

УДК 629.14

Г. О. Котиев, М. С. Панкратов,
А. А. Полунгян

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ПОЛНОПРИВОДНОЙ КОЛЕСНОЙ МАШИНЫ С БЕССТУПЕНЧАТОЙ ТРАНСМИССИЕЙ

Приведена математическая модель полноприводной колесной машины с бесступенчатой трансмиссией, предназначенная для разработки алгоритмов оптимального управления силовой цепью машины. Модель построена по общим законам динамики механических систем и может рассматриваться как модель объекта управления при построении системы оптимального распределения крутящего момента по колесам.

В современном транспортном машиностроении широко применяются бесступенчатые передачи. Преимуществом таких систем является возможность поддерживать работу машины на оптимальных, по тем или иным критериям, режимах. Одной из таких систем являются гидростатические передачи, нашедшие применение в колесных тракторах сельскохозяйственного и промышленного назначения. Однако подобные системы нашли применение только в машинах узкого класса (преимущественно строительных). Распространение бесступенчатых трансмиссий во многом сдерживается необходимостью высококачественного управления. Как показано в работе [1], человек-оператор не в состоянии эффективно регулировать параметры силового потока и использовать преимущества бесступенчатой трансмиссии. Применяя автоматически управляемую гидрообъемную передачу, можно снизить расход топлива и обеспечить высокие показатели проходимости, управляемости и устойчивости [1].

Для синтеза и анализа системы автоматического управления необходимо построить модель объекта управления. В настоящей работе описывается детерминированная модель движения трехосной полноприводной колесной машины повышенной проходимости с формулой управления 1–0–3. Трансмиссия машины представляет собой полнопоточную гидрообъемную передачу, осуществляющую индивидуальный подвод и трансформацию момента для каждого колеса.

При моделировании определяют реакции машины на управляющие воздействия, рассматриваемые как заданные [2]. Математическую мо-

дель машины условно разделяют на подмодели движения машины как твердого тела, систем “двигатель–трансмиссия” и взаимодействия ходовой части с несущей системой.

Для изучения движения введем 8 систем координат: 1. Cxy — это система координат с началом в центре масс машины и осями, жестко связанными с корпусом; 2. $K_i x''_i y''_i$ — система координат с началом отсчета в условной точке K_i контакта колеса с поверхностью, и жестко связанная с i -м колесом, $i = 1 \dots 6$; 3. $Ox'y'$ — система координат, связанная с поверхностью.

Положение систем отсчета показано на рис. 1.

Предположим, что взаимодействие колес с опорным основанием в плоскости основания происходит посредством сил \bar{P}_{ft} , характеризующих сопротивление прямолинейному движению, и \bar{R}_i , препятствующих смещению опорных поверхностей колес относительно основания. Силы \bar{P}_f и \bar{R} определяют в системе отсчета, связанной с соответствующим колесом, предполагая, что силы \bar{P}_f и \bar{R} приложены в точках контакта колес с поверхностью [2].

Силу \bar{R}_i взаимодействия i -го колеса с грунтом определяют в соответствии с подходом, изложенным в работе [3], по соотношению

$$R_i = \mu_{si} Q_i,$$

где Q_i — нормальная нагрузка на i -е колесо; μ_{si} — коэффициент трения частичного скольжения.

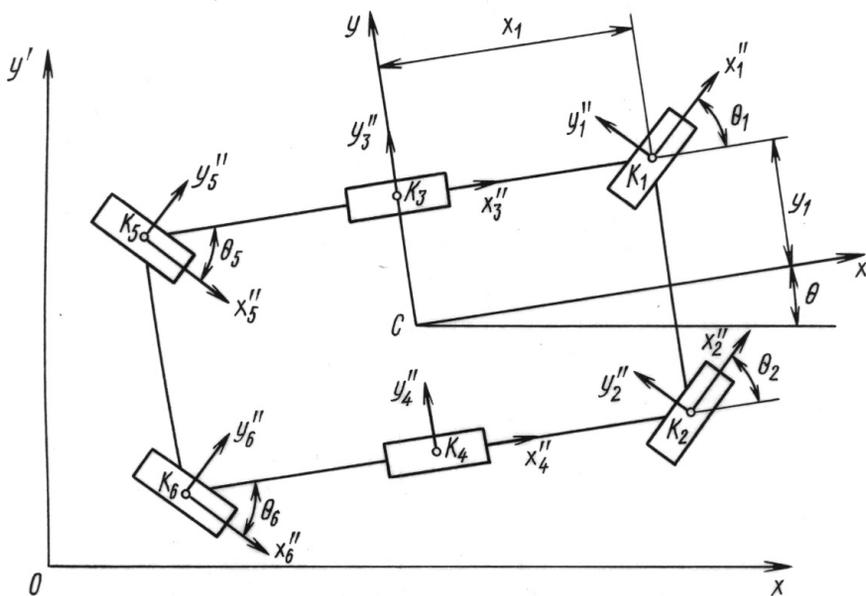


Рис. 1. Системы координат

Коэффициент трения частичного скольжения определяют по расчетной зависимости [3]

$$\mu_s = \mu_{s\alpha \max} \left(1 - e^{-\frac{s}{s_0}} \right);$$

здесь $\mu_{s\alpha \max}$ — коэффициент трения полного скольжения; s_0 — константа скольжения, которую рассматривают как характеристику грунта; s — коэффициент скольжения, определяемый соотношением

$$s = \left| \frac{V_{\text{ск}}}{V_{\text{отн}}} \right|,$$

где $V_{\text{ск}}$ — скорость скольжения в точке контакта колеса с опорным основанием; $V_{\text{отн}}$ — скорость движения нижней точки колеса относительно корпуса машины.

Скорость движения нижней точки колеса относительно корпуса машины $V_{\text{отн}}$ в системе отсчета, связанной с колесом, равна

$$V_{\text{отн } x''} = \omega_k r_{k0}; \quad V_{\text{отн } y''} = 0,$$

где ω_k — угловая скорость колеса; r_{k0} — радиус качения колеса в ведомом режиме.

В системе отсчета, связанной с корпусом, переносная скорость может быть определена по соотношениям:

$$V_{\text{пер } x} = V_{cx} - y_k \omega_c;$$

$$V_{\text{пер } y} = V_{cy} + x_k \omega_c,$$

где (x_k, y_k) — координаты точки контакта i -го колеса с поверхностью в системе отсчета Cxy ; (V_{cx}, V_{cy}) — компоненты скорости центра масс относительно поверхности в системе отсчета Cxy ; ω_c — угловая скорость поворота корпуса относительно вертикальной оси.

В системе отсчета, связанной с колесом, относительная скорость имеет вид:

$$V_{\text{пер } x''} = (V_{cx} - y_k \omega_c) \sin \theta_k + (V_{cy} + x_k \omega_c) \cos \theta_k;$$

$$V_{\text{пер } y''} = (V_{cy} + x_k \omega_c) \cos \theta_k - (V_{cx} - y_k \omega_c) \sin \theta_k,$$

где θ_k — угол между осями x и x'' соответствующего колеса.

Скорость скольжения $V_{\text{ск}}$ в системе отсчета, связанной с колесом, можно найти как

$$\bar{V}_{\text{ск}}'' = \bar{V}_{\text{пер}}'' - \bar{V}_{\text{отн}}''.$$

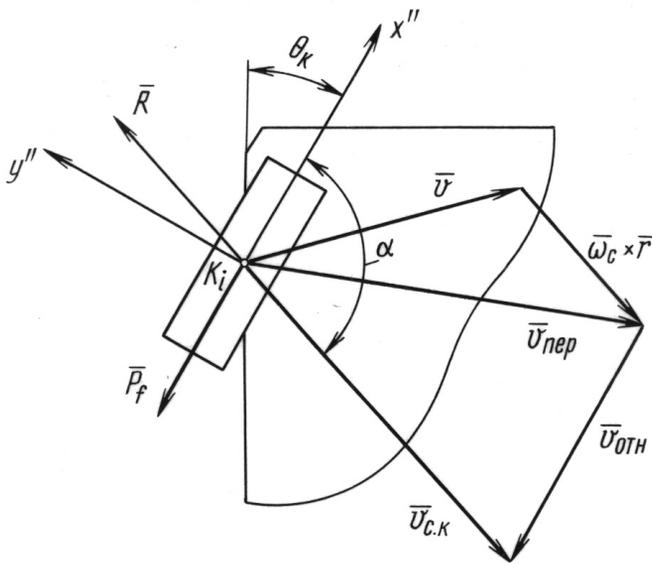


Рис. 2. Расчетная схема колеса

Вектор силы \bar{R} направлен противоположно вектору скорости скольжения колеса по опорной поверхности.

Кинематические и силовые величины показаны на рис. 2.

Коэффициент трения полного скольжения $\mu_{s\alpha \max}$ определяют посредством эллипса трения [4]:

$$\mu_{s\alpha \max} = \frac{\mu_{sx \max} \mu_{sy \max}}{\sqrt{\mu_{sx \max}^2 \sin^2 \alpha + \mu_{sy \max}^2 \cos^2 \alpha}},$$

где α — угол отклонения скорости скольжения от серединной плоскости колеса; $\mu_{sx \max}$ и $\mu_{sy \max}$ — коэффициенты продольного и поперечного сцепления.

Также возможно смоделировать взаимодействие колеса с грунтом при помощи следующей зависимости:

$$\mu_s = \mu_{s\alpha \max} \left(1 - e^{-\frac{s}{s_0}}\right) \left(1 + e^{-\frac{s}{s_1}}\right).$$

В этом случае зависимость коэффициента трения частичного скольжения от скольжения имеет выраженный максимум и соответствует связным грунтам.

Соппротивление качению колеса определяется при помощи условной силы сопротивления качению, определяемой по формуле из работы [2]:

$$P_{fi} = f_i Q_i,$$

где f_i — коэффициент сопротивления прямолинейному движению i -го колеса; Q_i — нормальная реакция грунта под i -м колесом.

Вектор силы \bar{P}_f сопротивления прямолинейному движению направлен противоположно проекции вектора $V_{\text{пер } x''}$ переносной скорости на продольную ось. В связанной с колесом системе отсчета

$$P_{f_{ix''}} = f \cdot Q_i \text{sign} V_{\text{пер } xi};$$

$$P_{f_{iy''}} = 0.$$

В системе отсчета, связанной с корпусом, проекции силы P_f определяют как

$$P_{f_{ix}} = f Q_i \text{sign} V_{\text{пер } x} \cos \theta_{ki};$$

$$P_{f_{iy}} = -f Q_i \text{sign} V_{\text{пер } x} \sin \theta_k.$$

Таким образом, при повороте колеса сила сопротивления прямолинейному движению имеет поперечную по отношению к корпусу составляющую.

Уравнения движения машины по ровному горизонтальному основанию как твердого тела в системе координат, связанной с корпусом, имеют вид:

$$\frac{d}{dt} V_{cx} - V_{cx} \omega_c = \frac{1}{m} F_x;$$

$$\frac{d}{dt} V_{cy} + V_{cy} \omega_c = \frac{1}{m} F_y;$$

$$J_c \frac{d}{dt} \omega_c = M,$$

где m — масса машины; (F_x, F_y) — компоненты главного вектора сил, действующих на машину; J_c — момент инерции машины относительно вертикальной оси; M — главный момент сил, действующих на машину.

Главный вектор сил \bar{F} определяют по выражениям:

$$\bar{F} = \sum_{i=1}^6 \bar{P}_{fi} + \sum_{i=1}^6 \bar{R}_i;$$

$$F_x = \sum_{i=1}^6 P_{f_{ix}} + \sum_{i=1}^6 R_{ix};$$

$$F_y = \sum_{i=1}^6 P_{f_{iy}} + \sum_{i=1}^6 R_{iy}.$$

Главный момент сил, действующих на машину, находят по выражению

$$M = \sum_{i=1}^6 (-y_k P_{fix} + x_k P_{fix}) + \sum_{i=1}^6 (-y_k R_{ik} + x_k R_{ix}).$$

Для определения нормальных реакций грунта под колесами машины можно записать следующую систему уравнений равновесия твердого тела:

$$\begin{cases} Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5 + Q_6 = mg; \\ Q_1 x_{k1} + Q_2 x_{k2} + Q_3 x_{k3} + Q_4 x_{k4} + Q_5 x_{k5} + Q_6 x_{k6} = -m \cdot a_{cx} H_z; \\ Q_1 y_{k1} + Q_2 y_{k2} + Q_3 y_{k3} + Q_4 y_{k4} + Q_5 y_{k5} + Q_6 y_{k6} = -m \cdot a_{cy} H_z, \end{cases} \quad (1)$$

где (x_{ki}, y_{ki}) — координаты i -го катка относительно центра масс машины; a_{cx} и a_{cy} — продольное и поперечное ускорения центра масс; H_z — высота центра масс корпуса машины над опорной поверхностью.

Ускорения центра масс определяются по выражениям:

$$a_{cx} = \frac{F_x}{m};$$

$$a_{cy} = \frac{F_y}{m}.$$

Полагая, что концы векторов нормальных реакций лежат в одной плоскости, можно записать:

$$\left. \begin{aligned} Q_1 - Q_2 + (y_1 - y_2) B + (x_1 - x_2) C &= 0, \\ \dots\dots\dots \\ Q_5 - Q_6 + (y_5 - y_6) B + (x_5 - x_6) C &= 0. \end{aligned} \right\} \quad 6 \text{ уравнений.} \quad (2)$$

Совместное решение систем (1) и (2) позволяет определить значения нормальной реакции грунта под каждым колесом.

Известно, что связь колеса с грунтом не является удерживающей, поэтому решения, содержащие отрицательные значения нормальных реакций грунта, лишены физического смысла. Если одна (или несколько) нормальная реакция получается отрицательной, то эту реакцию (реакции) принимают равной нулю и систему решают заново (соответственно число уравнений уменьшается).

В настоящей работе моделируется работа полнопоточной гидрообъемной передачи с индивидуальным подводом мощности к каждой условной оси.

Схема трансмиссии показана на рис. 3.

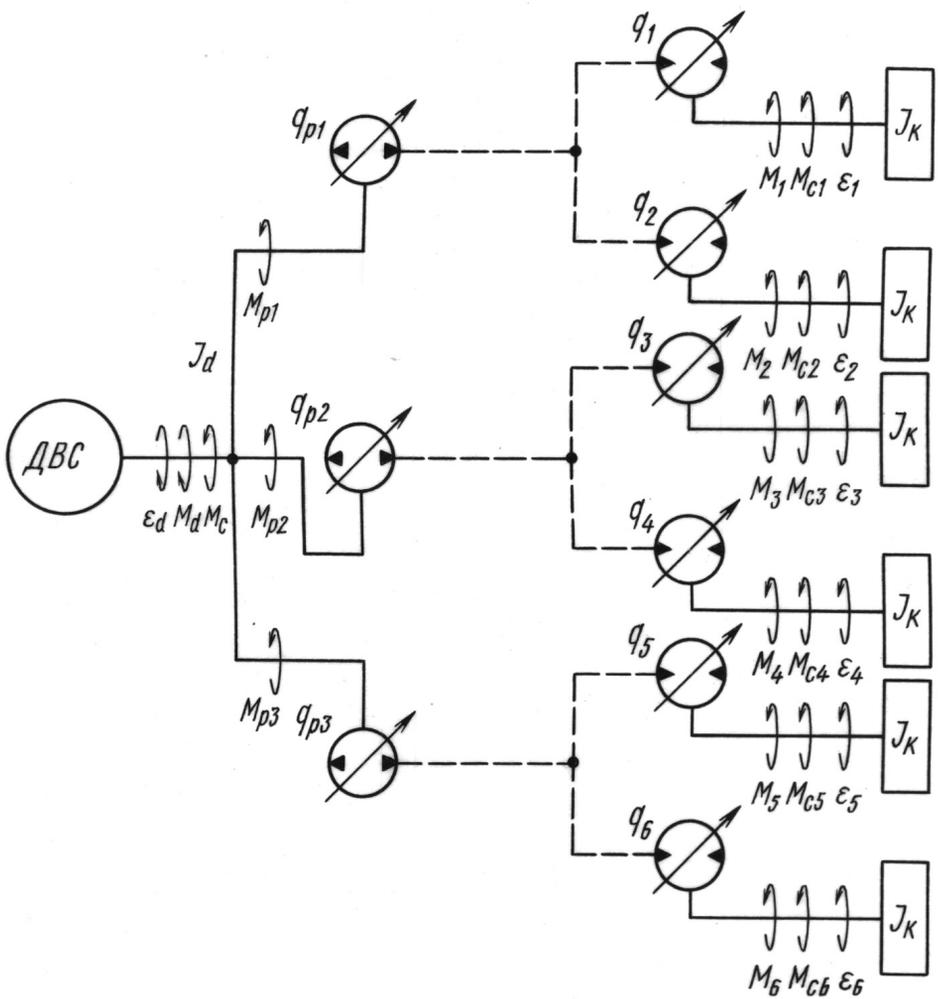


Рис. 3. Схема трансмиссии

Трансмиссия состоит из трех регулируемых насосов, приводимых от одного вала с одинаковой угловой скоростью, и шести регулируемых моторов, каждый из которых связан со своим колесом. Таким образом, мощность от двигателя передается шестью (по количеству колес) потоками.

Моделирование гидропривода опирается на подход, изложенный в работе [5]. Для каждого условного моста (группы, состоящей из насоса и двух моторов) можно записать уравнение расхода:

$$q_p n_p \eta_{vp} - q_{mi} n_{mi} \eta_{mi} - q_{m i+1} n_{m i+1} \eta_{m i+1} = L_{сж},$$

где n_p — обороты вала насоса; n_{mi} , $n_{m i+1}$ — обороты вала i -го (левого) и $(i + 1)$ -го (правого) мотора; $L_{сж}$ — потери потока за счет сжатия

жидкости; величина $q_p n_p$ представляет собой идеальную подачу насоса, $q_p n_p \eta_{\nu p}$ — действительную подачу насоса; $q_{M_i} n_{M_i}$, $q_{M_{i+1}} n_{M_{i+1}}$ — идеальные расходы моторов; $q_{M_i} n_{M_i} \eta_{\nu M_i}$, $q_{M_{i+1}} n_{M_{i+1}} \eta_{\nu M_{i+1}}$ — действительные расходы моторов.

Разность действительных потоков насоса и мотора компенсируется сжатием жидкости [5]

$$L_{сж} = \frac{V}{E_{ж}} \frac{dp}{dt},$$

где $E_{ж}$ — модуль объемного сжатия жидкости; V — объем гидросистемы.

В настоящей работе пренебрегают зависимостью $E_{ж}$ от температуры и давления в системе. В таком случае

$$p = \frac{E_{ж}}{V} \int L_{сж} dt.$$

Исходя из известного давления в системе, определяют моменты на валах насоса и мотора:

$$M_p = \frac{1}{10} p q_p (1/\eta_{MP});$$

$$M_{M1} = \frac{1}{10} p q_{M1} \eta_{MM1};$$

$$M_{M2} = \frac{1}{10} p q_{M2} \eta_{MM2}.$$

Каждый из этих потоков характеризуется своим кинематическим и силовым коэффициентом полезного действия. Как известно, КПД гидромашин сильнее всего зависит от давления жидкости в системе и угловой скорости вала. Зависимость потерь от этих двух факторов отображается на универсальной характеристике гидромашин. Топографическая характеристика КПД показана на рис. 4.

Приведенная ранее ориентировочная характеристика вполне соответствует экспериментальным универсальным характеристикам [1] и отражает все основные особенности динамики КПД гидромашин.

Уравнение динамики вращательного движения вала ДВС можно записать в виде

$$J_d \varepsilon_d = M_d - M_c,$$

где J_d — приведенный к коленчатому валу двигателя момент инерции деталей, механически связанных с коленчатым валом; M_d — движущий момент на коленчатом валу двигателя, определяемый по механической характеристике.

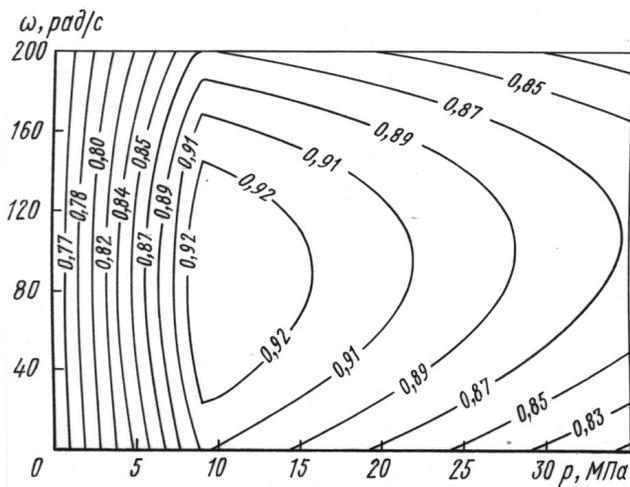


Рис. 4. Топографическая характеристика КПД гидромашин

Все насосы приведены от одного вала, поэтому можно записать

$$M_c = M_{p1} + M_{p2} + M_{p3}.$$

Далее приведены результаты моделирования движения машины при прямолинейном разгоне с нулевой начальной скоростью и при установившемся повороте. На рис. 5 приведена зависимость продольной скорости машины от времени при разгоне. Разгон производится на грунте с коэффициентами $\mu_{x \max} = \mu_{y \max} = 0,6$, $f = 0,05$, что соответствует укатанной грунтовой дороге.

На рис. 6 приведены законы изменения рабочих объемов гидромашин и теоретического передаточного отношения гидротрансмиссии. В начальный момент времени рабочие объемы насосов сведены к нулю, а объемы моторов установлены максимальными. Далее увеличивается по линейному закону рабочий объем насоса до максимального значения. После достижения рабочим объемом насоса максимального значения рабочий объем моторов уменьшается. На рис. 7 приведен график изменения давления в гидроприводе при разгоне.

Установившийся поворот моделировали по круговой траектории. Угол поворота переднего левого колеса

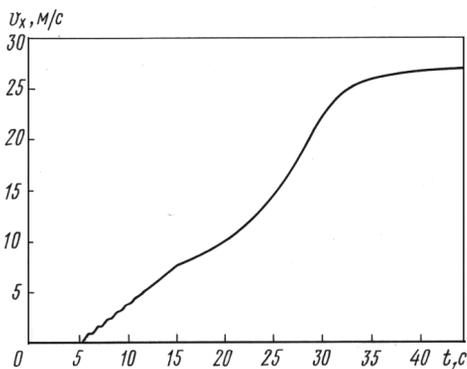


Рис. 5. Скорость машины во время разгона

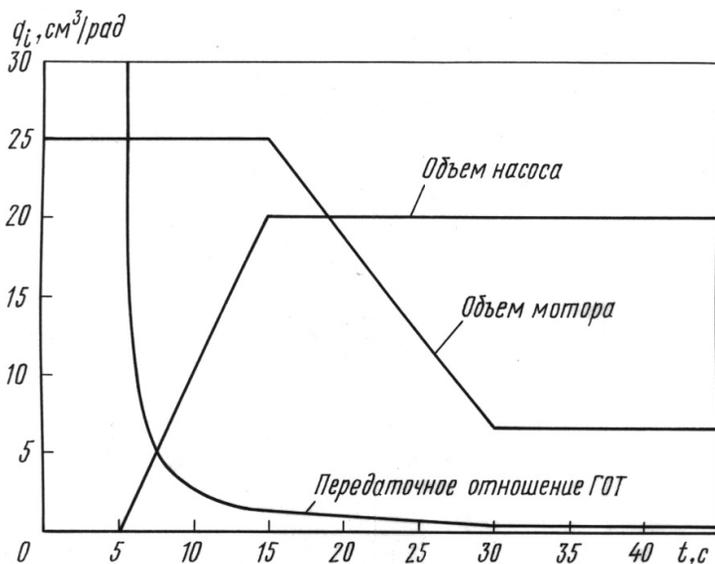


Рис. 6. Рабочие объемы машин

$\phi = 0,3 \text{ рад} = 18^\circ$. На рис. 8 приведена траектория движения машины во время выполнения маневра.

Установившийся угол увода $\phi = 0,177 \text{ рад} = 10,14^\circ$.

Во время поворота трансмиссия не регулируется. Изменение давления рабочей жидкости в магистралях ГОТ показано на рис. 9.

Моменты на колесах показаны на рис. 10. На рис. 11 показано изменение скорости центра масс машины во время выполнения маневра.

Предлагаемая математическая модель может быть использована для синтеза системы автоматического управления, а также для исследования управляемости и устойчивости транспортного средства при

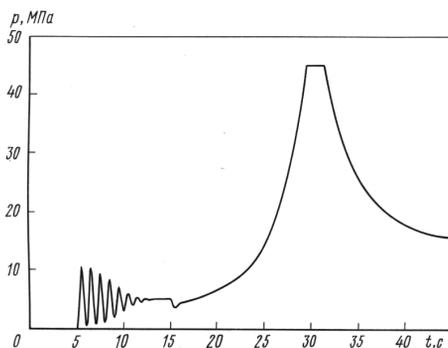


Рис. 7. Давление в приводе

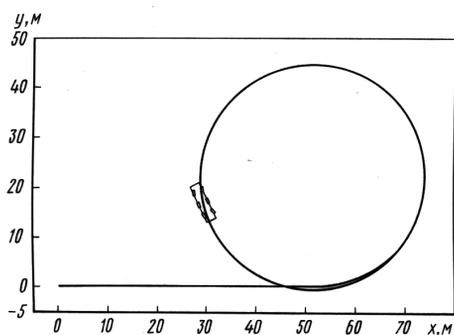


Рис. 8. Траектория движения машины во время маневра

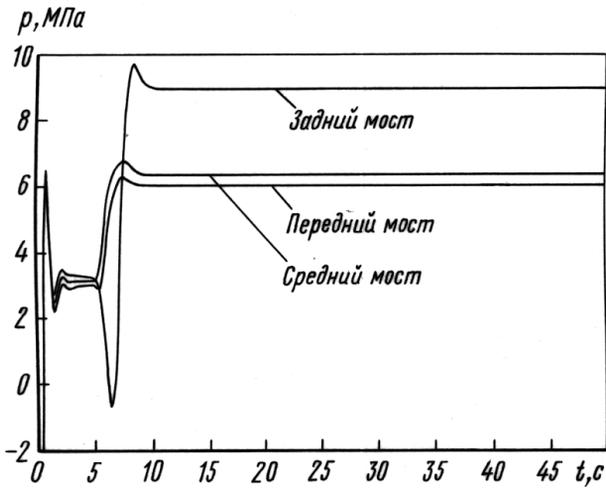


Рис. 9. Давление в гидропередаче

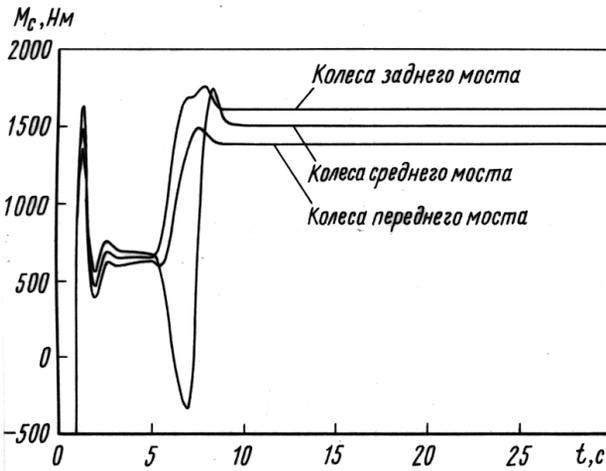


Рис. 10. Моменты на колесах



Рис. 11. Скорость центра масс машины

движении по ровной горизонтальной поверхности. Модель также позволяет прогнозировать нагрузки на двигатель, трансмиссию и ходовую систему при выполнении различных маневров, анализировать эффективность системы управления, качество переходных процессов. При использовании модели существенно упрощается создание управляющей программы контроллера реальной машины.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петров В. А. Гидрообъемные трансмиссии самоходных машин. – М.: Машиностроение, 1988. – 244 с.
2. Красненьков В. И. Основы теории управляемости гусеничных машин: Учебное пособие. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1977. – 81 с.
3. Рождественский Ю. Л., Машков К. Ю. О формировании реакции при качении упругого колеса по недеформируемому основанию в режимах бортового поворота // Труды МВТУ № 390. – М.: Ротапринт МВТУ, 1982. – С. 56–64.
4. Эллис Д. Управляемость автомобиля. – М.: Машиностроение, 1975. – 216 с.
5. Красненьков В. И., Ловцов Ю. И., Харитонов С. А., Кузякин А. В. Имитационное моделирование движения транспортной гусеничной машины и оценка ее реакций на возмущения // Труды МВТУ № 506. – М.: Ротапринт МВТУ, 1988. – С. 126–160.

Статья поступила в редакцию 21.11.2003

Георгий Олегович Котиев родился в 1967 г., окончил в 1990 г. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Заведующий кафедрой “Колесные машины” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 50 научных работ в области систем поддрессоривания транспортных машин.

G.O. Kotiev (b. 1967) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1990. Head of “Wheeled Vehicles” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 50 publications in the field of systems of cushioning transport vehicles.



Михаил Сергеевич Панкратов родился в 1982 г. Студент МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор одной научной работы в области динамического нагружения колесных машин.

M.S. Pankratov (b. 1982). Student of the Bauman Moscow State Technical University. Author of a publication in the field of dynamical loading of wheeled vehicles.



Аркадий Авсеевич Полунгян родился в 1931 г., окончил в 1954 г. МВТУ им. Н.Э. Баумана. Д-р техн. наук, профессор кафедры “Колесные машины” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 100 научных работ в области динамического нагружения колесных машин.

A.A. Polunghyan (b. 1931) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1954. D. Sc. (Eng.), professor of “Wheeled Vehicles” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 100 publications in the field of dynamical loading of wheeled vehicles.