

УДК 621.7:539.3/4

А. М. Дмитриев, А. Л. Воронцов

## ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОСАДКИ И ВЫСАДКИ СПЛОШНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЗАГОТОВКИ. ЧАСТЬ II. ВЫСАДКА

*Определено напряженное состояние при высадке сплошных цилиндрических заготовок. Получены формулы для расчета основных технологических параметров высадки и прогнозирования разрушения. Высокая точность теоретических результатов подтверждена многочисленными сопоставлениями с экспериментальными данными.*

Как известно, высадкой называется операция, при которой происходит местное увеличение площади поперечного сечения заготовки в силу уменьшения части ее высоты. Введем дополнительные уточняющие определения.

*Высадкой фланца и высадкой поперечного утолщения* будем называть операции, при которых происходит местное увеличение площади поперечного сечения концевой и средней частей заготовки за счет уменьшения их высоты (рис. 1 и 2) соответственно.

До настоящего времени теоретическое определение напряженного состояния и силы высадки сводили к процессу осадки и специально не

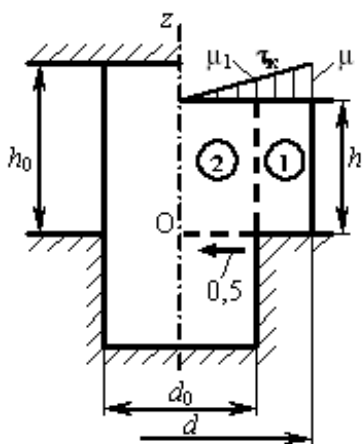


Рис. 1. Высадка фланца

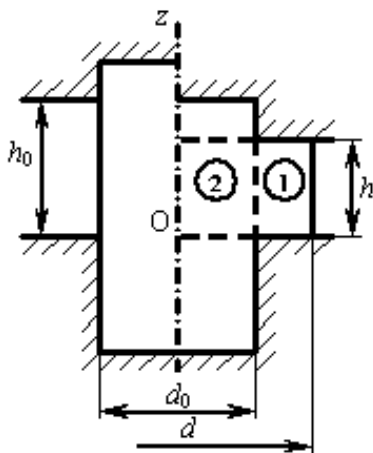


Рис. 2. Высадка поперечного утолщения

рассматривали. Однако осадка и высадка имеют различные граничные условия, которые целесообразно учитывать для повышения строгости анализа и точности практических расчетов.

Принимаем следующие допущения: 1) материал считаем жесткопластическим, а упрочнение учитываем средней по очагу пластической деформации величиной напряжения текучести  $\sigma_s$ ; 2) силы контактного трения определяем по закону Зибеля как  $\tau_k = \mu\sigma_s$ , где  $\mu$  — коэффициент трения по напряжению текучести.

В решении используем относительные величины напряжений, отнесенные к  $\sigma_s$ .

Очаг пластической деформации при высадке фланца (см. рис. 1) представим в виде двух областей. В обеих областях кинематически возможные скорости определяются следующими выражениями [1]:

$$v_z = f(z); \quad (1)$$

$$v_\rho = \frac{\partial f(z)}{\partial z} \frac{\rho}{2}. \quad (2)$$

При этом, следуя работе [1], можно показать, что напряженное состояние в области **1** определяется формулами:

$$\tau_{\rho z} = \frac{4\mu}{dh}(0,5h - z)\rho; \quad (3)$$

$$\sigma_z = -1 + \frac{4\mu}{dh} \left( z^2 - hz + \frac{\rho^2}{2} - \frac{d^2}{8} \right); \quad (4)$$

$$\sigma_\rho = \frac{4\mu}{dh} \left( z^2 - hz + \frac{\rho^2}{2} - \frac{d^2}{8} \right). \quad (5)$$

В области **2** напряженное состояние определяется аналогичными выражениями, но с другими постоянными коэффициентами, учитывающими иные граничные условия:

$$\tau_{\rho z} = (-C_1 z + C_2)\rho; \quad (6)$$

$$\sigma_z = C_1 z^2 - 2C_2 z + 0,5C_1 \rho^2 + C_3; \quad (7)$$

$$\sigma_\rho = 1 + C_1 z^2 - 2C_2 z + 0,5C_1 \rho^2 + C_3. \quad (8)$$

Постоянные коэффициенты  $C_1$  и  $C_2$  определяются из следующих граничных условий:  $\tau_{\rho z} = -\mu_1$ , где  $\mu_1$  — неоговоренный пока коэффициент трения, введенный для получения обобщенного решения, которое можно будет распространить и в случае высадки поперечного утолщения (см. рис. 2) при  $z = h$  и  $\rho = d_0/2$ ;  $\tau_{\rho z} = 0,5$  (предельное касательное напряжение на границе разрыва горизонтальных составляющих скоростей течения между пластической и жесткой областями) при

$z = 0$  и  $\rho = d_0/2$ . Отсюда

$$\begin{cases} C_1 = \frac{1 + 2\mu_1}{d_0 h}, \\ C_2 = \frac{1}{d_0}. \end{cases} \quad (9)$$

Произвольная постоянная  $C_3$  находится из граничного условия  $\sigma_{\rho 2} = \sigma_{\rho 1}$  при  $z = h$  и  $\rho = d_0/2$ . С учетом формулы (5) напряжение

$$\sigma_{\rho 1} = -\frac{\mu(d^2 - d_0^2)}{2dh}. \quad (10)$$

Приравнивая это выражение напряжению  $\sigma_{\rho 2}$ , определяемому по формуле (8), с учетом значений (9), находим

$$C_3 = -1 - \frac{\mu(d^2 - d_0^2)}{2dh} - \frac{(1 + 2\mu_1)d_0}{8h} + \frac{(1 - 2\mu_1)h}{d_0}. \quad (11)$$

С учетом формул (4), (7), (9) и (11) при  $z = h$  относительная удельная сила высадки

$$q = \frac{2\pi}{\pi d^2} \left( \int_0^{\frac{d_0}{2}} |\sigma_{z2}| \rho d\rho + \int_{\frac{d_0}{2}}^{\frac{d}{2}} |\sigma_{z1}| \rho d\rho \right) =$$

$$= 1 + \frac{\mu d}{4h} - \frac{\mu d_0^4}{4d^3 h} + \frac{(0,5 + \mu_1)d_0^3}{8d^2 h}. \quad (12)$$

Для высадки фланца (см. рис. 1) из подобия треугольников на эпюре  $\tau_k$  получаем, что

$$\mu_1 = \mu \frac{d_0}{d}. \quad (13)$$

Подставляя данное выражение в формулу (12), находим относительную удельную силу высадки фланца:

$$q = 1 + \frac{\mu d^4 + 0,25d_0^3 d - 0,5\mu d_0^4}{4d^3 h}. \quad (14)$$

Подставляя  $\mu_1 = 0,5$  в формулу (12), находим относительную удельную силу высадки поперечного утолщения (см. рис. 2)

$$q = 1 + \frac{\mu d^4 + 0,5d_0^3 d - \mu d_0^4}{4d^3 h}. \quad (15)$$

В этих формулах значения среднего текущего диаметра  $d$  определяются по выражению

$$d = d_0 \sqrt{\frac{h_0}{h}}. \quad (16)$$

Натуральное значение силы высадки определено выражением

$$P = \sigma_s F q, \quad (17)$$

где площадь поперечного сечения

$$F = \frac{\pi d^2}{4}. \quad (18)$$

Из табл. 1 видно, что удельная сила высадки поперечного утолщения немного превышает удельную силу высадки фланца.

Таблица 1

**Значения относительной удельной силы высадки фланца и поперечного утолщения при  $h_0 = 15$  мм,  $d_0 = 10$  мм,  $\mu = 0, 1$**

h, мм	12	9	6	3
d, мм	11,18	12,91	15,81	22,36
$q_{\text{фл}}$	1,058	1,071	1,102	1,224
$q_{\text{ут}}$	1,092	1,106	1,139	1,262

Накопленные деформации при высадке определяются по формулам, полученным в работе [1] для осадки. Иногда удобнее определять накопленную деформацию не по отношению высот

$$e_i = \ln \frac{h_0}{h}, \quad (19)$$

а по отношению начального и конечного диаметров в области высадки:

$$e_i = 2 \ln \frac{d}{d_0}. \quad (20)$$

Если высадка осуществляется после штамповочных операций, при которых материал заготовки в объеме, подлежащем высадке, получил накопленную деформацию  $e_{i0}$ , то суммарная накопленная деформация определяется по формуле:

$$e_i = e_{i0} + e_{i1}, \quad (21)$$

где  $e_{i1}$  — накопленная деформация рассматриваемой операции высадки. Важно отметить, что суммированию подлежат лишь накопленные деформации, имеющие свойство аддитивности, но не условные относительные степени деформации  $e$ , определяемые по формуле

$$e = 1 - e^{-e_i}. \quad (22)$$

Для проверки полученных расчетных формул для определения силы высадки фланца авторами были проведены эксперименты по холодной высадке цилиндрических заготовок из алюминиевого сплава АД1. Кривая упрочнения данного сплава была получена испытанием на сжатие образцов с выточками по торцам, заполненными смазкой, и хорошо согласуется с кривой *11* на рис. 2.19, *б* из работы [2] (см. с. 59). Используемая в расчетах наиболее точная аппроксимация экспериментальной кривой упрочнения сплава АД1, полученная по методике [3], имеет вид:

$$\sigma_s = 196 - 92e^{-e_i} - 3e^{-10e_i} \text{ МПа.}$$

Для расчетов значений в табл. 2 и 3 использовались формулы (14), (16)–(19). Для наглядности по формуле (22) подсчитывалась также условная степень деформации  $e$ . Расхождение  $\delta$  определялось по отношению к теоретической величине.

Для большей объективности и для проверки формулы силы высадки поперечного утолщения используем также экспериментальные данные независимых исследователей.

*Пример 1.* На цилиндрической заготовке из стали 1Х18Н9Т [4] (см. с. 302, табл. 17) диаметром  $d_0 = 14,6$  мм был высажен фланец диаметром  $d = 28,1$  мм и высотой  $h = 10,5$  мм. Сила окончания высадки равнялась  $P_s = 830$  кН. Требуется теоретически определить силу окончания высадки и сравнить полученное значение с экспериментальным.

*Решение.* По формуле (20) находим накопленную деформацию:  $e_i = 2 \ln(28,1/14,6) = 1,309$ . Кривая 2 упрочнения стали 1Х18Н9Т, показанная на рис. 38 [4] (см. с. 64) построена для условных степеней деформации, по формуле (22) вычисляем  $e = 0,730$ , после чего находим напряжение текучести  $\sigma_s = 1400$  МПа. Принимаем  $\mu = 0,1$ , после чего по формуле (14) находим относительную удельную силу высадки фланца:  $q = 1,088$ . По выражению (18) находим площадь поперечного сечения в момент окончания высадки  $F = 620,2$  мм<sup>2</sup>, после чего по формуле (17) вычисляем силу высадки  $P = 944,6$  кН. Таким образом, расхождение  $\delta = 12,1$  %.

*Пример 2.* На цилиндрической заготовке из отожженной стали 20 [4] (см. п. 16, табл. 44, с. 228 и рис. 61, с. 233) диаметром 18 мм на предварительном переходе штамповки золотника был высажен поперечный

**Расчетные и экспериментальные значения силы холодной высадки смазанной цилиндрической заготовки из алюминиевого сплава АД1 ( $\mu = 0, 1$ )**

$d_0$ , мм	$h_0$ , мм	$h$ , мм	$d$ , мм	$F$ , мм <sup>2</sup>	$e_i$	$e$	$\sigma_s$ , МПа	$q$	$P$ , кН	$P_3$ , кН	$\delta$ , %
18	17,6	15,2	19,37	294,6	0,147	0,136	116	1,084	37,0	36,5	1,4
		9,6	24,37	466,5	0,606	0,455	146	1,118	76,0	75,0	1,4
		7,2	28,14	622,0	0,894	0,591	158	1,153	113,6	111,5	1,9
	21,3	18,1	19,53	299,5	0,163	0,150	117	1,070	37,6	36,5	2,8
		15,6	21,03	347,4	0,311	0,268	128	1,077	48,1	49,7	3,3
		11,5	24,50	471,3	0,616	0,460	146	1,098	75,7	74,0	2,3
		9,3	27,24	582,8	0,829	0,563	156	1,119	101,6	99,5	2,1
		7,9	29,56	686,1	0,992	0,629	162	1,140	126,6	127,0	0,3
		5,7	34,80	950,9	1,318	0,732	171	1,200	195,6	199,0	1,8

Таблица 3

**Расчетные и экспериментальные значения силы холодной высадки обезжиренной цилиндрической заготовки из алюминиевого сплава АД1 ( $\mu = 0, 3$ )**

$d_0$ , мм	$h_0$ , мм	$h$ , мм	$d$ , мм	$F$ , мм <sup>2</sup>	$e_i$	$e$	$\sigma_s$ , МПа	$q$	$P$ , кН	$P_3$ , кН	$\delta$ , %
18	17,6	14,6	19,76	306,8	0,187	0,170	119	1,131	41,3	42,7	3,3
		9,6	24,37	466,5	0,606	0,455	146	1,226	83,4	74,4	10,8
		6,0	30,83	746,4	1,076	0,659	165	1,427	175,4	177,5	1,2
		5,0	33,77	895,7	1,258	0,716	170	1,550	235,8	225,0	4,6
	21,3	17,9	19,64	302,8	0,174	0,160	118	1,106	39,6	37,5	5,2
		14,6	21,74	371,2	0,378	0,315	133	1,138	56,1	52,5	6,5
		11,0	25,05	492,7	0,661	0,484	148	1,201	87,9	76,0	13,5
		9,3	27,24	582,8	0,829	0,563	156	1,252	113,7	105,0	7,6
		6,3	33,10	860,3	1,218	0,704	169	1,430	207,6	225,0	8,4
	26,6	23,3	19,23	290,5	0,132	0,124	115	1,080	36,0	35,0	2,7
		21,7	19,93	311,9	0,204	0,184	121	1,088	40,9	40,5	1,0
		19,0	21,30	356,3	0,336	0,286	130	1,105	51,2	49,5	3,4
		16,0	23,21	423,1	0,508	0,398	141	1,131	67,3	61,0	9,4

выступ диаметром 28,5 мм. На последующем переходе высадки диаметр поперечного выступа был увеличен до 38 мм, а полученная высота выступа составила 9 мм. Сила окончания второй высадки равнялась 1300 кН. Требуется рассчитать силу окончания высадки и сравнить полученное значение с экспериментальным.

*Решение.* По формуле (20) определяем накопленную деформацию, полученную высаживаемым участком на предварительном переходе:  $e_{i0} = 2 \ln(28, 5/18) = 0, 919$ . По той же формуле (20) определяем накопленную деформацию, полученную высаживаемым участком на последующем переходе:  $e_{i1} = 2 \ln(38/28, 5) = 0, 575$ . По формуле (21) находим суммарную накопленную деформацию  $e_i = 1, 494$ . Кривая упрочнения отожженной стали 20, показанная на рис. 31, с. 62 справочника [4], построена для условных степеней деформации, поэтому по формуле (22) вычисляем  $e = 0, 776$ , после чего находим напряжение текучести  $\sigma_s = 800$  МПа. С учетом того, что смазочный слой на втором переходе высадки не возобновлялся, принимаем среднее значение коэффициента трения  $\mu = 0, 3$ , после чего по формуле (15) находим относительную удельную силу высадки поперечного утолщения  $q = 1, 439$ . По выражению (18) находим площадь поперечного сечения в момент окончания высадки  $F = 1134, 1$  мм<sup>2</sup>, после чего по формуле (17) вычисляем силу высадки  $P = 1305, 7$  кН. Таким образом, расхождение  $\delta = 0, 4$  %.

Для определения силы, требующейся для выталкивания высаженного изделия, можно использовать формулу

$$P_{\text{выт}} = \sum_{i=1}^n \mu_i \sigma_{si} F_{\text{три}}, \quad (23)$$

где  $F_{\text{три}}$  — площади вертикальных проекций поверхностей контактного трения заготовки с инструментом;  $\mu_i$  и  $\sigma_{si}$  — коэффициенты трения и напряжения текучести материала заготовки на соответствующих поверхностях контакта.

В справочнике [5] (см. с. 297) указывается, что из этой силы следует вычитать силу, действующую на высаженную заготовку со стороны упруго сжатого выталкивателя. Приведены и соответствующие формулы. Но на самом деле это грубая ошибка, сильно занижающая расчетное значение силы выталкивания. При воздействии толкателя пресса на выталкиватель штампа сила упругого сжатия переходит с опоры на толкатель и никак не способствует уменьшению потребной силы выталкивания. Образно говоря, упругое сжатие пола не снижает силу, требующуюся для поднятия с него тяжелоатлетического снаряда, и вычитать упругую силу из веса снаряда некорректно.

Теперь рассмотрим прогнозирование разрушения заготовки в процессе высадки.

Данный вопрос ранее излагался в работе [5] (см. с. 229–233). Однако приведенный там материал представляется спорным.

Рекомендация использовать графический метод суммирования повреждений является нерациональной, поскольку требует большого

объема графических построений, точность которых, к тому же, сильно зависит как от масштаба изображения, так и от аккуратности черчения. Значительно проще и точнее брать с исходных экспериментальных диаграмм необходимые величины и выполнять суммирование повреждений с помощью калькулятора.

Гидростатическое давление в процессе вытяжки непрерывно меняется, но в справочнике [5] не указано, как выбирать приращения накопленных деформаций  $\Delta e_i$ , на протяжении которых можно считать относительное гидростатическое давление постоянным. Между тем, это важно, поскольку зависимость степени использования запаса пластичности  $\Psi$  от приращения накопленной деформации является нелинейной, т.е. результат будет существенно зависеть от величины расчетных отрезков. Приведем поясняющий пример. Допустим, что  $e_i$  изменяется от 0 до 2. Сначала рассмотрим линейную зависимость. По аналогии с формулой, приведенной на с. 229 справочника [5], условно примем  $\Psi = \sum a\Delta e_i$ . Выбрав шаг расчета  $\Delta e_i$  равным 1, получим  $\Psi = a(1 + 1) = 2a$ . Изменив шаг расчета, допустим, на 0,5, получим  $\Psi = a(0,5 + 0,5 + 0,5 + 0,5) = 2a$ , т.е. то же самое. Таким образом, при линейной зависимости конечный результат не будет зависеть от выбранного интервала разбиения. Теперь предположим, что зависимость нелинейная, например, параболическая:  $\Psi = \sum a(\Delta e_i)^2$ . В этом случае при шаге, равном 1, получим  $\Psi = a(1 + 1) = 2a$ , а при шаге 0,5 —  $\Psi = a(0,25 + 0,25 + 0,25 + 0,25) = a$ , т.е. существенно (в 2 раза) отличную величину.

Аналитических зависимостей для определения величин гидростатического давления и накопленной деформации в опасной точке при высадке авторами рассматриваемого раздела справочника [5] не получено. Вместо этого для определения данных величин предлагается использовать несколько графиков, полученных методом делительных сеток. Но, во-первых, эти графики получены для малого количества дискретных значений  $h_0/d_0$ , т.е., например, для заготовки с  $h_0/d_0 = 0,5$  прогнозирование разрушения выполнить нельзя. При этом данные графики построены без учета коэффициента трения, существенно влияющего на гидростатическое давление и накопленную деформацию в опасной точке.

Во-вторых, приведенные зависимости являются недостоверными. Согласно графикам, приведенным на рис. 31, с. 230 справочника [5], при  $e_i = 0$  у исследованных образцов с  $h_0/d_0 = 1; 1,2; 1,5$  гидростатическое давление в опасной точке будет одинаковым. Это неверно, так как даже в начальный момент деформации заготовки разной высаживаемой высоты при наличии трения требуют создания разных удель-



ных сил (14) и, соответственно, имеют разное напряженное состояние. По мере развития деформации гидростатическое давление, согласно упомянутым графикам, становится существенно положительным. То, что вследствие бочкообразования тангенциальные напряжения  $\sigma_\theta$  могут стать положительными, известно давно. Однако они при этом значительно меньше по абсолютной величине осевого сжимающего напряжения  $\sigma_z$  [2] (см. рис. 2.7, б, с. 33). Поэтому с учетом известной формулы, согласно которой гидростатическое давление

$$\sigma = \frac{\sigma_z + \sigma_\rho + \sigma_\theta}{3},$$

это давление будет меньше нуля. Согласно данным справочника [5] получается, что *сжатие* заготовки при высадке характеризуется напряженным состоянием преимущественного *растяжения*. В связи с этим все приведенные в справочнике [5] на рис. 33, с. 231 диаграммы пластичности разных материалов построены лишь в области положительных значений гидростатического давления.

Согласно графикам на рис. 31, с. 230 справочника [5], при одинаковой деформации, например  $e_i = 0,6$ , у образца с  $h_0/d_0 = 1$  гидростатическое давление не только отличается в несколько раз от гидростатического давления образца с  $h_0/d_0 = 1,5$ , но и становится положительным. Между тем, хорошо известно, что при одинаковой деформации бочкообразность у низких образцов значительно меньше, чем у высоких [6] (см. с. 262).

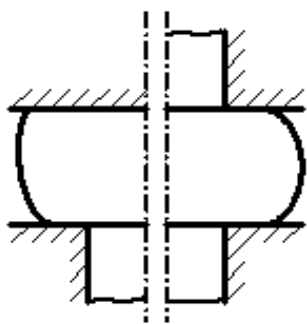
На рис. 31 справочника [5] (см. с. 230) представлены и графические зависимости накопленной деформации в опасной точке от относительной деформации:

$$e = \frac{h_0 - h}{h_0}. \quad (24)$$

Анализируя их, выявили, что для образца с  $h_0/d_0 = 1$  накопленная деформация в опасной точке полностью совпадает со средней накопленной деформацией всего образца, определяемой формулой (19), которую можно представить в виде:

$$e_i = -\ln(1 - e). \quad (25)$$

При  $e = 0,63$  получаем,  $e_i = 1$ ; при  $e = 0,73 - e_i = 1,3$ . Те же значения видны и на рис. 31 [5] (см. с. 230, кривая 3). А у образцов с  $h_0/d_0 = 1, 2; 1,5$  накопленные деформации в опасной точке по данным справочника получаются даже меньше средних. Такая информация приводит к абсурдному выводу, что опасная точка образца по накопленным деформациям не является опасной. Ошибочность этого положения, противоречащего многочисленным известным экспериментальным данным по распределению накопленных деформаций, очевидна.



**Рис. 3. Сравнение бочкообразности при посадке фланца и поперечного утолщения**

Следует также отметить, что приводимые в литературе диаграммы пластичности строились по значениям накопленных деформаций и гидростатического давления в момент разрушения [7] (см. с. 48). Повреждения при этом не суммировались. Поэтому при использовании данных диаграмм в практических расчетах представляется нецелесообразным применять такое суммирование, так как получаемый результат будет принципиально неточным. Например, если мы попробуем определить деформацию разрушения при осадке образца из материала, диаграмма пластичности которого известна, то при использовании суммирования, в силу упомянутой нелинейности, не получим того же результата, какой получен экспериментально и отражен соответствующей точкой на диаграмме пластичности. Очевидно, что метод расчета и метод построения исходной диаграммы пластичности должны быть одинаковыми.

С учетом этого предлагается следующая методика прогнозирования разрушения. Так как в опасной точке напряженные состояния при осадке и посадке не отличаются, то относительное гидростатическое давление определяем по полученной в работе [1] формуле

$$\sigma = -0,333 - \frac{\mu h}{d}. \quad (26)$$

Для найденного значения по диаграмме пластичности высаживаемого материала “ $e_p - \sigma$ ”, соответствующей температуре, при которой осуществляется штамповка, можно определить величину деформации разрушения  $e_p$ . Если диаграмма пластичности построена для определенной скорости деформации, то последнюю можно определить по

Сравнение рис. 31 [5], относящегося к посадке фланца, и рис. 32 [5], относящегося к посадке поперечного утолщения, показывает, что по данным работы [5] при посадке поперечного утолщения накопленные деформации в опасной точке будут еще меньше, чем при посадке фланца. Это неверно как в свете вышесказанного, так и в свете того, что накопленная деформация в опасной точке тем сильнее превышает среднюю величину, чем больше бочкообразность. Но очевидно, что вследствие симметрии и сдерживающего влияния верхней части стержня бочкообразность при посадке поперечного утолщения будет больше, чем при посадке фланца (рис. 3).

формуле [1]

$$\xi_i = \frac{v_0}{h}. \quad (27)$$

При использовании диаграмм пластичности, приведенных в работе [7] и построенных в эквивалентных координатах “ $\Lambda_p - \sigma/T$ ”, делаем перевод их значений в принятые нами по формулам:

$$e_p = 0,577\Lambda_p, \quad \sigma = 0,577 \left( \frac{\sigma}{T} \right). \quad (28)$$

Накопленную деформацию в опасной точке подсчитываем по формуле [1]

$$e_{iA} = (1 + 2\mu) \ln \frac{h_0}{h}. \quad (29)$$

Если окажется, что  $e_{iA} \geq e_p$ , то делаем вывод, что произойдет разрушение.

Наиболее просто осуществляется проверочный расчет.

*Пример 3.* По схеме (см. рис. 1) осуществляется холодная высадка головки болта из стали 35 при  $h_0 = 14,65$  мм и  $d_0 = 14,65$  мм. Произойдет ли разрушение заготовки, если конечная высота высаженной головки  $h = 5$  мм.

*Решение.* По формуле (16) находим диаметр высаженной головки  $d = 25,08$  мм. Принимаем  $\mu = 0,1$  и по формуле (26) вычисляем относительное гидростатическое давление  $\sigma = -0,353$ . Для данной величины находим по диаграмме пластичности на рис. 4 деформацию разрушения  $e_p = 1,7$ . По формуле (29) находим накопленную деформацию в опасной точке  $e_{iA} = 1,290$ . Если  $e_{iA} < e_p$ , то делаем вывод, что разрушения не произойдет.

Следует указать, что для расчета использовали диаграмму на рис. 4, показанную сплошной линией и соответствующую данным работы [7]. В справочнике [5] также приведена диаграмма пластичности стали 35, показанная на рис. 4 штриховой линией. Эту диаграмму не использовали ввиду ее сомнительности. Все без исключения диаграммы пластичности различных материалов, приведенные в работе [7], являются кривыми, вогнутыми вверх, что соответствует неограниченному росту пластичности при уменьшении алгебраической величины гидростатического давления. Штриховая кривая (см.

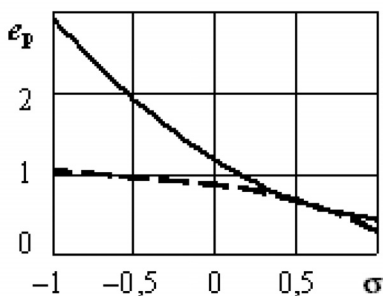


Рис. 4. Диаграмма пластичности стали 35 при температуре 20°С

рис. 4) имеет вогнутость, направленную вниз, т.е. при уменьшении гидростатического давления стремится к асимптоте. Это противоречит известным экспериментальным данным В.Л. Колмогорова, Г.Д. Козлова, П. Бриджмена.

Несколько более трудоемко выполняется расчет предельного формоизменения заготовки (т.е. определения высоты высаженной части, при которой появятся трещины).

*Пример 4.* По схеме (см. рис. 1) осуществляется холодная посадка головки болта из стали 35 при  $h_0 = 14,65$  мм и  $d_0 = 14,65$  мм. Требуется определить относительную деформацию, при которой произойдет разрушение заготовки, и сравнить найденное значение с экспериментальной величиной  $e_3 = 0,7$  [5] (см. с. 232, рис. 34).

*Решение.* Расчет ведем методом последовательных приближений. Задаемся величиной  $h$ , после чего выполняем расчет в той же последовательности, что и в примере 3 до получения значения  $e_{iA} = e_p$ . В нашем примере получено:  $\mu = 0,1$ ,  $h = 3,7$  мм,  $d = 29,15$  мм,  $\sigma = -0,346$ ,  $e_{iA} = e_p = 1,65$ . Для найденного значения  $h$  по формуле (24) находим соответствующую относительную деформацию  $e = 0,747$ . Таким образом, расхождение  $\delta = 6,3$  %.

*Пример 5.* По схеме на рис. 1 осуществляется холодная посадка головки болта из стали 35 при  $h_0 = 19,2$  мм и  $d_0 = 12,02$  мм. Требуется определить относительную деформацию, при которой произойдет разрушение заготовки, и сравнить найденное значение с экспериментальной величиной  $e_3 = 0,8$  [5] (см. с. 232, рис. 34).

*Решение.* Расчет ведем аналогично расчету в примере 4. Получено  $\mu = 0,1$ ,  $h = 4,65$  мм,  $d = 24,42$  мм,  $\sigma = -0,352$ ,  $e_{iA} = e_p = 1,7$ ;  $e = 0,758$ . Расхождение  $\delta = 5,6$  %.

Далее проанализируем посадку изделий сложного профиля.

Сначала рассмотрим процесс пластической деформации при посадке изделия сложного профиля, имеющего поперечную симметрию верха и низа высаживаемой части относительно плоскости разреза инструмента (рис. 5). По мере заполнения полостей штампа оформленные части заготовки превращаются в застойные зоны, являющиеся как бы продолжением инструмента. С учетом этого начальный момент каждого этапа дальнейшей деформации фактически представляет собой осадку с предельным трением на показанных штриховыми линиями границах зоны пластической деформации.

Таким образом, изменение удельной силы в процессе посадки рассматриваемого изделия сложного профиля можно рассчитывать в характерные моменты заполнения штампа по формуле, полученной из формулы (24) [1], путем подстановки в нее предельного коэффициента

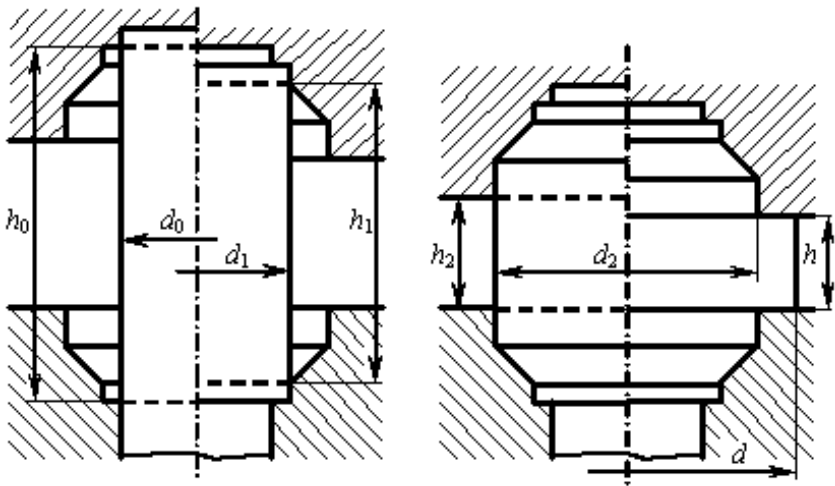


Рис. 5. Параметры процесса пластической деформации при высадке изделия сложного профиля

трения  $\mu = 0,5$ :

$$q = 1 + \frac{d_i}{8h_i}, \quad (30)$$

где в начальный момент деформации в качестве  $d_i$  и  $h_i$  следует подставлять  $d_0$  и  $h_0$ , затем —  $d_1$  и  $h_1$  и так далее (см. рис. 5).

Если момент полного завершения деформации представляет собой не осадку, а высадку (см. рис. 5, справа), то максимальное значение удельной силы следует определять по формуле, полученной из выражения (1.96) [5]:

$$q = 1 + \frac{\mu(d^4 - d_i^4) + 0,5d_i^3d}{4d^3h}, \quad (31)$$

где, например, для рис. 5  $d_i = d_2$ .

При этом накопленную деформацию в зоне высадки в каждый рассматриваемый момент удобнее всего определять по формуле

$$e_i = 2 \ln \frac{d_i}{d_0}. \quad (32)$$

В момент окончания высадки следует подставлять  $d_i = d$ .

Часто, особенно при штамповке на автоматах, высадке предшествуют операции выдавливания или редуцирования (рис. 6). Поскольку при таких операциях протяженность очага пластической деформации сравнительно невелика [3], и упрочнение либо совсем не затрагивает, либо мало затрагивает зону последующей высадки, то накопленную деформацию высаживаемой зоны можно определять по формуле (32) и в данном случае.

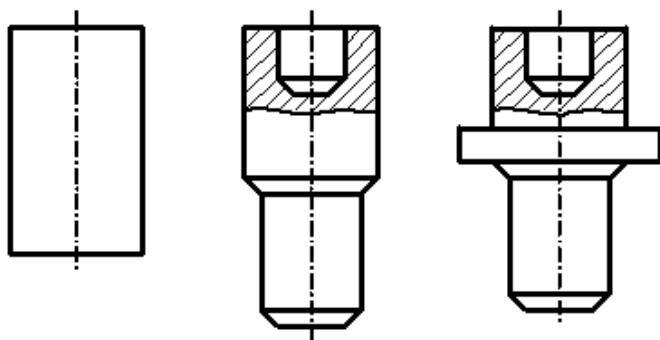


Рис. 6. Типовые переходы малоотходной штамповки

Текущее значение силы высадки определяется по формуле

$$P = \sigma_s \frac{\pi d_i^2}{4} q. \quad (33)$$

Очевидно, что при таком методе расчета изменения силы по ходу высадки промежуточная (между характерными точками) конфигурация формообразующего инструмента существенного значения не имеет. Например, для определения удельной силы окончания высадки головки шарового пальца или безоблойной штамповки шарика (рис. 7) можно использовать формулу (1.104) [5], подставляя в нее  $d$  и  $h$ . Для определения удельной силы облойной штамповки шарика (рис. 8) можно использовать формулу (31), подставляя в нее  $d_i = d_1$ .

*Пример 6.* На цилиндрической заготовке из стали 45 [4] (рис. 12, б, см. с. 287 и табл. 13, с. 289) с исходным диаметром  $d_0 = 15,83$  мм по крайней правой схеме (см. рис. 5) было высажено поперечное утолщение с  $d_2 = 22$  мм,  $d = 26,9$  мм и  $h = 5$  мм. Сила окончания высад-

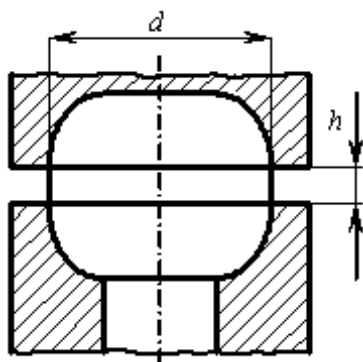


Рис. 7. Высадка головки шарового пальца

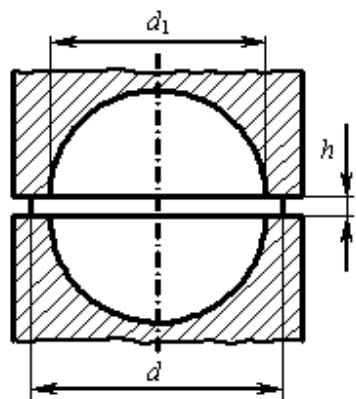


Рис. 8. Облойная штамповка шарика

ки равнялась  $P_3 = 980$  кН. Требуется определить теоретическую силу окончания высадки и сравнить полученное значение с экспериментальным.

*Решение.* По формуле (32) определяем накопленную деформацию:  $e_i = 2 \ln(26,9/15,83) = 1,060$ . Поскольку кривая упрочнения стали 45 [4] (см. с. 69, рис. 46, ж) построена для условных степеней деформации, то по формуле (22) вычисляем  $e = 0,654$ , после чего находим напряжение текучести  $\sigma_s = 1080$  МПа. Данные к этому и последующим примерам взяты из практики штамповки на автоматах, характеризующихся выполнением высадки после нескольких предварительных операций, здесь и далее принимаем среднее значение  $\mu = 0,3$ , после чего по формуле (31) находим относительную удельную силу высадки фланца  $q = 1,591$ . По выражению (18) находим площадь поперечного сечения заготовки в зоне высадки в момент ее окончания  $F = 568,3$  мм<sup>2</sup>, после чего по формуле (17) вычисляем силу высадки  $P = 976,5$  кН. Таким образом, расхождение  $\delta = 0,4\%$ .

Теперь получим формулы для определения удельной силы высадки изделий сложного профиля, имеющих несимметричные поперечные размеры относительно плоскости разреза инструмента. Для этого сначала обобщим полученное в работе [1] решение для осадки.

Примем, что коэффициенты трения на верхнем и нижнем торцах осаживаемой заготовки неодинаковы, и произвольные постоянные  $C_4$  и  $C_5$  в выражении

$$\tau_{\rho z} = (-C_4 z + C_5) \rho \quad (34)$$

определим из следующих граничных условий:  $\tau_{\rho z} z = -\mu$  при  $z = h$  и  $\rho = d/2$ ;  $\tau_{\rho z} = \mu_2$  при  $z = 0$  и  $\rho = d/2$ . Отсюда

$$\begin{cases} C_4 = \frac{2(\mu + \mu_2)}{dh}, \\ C_5 = \frac{2\mu_2}{d}. \end{cases} \quad (35)$$

Далее, аналогично работе [1], можно получить, что удельная сила осадки с неодинаковым трением по торцам заготовки определяется выражением:

$$q = 1 + \frac{0,5(\mu + \mu_2)d}{4h}. \quad (36)$$

При высадке фланца, типовые варианты формы которого показаны на рис. 9, на его верхнем торце будет контактное трение, определяемое коэффициентом трения  $\mu$ . На нижней границе очага пластической деформации имеет место предельное трение между высаживаемой зоной, имеющей свободную боковую поверхность, и уже сформированной жесткой зоной. Поэтому для определения удельной силы высадки

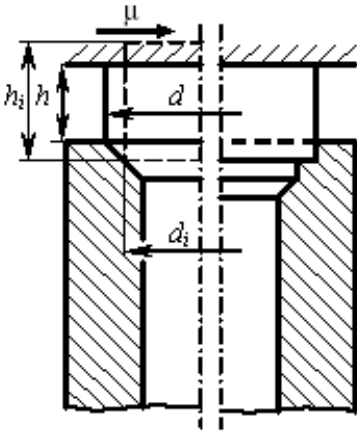


Рис. 9. Высадка фланца с жесткой зоной на нижней поверхности

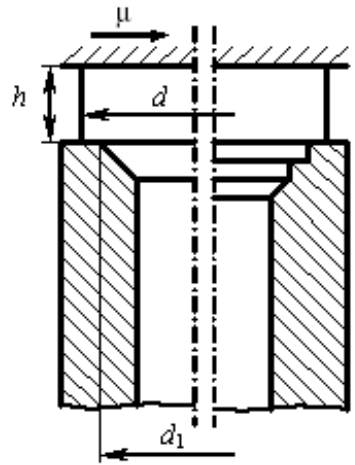


Рис. 10. Высадка фланца с выступом и жесткой зоной на нижней поверхности

такого фланца в формулу (36) нужно подставить  $\mu_2 = 0,5$ , в результате чего для момента окончания штамповки получим:

$$q = 1 + \frac{(0,5 + \mu)d}{8h}. \quad (37)$$

При необходимости определения удельной силы высадки в промежуточные моменты деформирования в формулу (37) следует подставлять промежуточные значения  $d_i$  и  $h_i$ .

Удельную силу окончания высадки фланца с выступом и жесткой зоной на нижней поверхности (рис. 10) с учетом выражения (15) можно определять по формуле:

$$q = 1 + \frac{\mu d^4 + 0,25d_1^3 d - 0,5\mu d_1^4}{4d^3 h}. \quad (38)$$

*Пример 7.* На цилиндрической заготовке диаметром  $d_0 = 9,95$  мм из стали, напряжение текучести которой в момент окончания высадки равнялось  $\sigma_s = 700$  МПа [4] (см. с. 305, рис. 26), был высажен по схеме на рис. 1.17 [4] слева фланец диаметром  $d = 30$  мм и высотой  $h = 4,6$  мм. Сила окончания высадки равнялась  $P_s = 830$  кН. Требуется определить силу окончания высадки теоретически и сравнить полученное значение с экспериментальным.

*Решение.* Принимаем среднее значение  $\mu = 0,3$ , после чего по формуле (37) находим относительную удельную силу высадки фланца  $q = 1,652$ . По выражению (18) находим площадь поперечного сечения в зоне высадки в момент ее окончания  $F = 706,9$  мм<sup>2</sup>, после чего по



формуле (17) вычисляем силу высадки  $P = 817$  кН. Таким образом, расхождение  $\delta = 1,5\%$ .

Для получения дальнейших формул сначала распространим на случай разных коэффициентов трения по верхней и нижней контактным поверхностям выведенную общую формулу для высадки (12). Из сравнения полученной в работе [1] формулы (24) с выведенной формулой (36) видно, что при разных коэффициентах трения надо в формулу (12), вместо коэффициента трения  $\mu$ , подставить  $0,5(\mu + \mu_2)$ . Таким образом, формула для наиболее общего случая высадки будет иметь вид

$$q = 1 + \frac{(\mu + \mu_2)d}{8h} - \frac{(\mu + \mu_2)d_0^4}{8d^3h} + \frac{(0,5 + \mu_1)d_0^3}{8d^2h}. \quad (39)$$

При высадке фланца с жесткой зоной по всей верхней поверхности (рис. 11) предельное трение будет на верхней границе очага пластической деформации, а на части нижней границы будет контактное трение, определяемое коэффициентом трения  $\mu$ . С учетом этого в формулу (39) следует подставить  $\mu_2 = 0,5$  и, с учетом пояснений к формуле (13),  $\mu_1 = 0,5d_0/d$ . Поскольку, как указано ранее, высадка обычно выполняется после нескольких предварительных формоизменяющих операций (см. рис. 6), то диаметр исходной заготовки  $d_0$  может в принципе отличаться от высаживаемого диаметра  $d_1$ . Поэтому для обобщения заменим  $d_0$  на  $d_1$  и с учетом сделанных пояснений получим из формулы (39) следующее расчетное выражение:

$$q = 1 + \frac{0,5d(d^3 + d_1^3) + \mu(d^4 - d_1^4)}{8d^3h}. \quad (40)$$

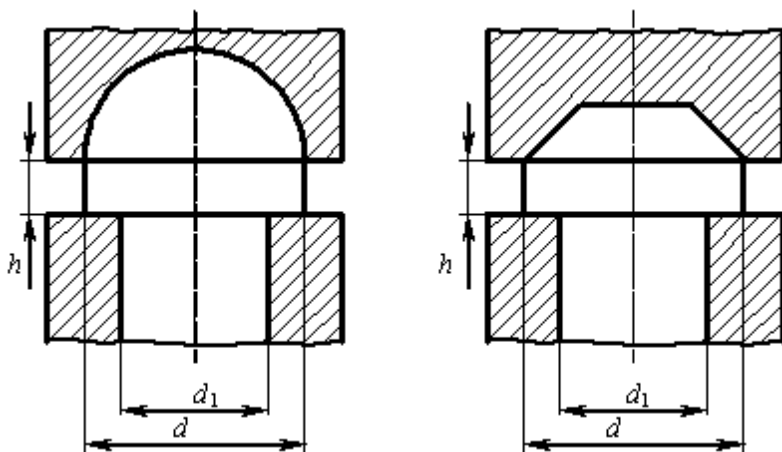


Рис. 11. Варианты высадки фланца с жесткой зоной по всей верхней поверхности

*Пример 8.* На цилиндрической заготовке из стали 10 (рис. 32 на с. 309 и предпоследняя строка табл. 21 на с. 308 справочника [4]) диаметром  $d_0 = d_1 = 9,95$  мм по схеме (см. рис. 11, справа) был высажен фланец с  $d = 21$  мм и  $h = 6,85$  мм. Сила окончания высадки равнялась  $P_3 = 360$  кН. Требуется теоретически определить силу окончания высадки и сравнить полученное значение с экспериментальным.

*Решение.* По формуле (32) определяем накопленную деформацию:  $e_i = 2 \ln(21/9,95) = 1,494$ . Так как кривая 3 упрочнения стали 10 [4] (см. с. 64) построена для условных степеней деформации, то по формуле (22) вычисляем  $e = 0,776$ , после чего находим напряжение текучести  $\sigma_s = 800$  МПа. Принимаем  $\mu = 0,3$  и по формуле (40) находим относительную удельную силу высадки фланца  $q = 1,321$ . По выражению (18) находим площадь поперечного сечения в момент окончания высадки  $F = 346,4$  мм<sup>2</sup>, после чего по формуле (17) вычисляем силу высадки  $P = 366,1$  кН. Таким образом, расхождение  $\delta = 1,7\%$ .

*Пример 9.* На цилиндрической заготовке из стали 35 (рис. 32 на с. 309 и последняя строка табл. 21 на с. 308 справочника [4]) диаметром  $d_0 = d_1 = 9,95$  мм по схеме на рис. 11, справа, был высажен фланец с  $d = 21$  мм и  $h = 6,85$  мм. Сила окончания высадки равнялась  $P_3 = 480$  кН. Требуется определить силу окончания высадки теоретически и сравнить полученное значение с экспериментальным.

*Решение.* По формуле (32) определяем  $e_i = 2 \ln(21/9,95) = 1,494$ . Кривая 1 упрочнения стали 35, показанная на рис. 46, е, с. 68 справочника [4], построена для условных степеней деформации, далее получаем  $\sigma_s = 1050$  МПа;  $q = 1,321$ ;  $F = 346,4$  мм<sup>2</sup>;  $P = 480,5$  кН. Таким образом, расхождение  $\delta = 0,1\%$ .

*Пример 10.* На цилиндрической заготовке из стали 10 (рис. 13 на с. 88 и табл. 13 на с. 289 справочника [4]) диаметром  $d_0 = 14,5$  мм после переходов, аналогичных рис. 6, по схеме на рис. 11, справа, был высажен фланец с  $d_1 = 9,5$  мм,  $d = 24$  мм и  $h = 3$  мм. Сила окончания высадки равнялась  $P_3 = 545$  кН. Требуется определить силу окончания высадки теоретически и сравнить полученное значение с экспериментальным.

*Решение.* По формуле (32) определяем накопленную деформацию:  $e_i = 2 \ln(24/14,5) = 1,008$ . Кривая 1 упрочнения стали 10, показанная на рис. 8, с. 31 справочника [4], построена для условных степеней деформации, то по формуле (22) вычисляем  $e = 0,635$ , далее находим  $\sigma_s = 680$  МПа;  $q = 1,824$ ;  $F = 452,4$  мм<sup>2</sup>;  $P = 561,0$  кН. Таким образом, расхождение  $\delta = 2,9\%$ .

Наиболее общим случаем высадки является вариант высадки, показанный на рис. 12. С учетом пояснений, сделанных при выводе форму-

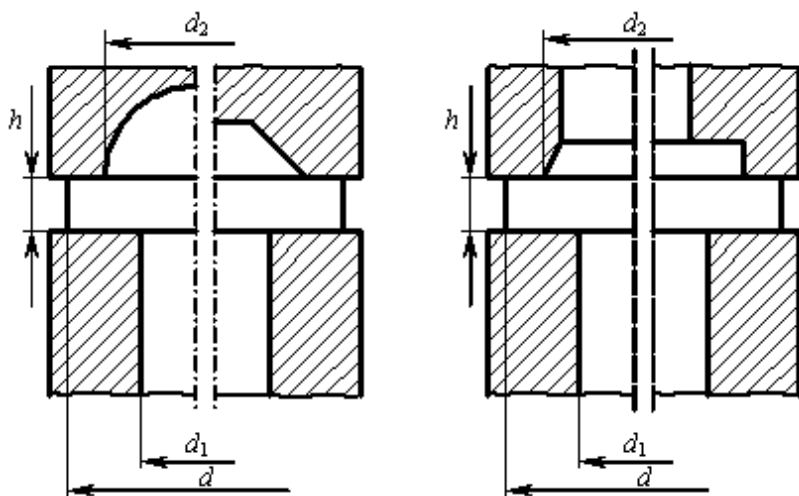


Рис. 12. Варианты высадки с жесткой зоной на части верхней поверхности

лы (40), а также того, что в частных случаях формула наиболее общего случая при  $d_1 = d_2$  должна совпадать с формулой (31), а при  $d_2 = d$  — с формулой (40), можно получить, что в общем случае

$$q = 1 + \frac{0,5d_1^3d \left(1 + \frac{d_1}{d_2}\right) + (\mu + \mu_2)(d^4 - d_1^4)}{8d^3h}, \quad (41)$$

где приведенный коэффициент трения

$$\mu_2 = \frac{0,5(d_2 - d_1) + \mu(d - d_2)}{d - d_1}. \quad (42)$$

*Пример 11.* На цилиндрической заготовке из стали Ст 3 (рис. 28 на с. 306 и 2-я строка табл. 21 на с. 308 справочника [4]) диаметром  $d_0 = d_1 = 4,44$  мм по схеме, показанной на крайней правой части рис. 12, был высажен фланец с  $d_2 = 6,68$  мм,  $d = 8,97$  мм и  $h = 0,93$  мм. Сила окончания высадки равнялась  $P_3 = 100$  кН. Требуется теоретически определить силу окончания высадки и сравнить полученное значение с экспериментальным.

*Решение.* По формуле (32) определяем накопленную деформацию в высаживаемой зоне:  $e_i = 2 \ln(8,97/4,44) = 1,406$ . Так как кривая упрочнения стали Ст 3, показанная на рис. 41, с. 64 справочника [4], построена для условных степеней деформации, то по формуле (22) вычисляем  $e = 0,755$ , после чего находим напряжение текучести  $\sigma_s = 800$  МПа. Принимаем  $\mu = 0,3$ , после чего по выражению (42) находим  $\mu_2 = 0,399$ , а затем по формуле (41) вычисляем относительную

удельную силу высадки фланца  $q = 1,914$ . По выражению (18) находим наибольшую площадь поперечного сечения в момент окончания высадки  $F = 63,2 \text{ мм}^2$ , после чего по формуле (17) вычисляем силу высадки  $P = 96,7 \text{ кН}$ . Таким образом, расхождение  $\delta = 3,4 \%$ .

*Пример 12.* На цилиндрической заготовке из стали 15 (рис. 12, в, на с. 287 и табл. 13 на с. 289 справочника [4]) диаметром  $d_0 = d_1 = 9 \text{ мм}$  по схеме, показанной на крайней правой части рис. 12, был высажен фланец с  $d_2 = 11 \text{ мм}$ ,  $d = 20 \text{ мм}$  и  $h = 3 \text{ мм}$ . Сила окончания высадки равнялась  $P_3 = 420 \text{ кН}$ . Требуется определить силу окончания высадки теоретически и сравнить полученное значение с экспериментальным.

*Решение.* По формуле (32) определяем  $e_i = 2 \ln(20/9) = 1,597$ . Кривая упрочнения стали 15, показанная на рис. 46, в [4], построена для условных степеней деформации; по формуле (22) вычисляем  $e = 0,798$ , после чего находим  $\sigma_s = 850 \text{ МПа}$ .  $\mu_2 = 0,336$ ;  $q = 1,578$ ;  $F = 314,2 \text{ мм}^2$ ;  $P = 421,3 \text{ кН}$ . Таким образом, расхождение  $\delta = 0,3 \%$ .

Прогнозирование разрушения при высадке изделий сложной формы осуществляется по методике, подробно изложенной для изделий простой формы.

Гидростатическое давление для крайней правой схемы на рис. 5 и для схем на рис. 8, 10, 12 определяется по формуле (26). Гидростатическое давление для левой схемы на рис. 5 и для схемы на рис. 7 определяется по той же формуле (26) с подстановкой в нее  $\mu = 0,5$ . Для схем на рис. 9 и 11 гидростатическое давление в опасной точке определяется по формуле

$$\sigma = -0,333 - \frac{(0,5 + \mu)h}{2d}. \quad (43)$$

Для изделий сложной формы накопленную деформацию в опасной точке удобно определять по формуле, полученной из соотношения (29):

$$e_{iA} = 2(1 + 2\mu) \ln \frac{d}{d_0}. \quad (44)$$

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дмитриев А. М., Воронцов А. Л. Общая теория осадки и высадки цилиндрической заготовки // Вестник МГТУ имени Н.Э. Баумана. Серия "Машиностроение". – 2004. – № 1. – С. 82–103.
2. Овчинников А. Г. Основы теории штамповки выдавливанием на прессах. – М.: Машиностроение, 1983. – 200 с.
3. Дмитриев А. М., Воронцов А. Л. Технологияковки и объемной штамповки. Часть 1. Объемная штамповка выдавливанием. Учебник для вузов. – М.: Высшая школа, 2002. – 400 с.
4. Холодная объемная штамповка. Справочник / Под ред. Г.А. Навроцкого. – М.: Машиностроение, 1973. – 496 с.

5. К о в к а и штамповка. Справочник / Под ред. Е.И. Семенова. Т. 3. Холодная объемная штамповка. Под ред. Г.А. Навроцкого. – М.: Машиностроение, 1987. – 384 с.
6. С т о р о ж е в М. В., П о п о в Е. А. Теория обработки металлов давлением. – М.: Машиностроение, 1977. – 423 с.
7. К о л м о г о р о в В. Л. Напряжения, деформации, разрушение. – М.: Металлургия, 1970. – 229 с.

Статья поступила в редакцию 2.06.2003

Александр Михайлович Дмитриев родился в 1948 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1972 г. Чл.-кор. РАН, д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой “Технологии обработки давлением” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 202 научной работы в области обработки металлов давлением.

A. M. Dmitriev (b.1948) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1972. Corresponding member of the Russian Academy of Sciences, D.Sc(Eng), professor, head of “Procedures and Techniques of Treatment by Pressure” Department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 202 publications in the field of plastic metal working.



Андрей Львович Воронцов родился в 1955 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1978 г. Д-р техн. наук, профессор кафедры “Прикладная механика” Московской государственной академии приборостроения и информатики. Автор 171 научной работы в областях обработки металлов давлением и прикладной механики.

A. L. Vorontsov (b.1955) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1978. D.Sc(Eng), professor of “Applied Mechanics” Department of the Moscow State Academy of Device building and Informatics (MGAPI). Author of 171 publications in the fields of plastic metal working and applied mechanics.

