

Михаил Иванович Осипов родился в 1938 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1963 г. Д-р техн. наук, заведующий кафедрой “Газотурбинные и нетрадиционные энергоустановки” (Э-3) МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 243 научных работ в области теории и проектирования газотурбинных и комбинированных энергоустановок, газодинамики, тепломассообмена.

M.I. Osipov (b.1938) graduated from Bauman Moscow Higher Technical School in 1963. D. Sc. (Eng.), professor, Head of “Gas Turbine and Non-traditional Power Plants” department of Bauman Moscow State Technical University. Author of 243 publications in the field of theory and designing of for gas turbine engines and combined power plants, gasdynamic, heat and mass transfer.

Рамиль Зарифович Тумашев родился в 1938 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1961 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры “Газотурбинные и нетрадиционные энергоустановки” (Э-3) МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 107 научных работ в области теории и проектирования компрессоров газотурбинных и комбинированных энергоустановок.

R.Z. Tumashev (b.1938) graduated from Bauman Moscow Higher Technical School in 1961. Ph. D. (Eng.), assoc. professor of “Gas Turbine and Non-traditional Power Plants” Department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 107 publications in the field of theory and design of compressors for gas turbine and combined power plants.

ДИНАМИКА, ПРОЧНОСТЬ, НАДЕЖНОСТЬ

УДК 539.3

В. А. Светлицкий, Д. В. Бондаренко

УСТОЙЧИВОСТЬ ГИБКОГО ВАЛА ПРИ МЕДЛЕННОМ ВРАЩЕНИИ В ЖЕСТКОМ КАНАЛЕ

Изложена теория и численное решение уравнений равновесия гибкого вала, внедренного в жесткий канал. Рассмотрен режим медленного вращения вала на входе в канал. Определен интервал значений отношений кривизн вала и канала, при которых имеет место устойчивое вращение вала, когда при непрерывном изменении угла на “входе” угол на “выходе” изменяется непрерывно. Показано, что при значениях отношения кривизн больше определенной величины имеет место потеря устойчивости режима вращения вала.

Уравнения равновесия пространственно-криволинейного стержня. На рис. 1, а показан гибкий вал, находящийся в жестком “плоском” канале. На входе в канал (сечение А) вала передается принудительное медленное вращение. Требуется установить связь между

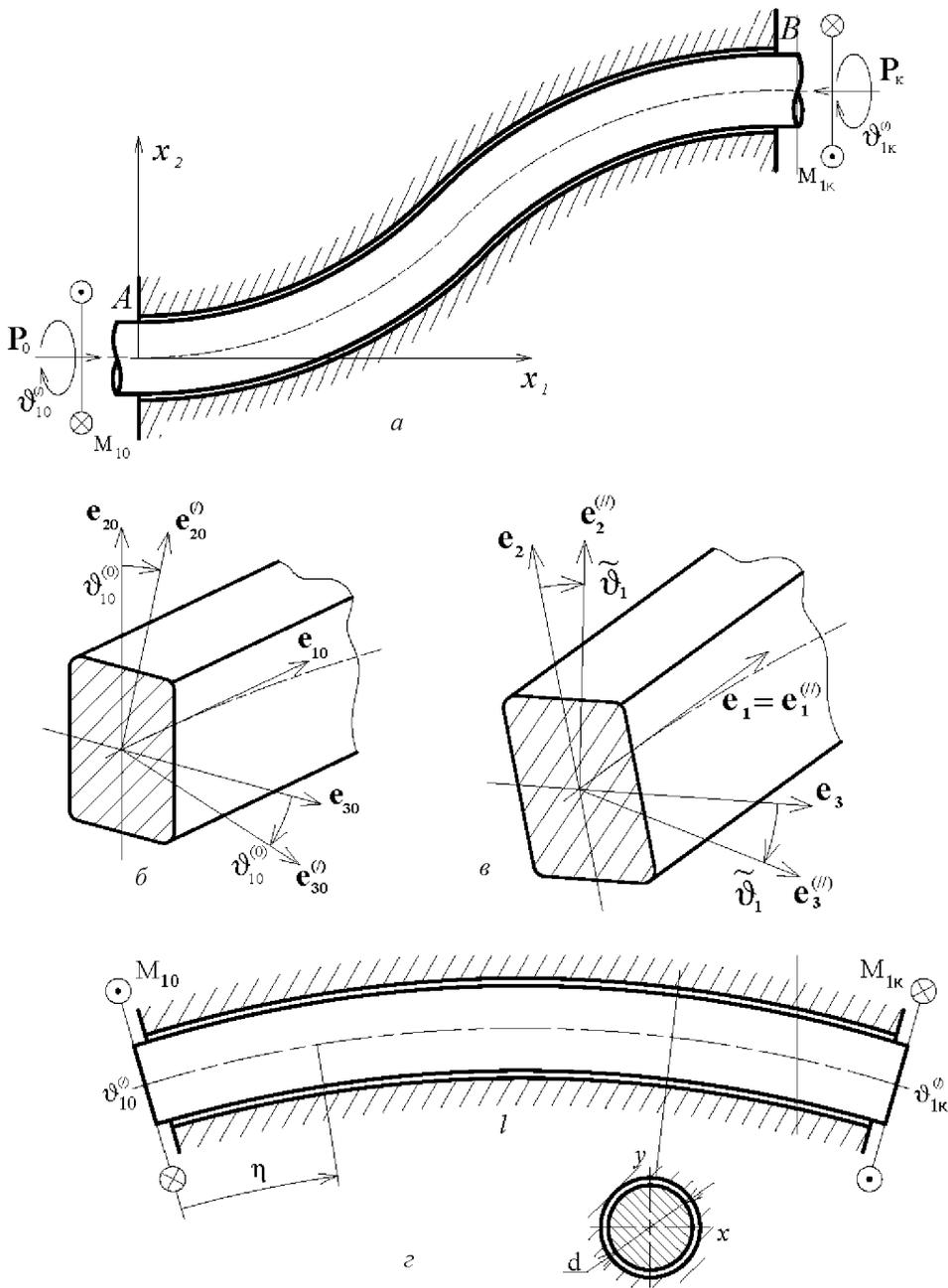


Рис. 1. Вал в жестком канале (а), естественном состоянии (б), после внедрения в канал (в) и плоском канале (г)

углом поворота ϑ_{10} на “входе” и углом поворота ϑ_{1k} вала на “выходе” (сечение B) при различных кривизнах осевых линий вала и канала.

До внедрения в канал вал может быть как прямолинейным, так и криволинейным, а сечение вала может быть круглым и не круглым, что существенно влияет на режимы передачи вращения от сечения A к сечению B . После внедрения вала в канал между валом и ка-

налом возникают распределенные контактные силы q , которые (если не учитывать трение) ортогональны осевой линии вала. При внедрении вала в канал, осевой линии которой служит пространственная кривая, осевая линия вала тоже становится пространственной кривой, поэтому воспользуемся нелинейными уравнениями равновесия пространственно-криволинейного стержня [1]. Эти уравнения в безразмерной форме записи в связанных осях имеют вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dQ_1}{d\eta} + Q_3\kappa_2 - Q_2\kappa_3 + q_1 = 0; \\ \frac{dQ_2}{d\eta} + Q_1\kappa_3 - Q_3\kappa_1 + q_2 = 0; \\ \frac{dQ_3}{d\eta} + Q_2\kappa_1 - Q_1\kappa_2 + q_3 = 0; \\ \frac{dM_1}{d\eta} + M_3\kappa_2 - M_2\kappa_3 = 0; \\ \frac{dM_2}{d\eta} + M_1\kappa_3 - M_3\kappa_1 - Q_3 = 0; \\ \frac{dM_3}{d\eta} + M_2\kappa_1 - M_1\kappa_2 + Q_2 = 0; \end{array} \right. \quad (1)$$

$$M_1 = A_{11}(\kappa_1 - \kappa_{10}); \quad M_2 = A_{22}(\kappa_2 - \kappa_{20}); \quad M_3 = A_{33}(\kappa_3 - \kappa_{30}), \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} s &= l\eta; & Q_i &= \frac{\tilde{Q}_i l^2}{A_{33}(0)}; & M_i &= \frac{\tilde{M}_i l}{A_{33}(0)}; \\ \kappa_i &= \tilde{\kappa}_i l; & q_i &= \frac{\tilde{q}_i l^3}{A_{33}(0)}; & \mu_i &= \frac{\tilde{\mu}_i l^2}{A_{33}(0)}; \\ A_{11}(\eta) &= \frac{\tilde{A}_{11}}{A_{33}(0)}; & A_{22}(\eta) &= \frac{\tilde{A}_{22}}{A_{33}(0)}; \\ A_{33}(\eta) &= \frac{\tilde{A}_{33}}{A_{33}(0)}, & (i &= 1, 2, 3) \end{aligned}$$

(величины s – размерные).

В систему уравнений (1) входят неизвестные проекции на связанные оси вектора внутренних сил \mathbf{Q} (Q_j), вектора внутреннего момента \mathbf{M} (M_j) и вектора контактных сил \mathbf{q} (q_j). Входящие в систему (1) κ_j есть проекции вектора кривизн $\boldsymbol{\kappa}$ $\left(\boldsymbol{\kappa} = \sum_{j=1}^3 \kappa_j \mathbf{e}_j \right)$ осевой линии стержня на главные оси сечения после внедрения в канал; κ_{j0} – проекции вектора кривизн осевой линии стержня на связанные оси до внедрения в канал.

Элементы пространственно-криволинейного стержня в естественном состоянии (до внедрения в канал) и после внедрения в канал показаны рис. 1, б и в.

Вектор кривизн κ осевой линии стержня после внедрения в канал, связанный с главными осями сечения, когда (общий случай) к стержню в сечении $\eta = 0$ может быть приложен крутящий момент M_{10} , равен

$$\kappa = \left(\Omega_1 + \frac{d\vartheta_1^{(//)}}{d\eta} \right) \mathbf{e}_1 + \Omega_3 \sin \left(\vartheta_1 + \vartheta_1^{(//)} \right) \mathbf{e}_2 + \Omega_3 \cos \left(\vartheta_1 + \vartheta_1^{(//)} \right) \mathbf{e}_3, \quad (3)$$

где Ω_1, Ω_3 — компоненты вектора Дарбу Ω [1],

$$\Omega = \Omega_1 e_1^{(//)} + \Omega_3 e_3^{(//)};$$

$\Omega_1 = \frac{d\vartheta_1}{d\eta}$ — кручение осевой линии канала; ϑ_1 — угол поворота естественных осей $\{ \mathbf{e}_{i0}^{(//)} \}$, связанных с осевой линией канала, при перемещении трехгранника осей вдоль осевой линии; $\Omega_3 = \frac{1}{\rho}$, где ρ — кривизна осевой линии вала; $\frac{d\vartheta_1^{(//)}}{d\eta}$ — кручение вала, вызванное моментом M_{10} .

Суммарная “крутка” элемента стержня в канале равна

$$\kappa_1 = \Omega_1 + \frac{d\vartheta_1^{(//)}}{d\eta} = \frac{d\vartheta_1}{d\eta} + \frac{d\vartheta_1^{(//)}}{d\eta} = \frac{d\tilde{\vartheta}_1}{d\eta} \quad \left(\vartheta_1^{(//)} + \vartheta_1 = \tilde{\vartheta}_1 \right). \quad (4)$$

Поэтому компоненты вектора κ (3) можно представить как

$$\kappa_1 = \frac{d\tilde{\vartheta}_1}{d\eta}; \quad \kappa_2 = \Omega_3 \sin \tilde{\vartheta}_1; \quad \kappa_3 = \Omega_3 \cos \tilde{\vartheta}_1. \quad (5)$$

Аналогично можно получить выражение для вектора кривизны вала в естественном состоянии κ_0 (см. рис. 1, б):

$$\kappa_0 = \sum_{i=1}^3 \kappa_{i0} \mathbf{e}_{i0} = \Omega_{10} \mathbf{e}_{10} + \Omega_{30} \sin \vartheta_{10}^{(0)} \mathbf{e}_{20} + \Omega_{30} \cos \vartheta_{10}^{(0)} \mathbf{e}_{30}, \quad (6)$$

где $\kappa_{10} = \Omega_{10} = \frac{d\vartheta_{10}^{(0)}}{d\eta}$; $\kappa_{20} = \Omega_{30} \sin \vartheta_{10}^{(0)}$; $\kappa_{30} = \Omega_{30} \cos \vartheta_{10}^{(0)}$; $\Omega_{30} = \frac{1}{\rho_0}$.

Выражения (2) для моментов M_i , входящих в систему (1), имеют вид

$$M_1 = A_{11} \left(\frac{d\tilde{\vartheta}_1}{d\eta} - \frac{d\vartheta_{10}^{(0)}}{d\eta} \right); \quad M_2 = A_{22} \left(\Omega_3 \sin \tilde{\vartheta}_1 - \Omega_{30} \sin \vartheta_{10}^{(0)} \right); \quad (7)$$

$$M_3 = A_{33} \left(\Omega_3 \cos \tilde{\vartheta}_1 - \Omega_{30} \cos \vartheta_{10}^{(0)} \right).$$

Подставив κ_j (5) и M_j (7) в четвертое уравнение системы (1), получаем

$$\frac{d}{d\eta} \left[A_{11} \left(\frac{d\tilde{\vartheta}_1}{d\eta} - \Omega_{10} \right) \right] + A_{33} \left(\Omega_3 \cos \tilde{\vartheta}_1 - \Omega_{30} \cos \vartheta_{10}^{(0)} \right) \Omega_3 \sin \tilde{\vartheta}_1 - A_{22} \left(\Omega_3 \sin \tilde{\vartheta}_1 - \Omega_{30} \sin \vartheta_{10}^{(0)} \right) \Omega_3 \cos \tilde{\vartheta}_1 = 0$$

или

$$\frac{d^2 \tilde{\vartheta}_1}{d\eta^2} - \frac{A_{33}}{A_{11}} \Omega_{30} \Omega_3 \cos \vartheta_{10}^{(0)} \sin \tilde{\vartheta}_1 + \frac{A_{22}}{A_{11}} \Omega_{30} \Omega_3 \cos \tilde{\vartheta}_1 \sin \vartheta_{10}^{(0)} + \frac{A_{33} - A_{22}}{2A_{11}} (\Omega_3)^2 \sin 2\tilde{\vartheta}_1 = \Omega_{10}^{(l)}. \quad (8)$$

Уравнение (8) — уравнение равновесия гибкого вала некруглого сечения, находящегося в жестком канале.

Ограничимся частным случаем, когда осевые линии канала и вала — плоские кривые ($A_{22} \neq A_{33}$), $\Omega_{10} = 0$ ($\vartheta_{10}^{(0)} = 0$), $\vartheta_1 = 0$, $\tilde{\vartheta}_1 = \vartheta_1^{(l)}$. Из уравнения (8) получим

$$\frac{d^2 \vartheta_1^{(l)}}{d\eta^2} - \frac{A_{33}}{A_{11}} \Omega_{30} \Omega_3 \sin \vartheta_1^{(l)} + \frac{A_{33} - A_{22}}{2A_{11}} (\Omega_3)^2 \sin 2\vartheta_1^{(l)} = 0. \quad (9)$$

Численное исследование равновесия при медленном вращении плоского вала в плоском канале (рис. 1, г). Вал круглого поперечного сечения. Уравнение равновесия вала в канале при $A_{22} = A_{33}$ есть частный случай уравнения (9):

$$\frac{d^2 \vartheta_1^{(l)}}{d\eta^2} - \frac{A_{33}}{A_{11}} \Omega_{30} \Omega_3 \sin \vartheta_1^{(l)} = 0. \quad (10)$$

Для этого частного случая из системы (7) получаем

$$M_1 = A_{11} \frac{d\vartheta_1^{(l)}}{d\eta}, \quad M_2 = A_{22} \Omega_3 \sin \vartheta_1^{(l)}, \quad M_3 = A_{22} \left(\Omega_3 \cos \vartheta_1^{(l)} - \Omega_{30} \right).$$

Уравнение (10) можно представить в виде системы двух уравнений первого порядка

$$\frac{dy_1}{d\eta} = \frac{y_2}{A_{11}}; \quad (11)$$

$$\frac{dy_2}{d\eta} = A_{33}\Omega_{30}\Omega_3 \sin y_1,$$

где $y_1 = \vartheta_1^{(l)}$, $y_2 = M_1$.

Рассмотрим режим вращения вала, когда при $\eta = 1$ $M_{1k} = 0$. Для того чтобы получить решение, удовлетворяющее этому условию, приходится, задавая угол $\vartheta_{10}^{(l)}$ и изменяя M_{10} , при помощи численного решения системы уравнений (11) определять такое значение M_{10} , при котором при $\eta = 1$ $M_1(\eta) = 0$. При численном решении системы уравнений (11) брались следующие числовые значения размерных параметров:

$$d = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \quad l = 1 \text{ м}, \quad \left(l = \frac{1}{3} \pi R \right);$$

$$\tilde{A}_{33} = \tilde{A}_{22} = E \frac{\pi d^4}{64} = 6,443 \text{ Н} \cdot \text{м}^2,$$

$$\tilde{A}_{11} = G J_k = \frac{E}{2(1+\mu)} \frac{\pi d^4}{32} = 5,113 \text{ Н} \cdot \text{м}^2,$$

$$E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Па}, \quad \mu = 0,26, \quad \tilde{\Omega}_3 = \frac{1}{R} = \text{const}, \quad \tilde{\Omega}_{30} = \frac{1}{R_0} = \text{const}$$

(R , R_0 — радиусы кривизн канала и стержня).

Безразмерные параметры, входящие в уравнения (11), можно представить как

$$A_{22} = A_{33} = 1, \quad A_{11} = 0,7937,$$

$$\Omega_3 = \frac{\pi}{R}, \quad \Omega_{30} = \frac{\pi R}{3 R_0}, \quad \gamma = \frac{R}{R_0}.$$

Результаты численного решения системы уравнений (11) приведены на рис. 2–7. На рис. 2 приведен график зависимости $\vartheta_{1k}^{(l)}$ ($\vartheta_{10}^{(l)}$) для разных значений параметра γ . При значениях γ из интервала $0 \leq \gamma \leq 1,2$ имеет место однозначная зависимость $\vartheta_{1k}^{(l)}$ от $\vartheta_{10}^{(l)}$, т.е. при непрерывном изменении угла $\vartheta_{10}^{(l)}$ угол $\vartheta_{1k}^{(l)}$ изменяется также непрерывно. При $\gamma \geq 1,2$ (например, при

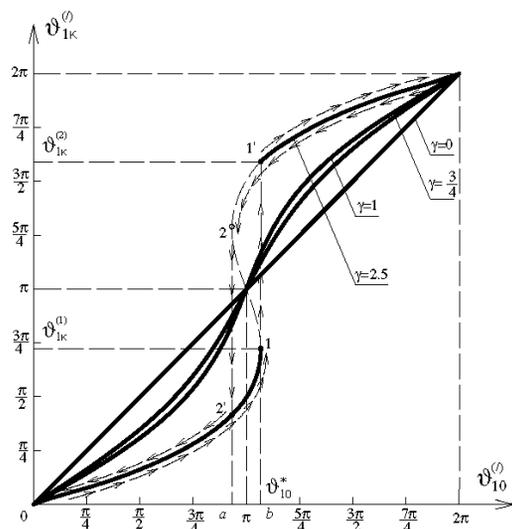


Рис. 2. Графики зависимости угла ϑ_{1k} от угла ϑ_{10}

$\gamma = 2,5$) однозначная зависимость $\vartheta_{1k}^{(l)}$ от $\vartheta_{10}^{(l)}$ имеет место до определенного угла поворота входного сечения ($\vartheta_{10}^{(l)*}$). При $\vartheta_{10}^{(l)} \geq \vartheta_{10}^{(l)*}$ (при принудительном вращении входного сечения угол ϑ_{10} монотонно возрастает) равновесное состояние вала в канале возможно как при $\vartheta_{1k}^{(1)}$, так и при $\vartheta_{1k}^{(2)}$ (см. рис. 2). Состояние равновесия вала в канале, соответствующее углу поворота выходного сечения $\vartheta_{1k}^{(1)}$, становится неустойчивым. Скрученный вал из неустойчивого состояния равновесия (т. 1, см. рис. 2) переходит в устойчивое состояние равновесия (т. 1', см. рис. 2), при котором выходное сечение вала скачкообразно поворачивается на угол $\Delta\vartheta_{1k}^{(l)} = \vartheta_{1k}^{(2)} - \vartheta_{1k}^{(1)}$. Изменение угла $\vartheta_{1k}^{(l)}$ при потере устойчивости происходит на конечную величину. Если направление вращения изменить на обратное ($\gamma = 2,5$), то при уменьшении угла $\vartheta_{10}^{(l)}$ (т. 2, см. рис. 2) происходит потеря устойчивости вала и угол $\vartheta_{1k}^{(l)}$ изменяется на конечную величину, до значения, соответствующего т. 2' (см. рис. 2).

На рис. 3, а приведены графики зависимости возникающего в сечении $\eta = 0$ крутящего момента M_{10} при медленном принудительном

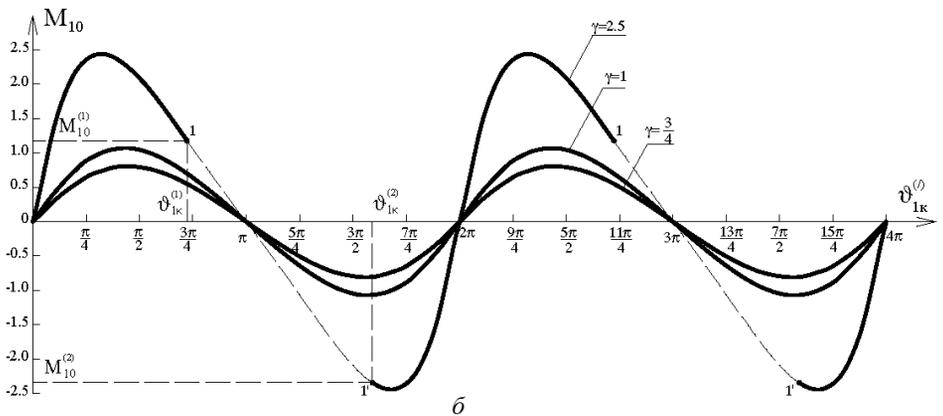
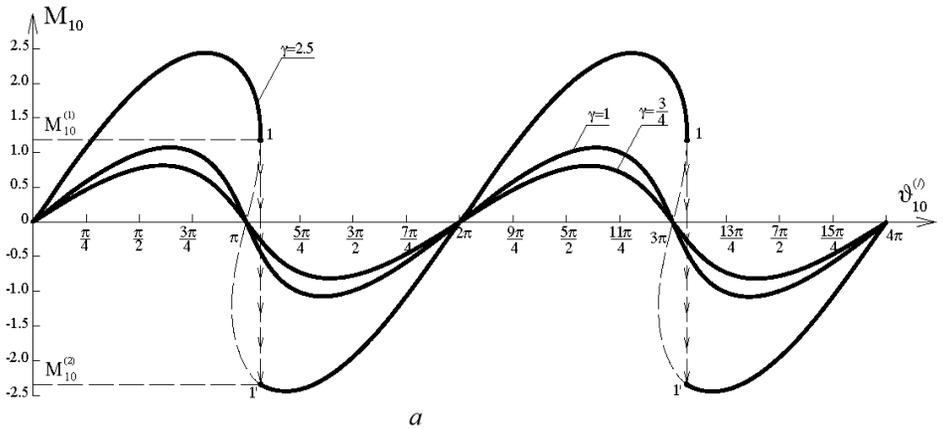


Рис. 3. Графики зависимости момента M_{10} от угла ϑ_{10} (а) и угла ϑ_{1k} (б)

вращения вала при условии, что крутящий момент на выходе (M_{1k}) равен нулю. При потере устойчивости вала момент M_{10} изменяется скачкообразно на конечную величину от значения $M_{10}^{(1)}$ до значения $M_{10}^{(2)}$.

На рис. 3, б приведены графики, связывающие момент M_{10} и угол $\vartheta_{1k}^{(l)}$ при непрерывном вращении вала в канале без потери устойчивости (при $\gamma \leq 1,2$) и при потере устойчивости ($\gamma = 2,5$)

На рис. 4, (а-з) приведены графики изменения по длине вала (на участке вала в канале) безразмерных проекций векторов Q (Q_j), M (M_j) и q (q_j) на связанные оси. Графики получены для $\gamma = \frac{3}{4}$ и $\vartheta_{10}^{(l)} = \frac{6}{7}\pi$, $M_{10} = 0,5132$ ($M_{1k} = 0$). Из графика $Q_1(\eta)$ (см. рис. 4, а) следует, что при равновесии вала в канале, если на входе ($\eta = 0$) осевое усилие равно нулю, на выходе к валу должно быть приложено осевое усилие Q_{1k} . Если на выходе из канала не приложить силу Q_{1k} , после того как вал внедрен в канал и осевого усилия на “входе” в канал нет ($Q_{10} = 0$), вал (имеется в виду вал конечной длиной l) “выскочит из канала”.

Если при передаче вращения вала требуется, чтобы осевое усилие было равно нулю (при $\eta = 1$), то в этом случае на “входе” к валу должно быть приложено сжимающее осевое усилие, равное Q_{1k} . Изменение $Q_1(\eta)$ для этого случая показано на рис. 4, а штриховой линией.

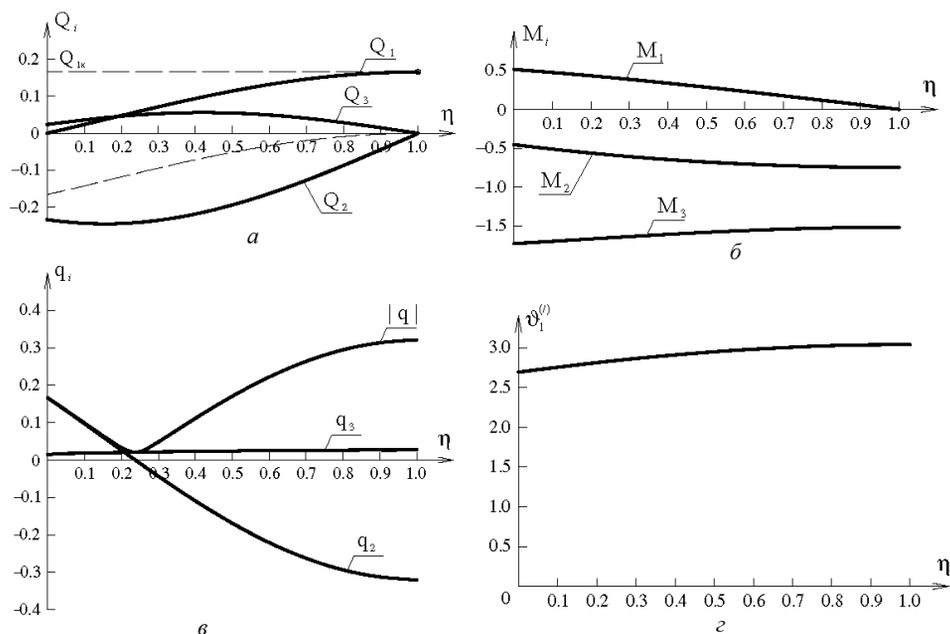


Рис. 4. Изменение внутренних сил (а) и моментов (б) по длине вала, проекций (и модуля) контактных сил (в) и угла поворота сечений вала (з)

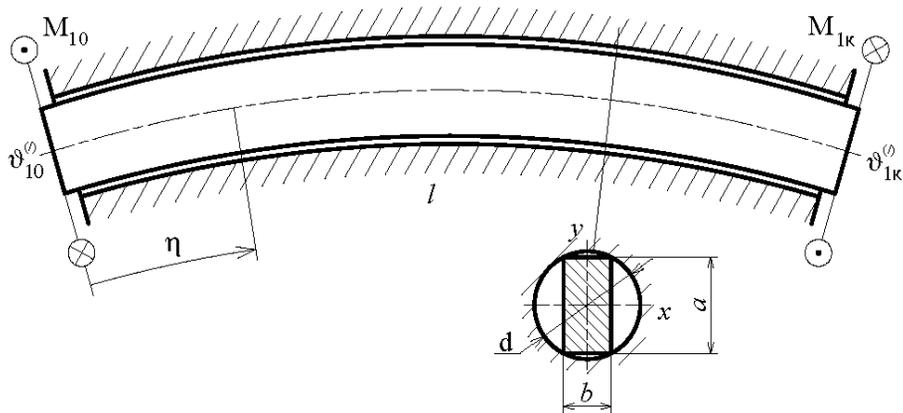


Рис. 5. Вал в плоском канале

На рис. 4, в приведен график модуля $|q|$ распределенной контактной силы $|q| = \sqrt{q_2^2 + q_3^2}$.

График изменения угла $\vartheta_1^{(l)}(\eta)$ (от входа $\vartheta_{10}^{(l)}$ к выходу канала $\vartheta_{1\kappa}^{(l)}$) приведен на рис. 4, з.

Вал некруглого поперечного сечения. Уравнение равновесия вала в канале (рис. 5) при $A_{22} \neq A_{33}$ имеет вид (уравнение (9))

$$\frac{d^2 \vartheta_1^{(l)}}{d\eta^2} - \frac{A_{33}}{A_{11}} \Omega_{30} \Omega_3 \sin \vartheta_1^{(l)} + \frac{A_{33} - A_{22}}{2A_{11}} (\Omega_3)^2 \sin 2\vartheta_1^{(l)} = 0, \quad (12)$$

которое можно представить в виде системы двух уравнений первого порядка:

$$\begin{aligned} \frac{dy_1}{d\eta} &= \frac{y_2}{A_{11}}; \\ \frac{dy_2}{d\eta} &= (A_{22} - A_{33}) (\Omega_3)^2 \sin y_1 \cos y_1 + A_{33} \Omega_{30} \Omega_3 \sin y_1, \end{aligned} \quad (13)$$

где $y_1 = \vartheta_1^{(l)}$, $y_2 = M_1$.

При численном решении системы уравнений (13) брались следующие числовые значения размерных параметров:

$$\begin{aligned} d &= 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \quad l = 1 \text{ м} \quad \left(l = \frac{\pi}{3} R \right); \quad b = 2,24 \cdot 10^{-3} \text{ м}; \\ a &= 4,47 \cdot 10^{-3} \text{ м}; \quad \tilde{A}_{22} = E \frac{b^3 a}{12} = 0,88 \text{ Н} \cdot \text{м}^2; \quad \tilde{A}_{33} = E \frac{b a^3}{12} = 3,50 \text{ Н} \cdot \text{м}^2; \\ \tilde{A}_{11} &= G J_k = \frac{E}{2(1 + \mu)} \beta b^3 a = 0,95 \text{ Н} \cdot \text{м}^2; \quad \beta = 0,229 [2]; \end{aligned}$$

$$\tilde{\Omega}_3 = \frac{1}{R} = \text{const}, \quad \tilde{\Omega}_{30} = \frac{1}{R_0} = \text{const}.$$

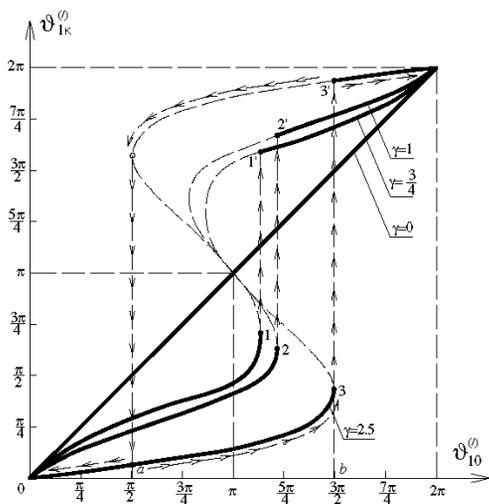


Рис. 6. Зависимость угла $\vartheta_{1k}^{(l)}$ от угла $\vartheta_{10}^{(l)}$

зависимости значений $\vartheta_{10}^{(l)}$ (a, b) для вала круглого сечения (см. рис. 2).

Если для стержня круглого сечения предельное значение параметра γ^* , при котором не происходит бифуркаций состояний равновесия

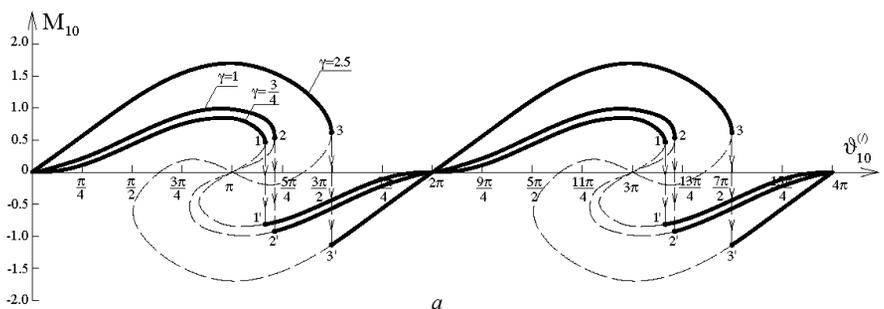
Безразмерные параметры следующие:

$$A_{33} = 1; A_{22} = 0,250;$$

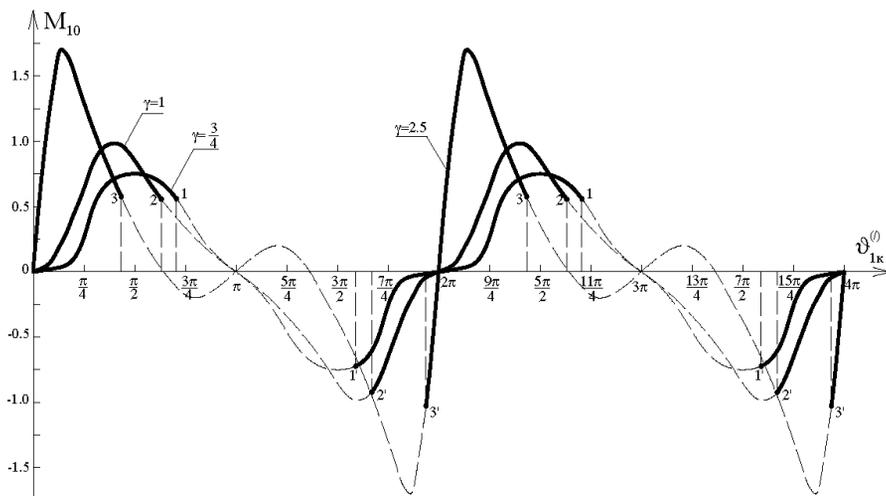
$$A_{11} = 0,273; \Omega_3 = \frac{\pi}{R};$$

$$\Omega_{30} = \frac{\pi R}{3 R_0}; \gamma = \frac{R}{R_0}.$$

Результаты численного решения системы уравнений (13) приведены на рис. 6, 7. Для вала некруглого сечения область неустойчивых значений угла $\vartheta_{10}^{(l)}$ (интервал (a, b) на оси $\vartheta_{10}^{(l)}$, см. рис. 13) при $\gamma \leq 2,5$ (см. рис. 6, a) существенно больше аналогичной области неустой-



a



b

Рис. 7. Зависимость момента M_{10} от угла $\vartheta_{10}^{(l)}$ (a) и угла $\vartheta_{1k}^{(l)}$ (b)

вала в канале, равно 2,5, то для вала некруглого сечения предельное значение γ^* практически равно 0. На рис. 7, а, б показаны графики, связывающие момент M_{10} с углами $\vartheta_{10}^{(l)}$ и $\vartheta_{1k}^{(l)}$, которые качественно аналогичны графикам (см. рис. 3, а, б) для вала круглого сечения. Штриховыми линиями показаны теоретически возможные зависимости (они получаются из решения уравнений равновесия) M_{10} от $\vartheta_{10}^{(l)}$ и $\vartheta_{1k}^{(l)}$, которые при принудительном вращении вала не реализуются из-за бифуркаций состояний равновесия вала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Светлицкий В. А. Механика стержней. – М.: Высш. шк., 1987 г.
2. Пановко Я. Г. Губанова И. И. Устойчивость и колебания упругих систем. – М.: Наука, 1967.
3. Феодосьев В. И. Сопротивление материалов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999.

Статья поступила в редакцию 22.05.2006

Валерий Александрович Светлицкий родился в 1927 г., окончил Московский авиационно-технологический институт (МАТИ) в 1952 г. Д-р техн. наук, профессор кафедры “Прикладная механика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Заслуженный деятель науки и техники России, член Российского национального комитета по теоретической и прикладной механике, лауреат премии Совета Министров СССР, награжден медалью имени академика Келдыша, член Американского общества инженеров-механиков. Автор 14 монографий и учебников, более 100 научных работ в области механики деформируемых тел и теории прочности машин, статистической механики.

V. A. Svetlitsky (b. 1927) graduated from the Moscow Institute of Aviation Technology in 1952. D. Sc. (Eng), professor of “Applied Mechanics” Department of the Bauman Moscow State Technical University. RF Honoured Worker of Science and Technology, member of Russian National Committee on theoretical and applied mechanics, USSR Council of Ministers Prize Winner, awarded to Academician Keldysh Medal, member of American Society of Mechanical Engineers. Author of 14 monographs and textbooks, of more than 100 publications in the field of mechanics of deformed body, machine strength theory, statistic mechanics.

Дмитрий Владимирович Бондаренко родился в 1984 г., студент кафедры “Прикладная механика” МГТУ им. Н.Э. Баумана.

D.V. Bondarenko (b.1984) — student of the Bauman Moscow State Technical University, department of Applied Mechanics.

