большого количества моделей, наиболее полно отражающих свойства атмосферы для различных участков поверхности или времен марсианского года. Обычно они задаются в виде таблиц изменения температуры, давления и плотности в зависимости от высоты. Длительное исследование атмосферы Марса показало, что зависимости параметров атмосферы от высоты полета отличаются для различных времен года. Были получены новые сезонные модели атмосферы Марса: зимняя, летняя и в период равноденствия. Для каждого сезона, в свою очередь, предложено по два варианта атмосферы: максимальной плотности и минимальной.

При исследовании траекторий выведения КА на орбиту ИСМ удобно использовать зависимости плотности атмосферы от высоты над поверхностью планеты, заданные в аналитическом виде. Учитывая, что

траектории выведения КА на ИСМ проходят на высотах $h > 30$ км, будем рассматривать экспоненциальные зависимости, аппроксимирующие табличную модель атмосферы наиболее точно именно в диапазоне высот $30 \text{ км} < h < 100 \text{ км}$:

$$\rho(h) = \rho_0 e^{-\beta h}. \quad (3)$$

Параметры экспоненциальных зависимостей уточненных моделей атмосферы приведены в табл. 1.

Таблица 1

Значения параметров моделей атмосферы Марса

Параметры атмосферы	Сезонные модели атмосферы					
	зимняя		равноденствие		летняя	
	максимальная	минимальная	максимальная	минимальная	максимальная	минимальная
$\rho_0, \text{кг/м}^3$	0,0123	0,0125	0,0133	0,0136	0,0106	0,0106
$\beta, \text{м}^{-1}$	$1,04 \cdot 10^{-4}$	$1,22 \cdot 10^{-4}$	$9,30 \cdot 10^{-5}$	$1,06 \cdot 10^{-4}$	$8,40 \cdot 10^{-5}$	$9,40 \cdot 10^{-5}$

Таким образом, параметры атмосферы представляют собой семейство экспоненциальных кривых, лежащих в пределах $\rho_{\min} \leq \rho_0 \leq \rho_{\max}$, $\beta_{\min} \leq \beta_0 \leq \beta_{\max}$.

Сформулируем задачу управления следующим образом: необходимо найти такое управление аэродинамическим качеством КА, движение которого описывается системой уравнений (2), чтобы с учетом ограничений, наложенных на функцию управления (1) и параметры принятой модели атмосферы (3), суммарный расход топлива был минимальным.

Решение задачи о нахождении оптимального управления КА из условия минимума приращения скорости $\Delta V_{\text{хар}}$ при фиксированных начальных условиях

$$t = t_0, \quad V(t_0) = V_0, \quad \theta(t_0) = \theta_0, \quad h(t_0) = h_0 \quad (4)$$

и при свободных конечных условиях

$$t = t_k, \quad h(t_k) = h_k, \quad \theta_k = f(V_k) \quad (5)$$

будем проводить, используя принцип максимума Понтрягина [2].

В зависимости от действительной величины плотности атмосферы возможны различные варианты перехода КА после аэродинамического торможения на эллиптическую орбиту. При достаточно большой плотности атмосферы и больших значениях K , апоцентр эллиптической

орбиты может находиться ниже радиуса круговой орбиты назначения. Как показали результаты исследований, в этом случае критерием оптимальности маневра является максимальное значение скорости вылета из атмосферы

$$I = -V_k \rightarrow \min. \quad (6)$$

При малой плотности атмосферы апоцентр эллиптической орбиты будет находиться выше радиуса круговой орбиты, и критерием оптимальности маневра будет являться минимальное значение скорости вылета из атмосферы:

$$I = V_k \rightarrow \min. \quad (7)$$

Рассмотрим гамильтониан

$$H = \psi_1 \frac{dV}{dt} + \psi_2 \frac{d\theta}{dt} + \psi_3 \frac{dh}{dt}, \quad (8)$$

или в развернутом виде

$$H = \psi_1 \left(-\frac{C_{xa} S \rho V^2}{2m} - g \sin \theta \right) + \psi_2 \left(\frac{K_b C_{xa} S \rho V \cos \gamma}{2m} - g \frac{\cos \theta}{V} + V \frac{\cos \theta}{r} \right) + \psi_3 (V \sin \theta).$$

Сопряженные переменные ψ_i определяются следующими выражениями:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\psi_1}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial V} = -\psi_1 \frac{C_{xa} S \rho V}{m} - \psi_2 \frac{K_b C_{xa} S \rho \cos \gamma}{2m} - \psi_2 \frac{g \cos \theta}{V^2} - \\ - \psi_2 \frac{\cos \theta}{r} - \psi_3 \sin \theta; \\ \frac{d\psi_2}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \theta} = \psi_1 g \cos \theta - \psi_2 \frac{g \sin \theta}{V} + \psi_2 \frac{V \sin \theta}{r} - \psi_3 V \cos \theta; \\ \frac{d\psi_3}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial h} = -\psi_1 \frac{C_{xa} S \rho V^2 \beta}{2m} + \psi_1 \frac{2\mu \sin \theta}{r^3} + \\ + \psi_2 \frac{K_b C_{xa} S \rho V \beta \cos \gamma}{2m} - \psi_2 \frac{2\mu \cos \theta}{V r^3} + \psi_2 \frac{V \cos \theta}{r^2}. \end{array} \right. \quad (9)$$

Необходимым условием минимума критерия оптимальности маневра I является условие максимума гамильтониана H как функции управления углом крена γ . Соответственно структура управления будет определяться знаком сопряженной функции ψ_2

$$K_{эфф} = K_b \operatorname{sign} \psi_2. \quad (10)$$

Таким образом, вариационная задача сводится к решению двухточечной краевой задачи для системы дифференциальных уравнений (2), (9) с учетом выражений (6), (7), (10) при заданных граничных условиях (4) и (5). Конечные значения сопряженных переменных определяются из условия трансверсальности.

Для решения двухточечной краевой задачи использовали метод последовательных приближений [3].

Решение задачи оптимизации позволяет определить минимальное значение суммарного характеристического импульса $\Delta V_{\text{хар}}$ при данных начальных условиях для всех моделей атмосфер. В результате решения была определена программа оптимального управления аэродинамическим качеством КА, которая представляет собой релейную функцию с однократным переключением с отрицательного на положительное значение.

Для КА с массой $m = 5700$ кг, площадью мидела $S = 4,91$ м² и параметрами $K = 0,15$ ($C_{xa} = 1,48$), $K = 0,17$ ($C_{xa} = 1,47$), $K = 0,2$ ($C_{xa} = 1,45$), $K = 0,22$ ($C_{xa} = 1,43$) и $K = 0,25$ ($C_{xa} = 1,39$) проведено численное решение поставленной задачи. В результате определен диапазон возможных скоростей входа ΔV_0 и необходимое значение суммарного характеристического импульса $\Delta V_{\text{хар}}$ для различных моделей атмосферы планеты.

На рис. 1 приведены диапазоны возможных скоростей входа ΔV_0 для КА со значением $K = 0,15$ ($C_{xa} = 1,48$). Каждой модели атмо-

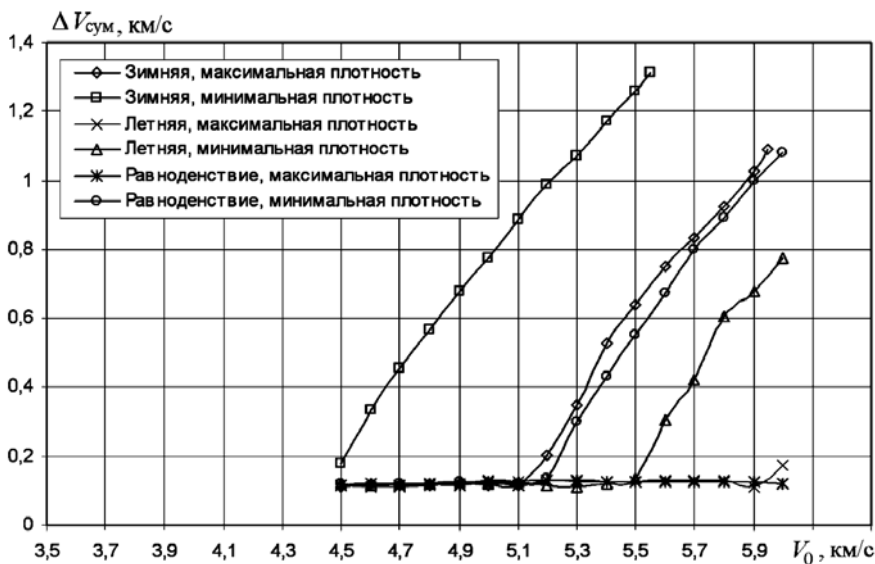


Рис. 1. Диапазон возможных скоростей входа КА со значением $K = 0,15$ ($C_{xa} = 1,48$) для различных моделей атмосферы и суммарный характеристический импульс для выведения КА на орбиту ИСМ

сферы соответствует свой собственный диапазон ΔV_0 . Если скорость входа V_0 будет больше верхней границы диапазона, то атмосфера планеты не сможет “захватить” КА и он продолжит движение по незначительно измененной гиперболической траектории. Если скорость входа окажется меньше нижней границы, то минимальная высота полета над поверхностью планеты будет лежать ниже допустимой зоны.

Следовательно, необходимо выбирать такие скорости входа, которые позволят гарантированно и безопасно выполнить маневр при любых отклонениях параметров атмосферы от номинальных значений. Как видно из графиков, зимняя и минимальная по плотности модель атмосферы, будет являться “наихудшей”, а допустимая скорость входа V_0 должна находиться в диапазоне $\Delta V_0 = 4,5 \dots 5,55$ км/с.

При гиперболическом перелете скорость входа v_0 в атмосферу Марса будет находиться в диапазоне от 5,6 до 8 км/с (рис. 2). Нижняя граница диапазона скорости входа оказывается выше верхней границы диапазона допустимой скорости входа, поэтому выполнить безопасный маневр в этом случае нельзя.

Одним из способов решения этой проблемы может быть уменьшение скорости входа V_0 до величины, лежащей в пределах допустимого диапазона, благодаря предварительному тормозному импульсу $\Delta V_{пр}$. Это позволяет гарантированно совершить безопасный маневр при любых отклонениях параметров атмосферы от номинальных значений, так как эти отклонения будут приводить лишь к изменению величины характеристического импульса $\Delta V_{хар}$.

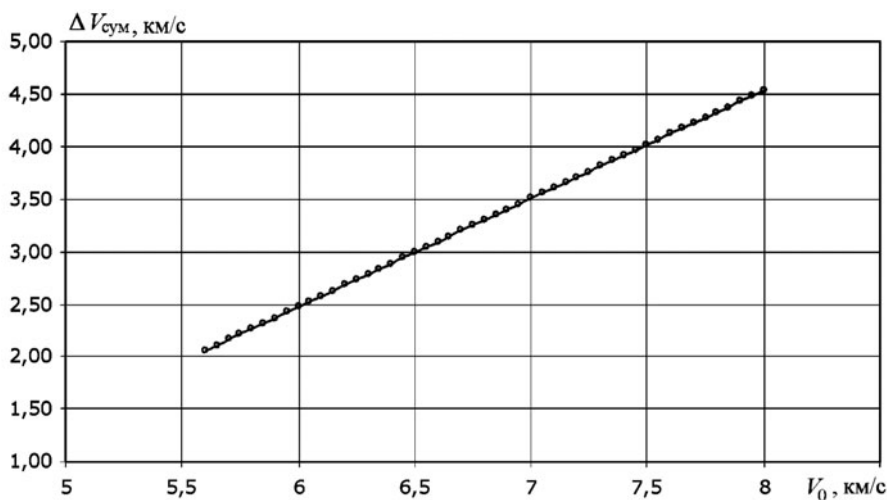


Рис. 2. Диапазон возможных скоростей входа в атмосферу Марса при гиперболическом перелете и необходимый суммарный характеристический импульс для выведения КА на орбиту ИСМ

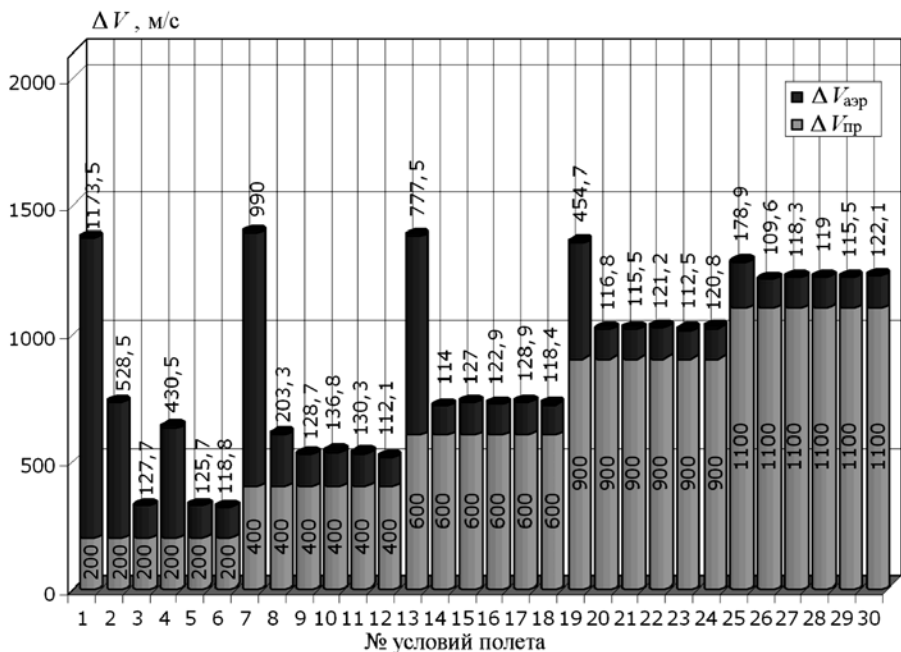


Рис. 3. Необходимые значения предварительного тормозного импульса $\Delta V_{пр}$ в доле суммарного характеристического импульса $\Delta V_{хар}$

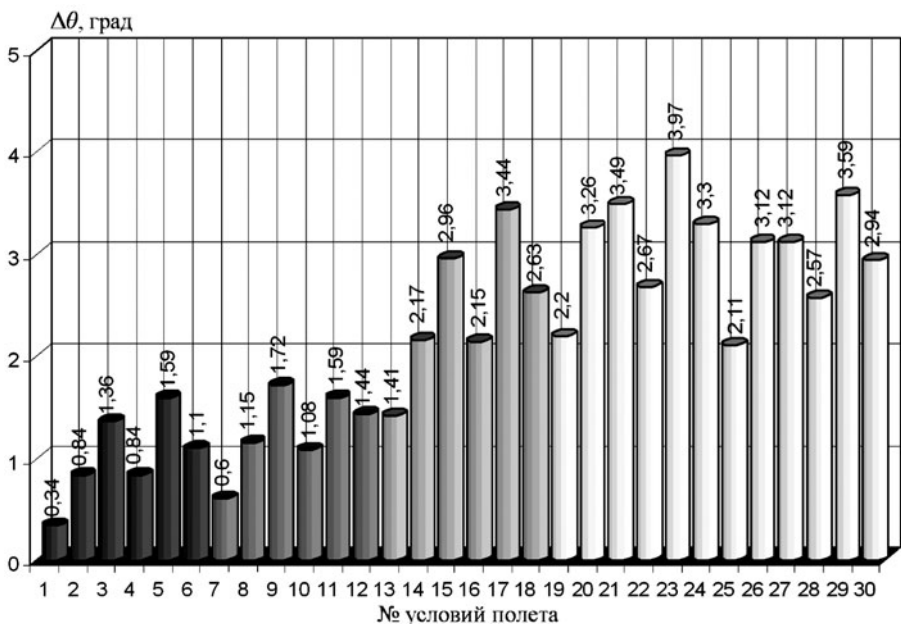


Рис. 4. Коридор входа $\Delta\theta$

Необходимые значения предварительного тормозного импульса $\Delta V_{пр}$ в доле суммарного характеристического импульса $\Delta V_{хар}$ и коридор входа $\Delta\theta$ для различных скоростей входа V_0 из допустимого диапазона ΔV_0 показаны на рис. 3, 4 и в табл. 2. Из рисунков видно,

Соответствие № условий полета начальной скорости V_0 и модели атмосферы

№ условий полета	Скорость входа V_0 , м/с	Модель атмосферы
1	5400	Зимняя, максимальная плотность
2		Зимняя, минимальная плотность
3		Равноденствие, максимальная плотность
4		Равноденствие, минимальная плотность
5		Летняя, максимальная плотность
6		Летняя, минимальная плотность
7	5200	Зимняя, максимальная плотность
8		Зимняя, минимальная плотность
9		Равноденствие, максимальная плотность
10		Равноденствие, минимальная плотность
11		Летняя, максимальная плотность
12		Летняя, минимальная плотность
13	5000	Зимняя, максимальная плотность
14		Зимняя, минимальная плотность
15		Равноденствие, максимальная плотность
16		Равноденствие, минимальная плотность
17		Летняя, максимальная плотность
18		Летняя, минимальная плотность
19	4700	Зимняя, максимальная плотность
20		Зимняя, минимальная плотность
21		Равноденствие, максимальная плотность
22		Равноденствие, минимальная плотность
23		Летняя, максимальная плотность
24		Летняя, минимальная плотность
25	4500	Зимняя, максимальная плотность
26		Зимняя, минимальная плотность
27		Равноденствие, максимальная плотность
28		Равноденствие, минимальная плотность
29		Летняя, максимальная плотность
30		Летняя, минимальная плотность

что для заданных начальных условий наиболее рациональной является скорость входа $V_0 = 5000$ м/с. В этом случае можно получить оптимальное сочетание значений суммарного характеристического импульса $\Delta V_{\text{хар}}$ и коридора входа $\Delta\theta$.

Выводы. 1. При отсутствии достоверных сведений о точных значениях параметров атмосферы Марса в задаче нахождения оптимальной

траектории при выведении КА на орбиту ИСМ за счет торможения в атмосфере планеты структура оптимальной программы управления эффективным аэродинамическим качеством будет представлять собой релейную функцию с одним переключением.

2. В результате численного решения определен диапазон возможных скоростей входа, при которых КА с малым аэродинамическим качеством сможет гарантированно совершить безопасный маневр выведения на орбиту ИСМ.

3. Показана необходимость использования предварительного тормозного импульса, который позволяет уменьшить суммарный расход топлива при переводе КА на орбиту спутника планеты при одновременном увеличении коридора входа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванов Н. М., Мартынов А. И. Движение космических летательных аппаратов в атмосферах планет. – М., 1985.
2. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г. Гамкредидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Наука, 1961.
3. Крылов И. А., Черноусько Ф. Л. О методе последовательных приближений для решения задач оптимального управления // Журнал математики и математической физики. – 1962. – Т. II. Вып.6. – С. 1132–1139.

Статья поступила в редакцию 7.03.2005

Виктор Поликарпович Казаковцев родился в 1934 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1958 г. Д-р техн. наук, профессор кафедры “Баллистика и аэродинамика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 90 научных работ в области баллистики и динамики полета космических и спускаемых аппаратов.

Kazakovtsev V.P. (b. 1934) graduated from the Bauman Moscow Technical School in 1958. The doctor of engineering science, professor of faculty " Ballistics and aerodynamics " of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 90 scientific works in the field of ballistics and dynamics of flight of space and lowered devices.

Андрей Владимирович Сухенко родился в 1976 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2000 г. Аспирант кафедры “Баллистика и аэродинамика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 2 научных работ в области космонавтики и компьютерных технологий.

A.V. Sukhenko (b. 1976) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2000. Post-graduate of “Ballistics and Aerodynamics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 2 publications in the field of cosmonautics and computer technologies.