УДК 612.455 (075.8)

Д. С. Шабанов, В. А. Гостев,
В. И. Черепов

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ТЕЧЕНИЯ В СВЕРХЗВУКОВОМ СОПЛОВОМ БЛОКЕ С РЕГУЛИРУЕМЫМ КРИТИЧЕСКИМ СЕЧЕНИЕМ

Предложена методика расчета внутрибаллистических характеристик сверхзвукового сопла с несимметричным входом. В основу метода положен численный метод Годунова–Колгана с использованием модели разделяющей поверхности тока. Приведен сравнительный анализ экспериментальных и расчетных данных.

Современные ракетные двигательные установки космических летательных аппаратов должны обладать возможностью глубокого регулирования тяги как по величине, так и по направлению. Возрастающая необходимость создания таких двигательных установок требует разработки расчетных методик и программ, описывающих характеристики как двигательной установки в целом, так и отдельных ее узлов. Одним из приоритетных способов регулирования тяги является изменение площади минимального (критического) сечения соплового блока путем перемещения регулирующего элемента (конуса, сферы, заслонки и т.п.). Форма и направление движения регулирующего элемента создают симметричное или несимметричное относительно оси сопла проходное сечение, которое формирует за собой соответствующее течение в сверхзвуковой части сопла. Разработка методики расчета параметров течения и расходно-тяговых характеристик соплового блока затруднена из-за весьма сложной структуры сверхзвукового течения и возможного присутствия в таком течении донных областей и пространственных скачков уплотнения. Учитывая указанные сложности, недостаточную проработку моделей турбулентности и пространственных скачков уплотнения, неясную формулировку начальных и граничных условий для параметров турбулентности, а также потребность использования больших вычислительных мощностей, можно заключить, что инженерно-прикладное моделирование пространственных сверхзвуковых течений — чрезвычайно сложная, трудоемкая и дорогостоящая задача. Современные ЭВМ (суперкомпьютеры и мощные рабочие станции) дают возможность моделировать многомерные задачи механики жидкости и газа на основе численного решения уравнений Навье–Стокса и, тем самым, заменяют сложные физические эксперименты при меньших затратах материальных средств и времени. Одним из эффективных подходов к моделированию пространственных сверхзвуковых течений с отрывными областями и скачками уплотнения на персональных компьютерах меньшей мощности является применение метода вязко-невязкого взаимодействия, использующего численное решение уравнений Эйлера для невязкого потока и эмпирические, полуэмпирические или интегральные — для отрывной области и пространственного скачка уплотнения.

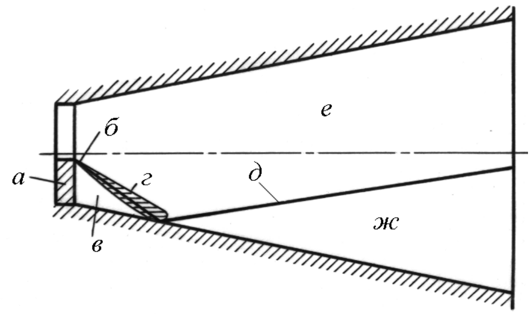

Рис. 1. Модель течения газа в сопле с прямоугольным минимальным сечением:
а — заслонка, *б* — разделяющая поверхность тока, *в* — донная отрывная область, *г* — слой смешения, *д* — скачок уплотнения, *е* — область свободного сверхзвукового потока, *ж* — область сжатия за скачком уплотнения

Настоящая работа направлена на создание приемлемой модели течения газа в сопле с несимметричным прямоугольным входом в осесимметричную сверхзвуковую часть. Несимметричный вход формируется в исходном квадратном минимальном сечении сопла фиксированным положением заслонки. В основу модели, схематически представленной на рис. 1, положено разбиение течения на характерные области, разграниченные между собой разделяющей поверхностью тока (РПТ) и скачком уплотнения: область свободного невязкого сверхзвукового потока, диссипативную донную отрывную область, область сжатия за скачком уплотнения.

Разделяющая поверхность тока представляет собой аналог разделяющей линии тока в двумерном течении и ее положение определяется из таких же условий “замыкания”, как и в моделях с разделяющей линией тока.

Для расчета пространственных сверхзвуковых течений, как правило, применяется один из методов “сквозного счета”, что позволяет значительно сократить время вычислений. Наиболее распространенные методы "сквозного счета" используют конечно-разностную схему Годунова [1]. По сравнению с методами второго порядка эта схема имеет несколько меньшую точность, в то же время и существенные преимущества. В первую очередь, к ним следует отнести монотонность, что особенно важно для задач с внутренними разрывами течения, положение и структура которых в расчетной области заранее не известны. Схема Годунова в этом случае дает возможность получить не только удовлетворительную качественную картину течения, но при достаточно густых вычислительных сетках и достоверную количественную информацию о потоке. Вторым преимуществом является использование в расчете граничных условий двух типов — взаимодействие потоков с твердой стенкой и средой постоянного давления в донной области. Кроме того, имеется возможность увеличить порядок аппроксимации до второго порядка точности с сохранением монотонности, для чего применяется схема Годунова–Колгана [2].

В предлагаемой модели была использована схема Годунова–Колгана второго порядка точности в цилиндрических координатах. Данная схема является двухшаговой. На первом шаге решали задачу Римана, в результате чего были определены вспомогательные величины. Следующий шаг — используя метод второго порядка точности, определяли внутрибаллистические характеристики на выбранной неподвижной сетке. Для решения были использованы уравнения течения в форме интегральных законов сохранения в цилиндрической системе координат:

$$\frac{d}{dx}\iint\limits_{S} \vec{a}r \cdot drd = \oint\limits_{\Gamma} (\vec{c} - \vec{a}\xi)dr - (\vec{b} - \vec{a}\xi)rd + \iint\limits_{S} \vec{f} \cdot drd,$$

где

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} \rho u \\ p + \rho u^2 \\ \rho uv \\ \rho uw \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ p + \rho v^2 \\ \rho vw \end{pmatrix},$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ p + \rho w^2 \end{pmatrix}, \quad \vec{f} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p + \rho w^2 \\ -\rho vw \end{pmatrix};$$

(здесь p — давление газа; ρ — плотность газа; x, r, φ — осевая, радиальная и угловая координаты цилиндрической системы координат; u, v, w — координатные составляющие вектора скорости, ξ — проекция контура сопла в поперечном сечении на оси координат), а также уравнение постоянства полной энтальпии

$$\frac{2n}{n-1}\frac{p}{\rho} + q^2 = q_{\text{кр}}^2\frac{n+1}{n-1},$$

где n — показатель процесса расширения газа в сопле; q — модуль вектора скорости в текущем сечении; $q_{\text{кр}}$ — модуль вектора скорости в критическом сечении.

Для построения разностной схемы введена разностно-вычислительная сетка в области решения $0 \leqslant r \leqslant R$, $0 \leqslant x \leqslant l_{\text{сопла}}$, $0 \leqslant \varphi \leqslant 180°$, где R — радиус стенки сопла в текущем сечении, $l_{\text{сопла}}$ — длина сверхзвуковой части сопла от критического сечения до среза. При построении сетки шаг вдоль оси сопла задан таким, чтобы гарантированно обеспечить устойчивость вычислительного процесса. На каждом шаге вдоль оси сопла область решения разбивалась на одинаковые угловые сегменты, границы которых, в свою очередь,

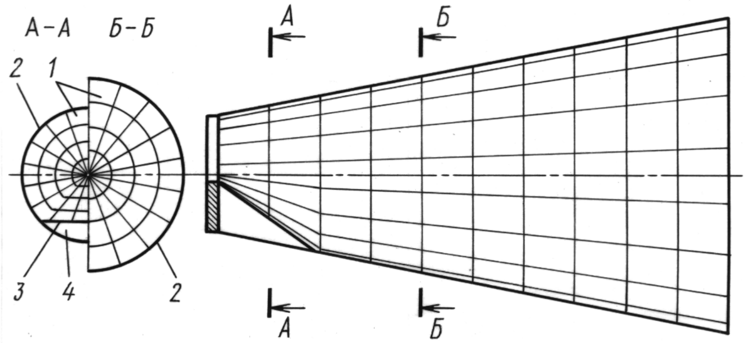

Рис. 2. Схема разностно-вычислительной сетки:
1 — поперечное сечение расчетных ячеек; *2* — стенка сопла; *3* — разделяющая поверхность тока; *4* — донная область

делились на равное число отрезков. Таким образом, в соответствии с построенной вычислительной сеткой (см. рис. 2) все пространство сверхзвукового потока было заполнено расчетными ячейками, имеющими форму неправильных шестигранников.

Наиболее сложной для моделирования является донная отрывная область. В результате применения численных методов достигнуты некоторые успехи в решении уравнений взаимодействующего пограничного слоя. Однако практически все эти методы имеют два существенных недостатка, ограничивающих их применение. Во-первых, это их ярко выраженная приближенность. В большинстве случаев используются достаточно грубые модели пограничного слоя, которые решаются совместно с “сопрягающим” уравнением, связывающим развитие вязкого внутреннего течения с невязким внешним течением, или ищутся приближенные решения полной системы уравнений Навье–Стокса, что требует чрезвычайно больших объемов вычислений. Во-вторых, решение уравнений, описывающих указанное взаимодействие, требует задания некоторых неизвестных заранее условий ниже по течению.

Основные особенности предлагаемой модели течения в донной области (см. рис. 1) заключаются в следующих принятых здесь положениях.

1. Набегающий на донную область на входе в сверхзвуковую часть сопла поток является звуковым или сверхзвуковым.

2. Касательное турбулентное напряжение в слое свободного смешения определяется с помощью модифицированной формулы Прандтля для турбулентного обмена, полученной из анализа экспериментальных данных для свободной турбулентности [3–5]. Предполагается, что смешение происходит при постоянном давлении вблизи границ сжимаемой струи.

3. Условие присоединения к стенке сопла оторвавшегося слоя смешения в области больших положительных градиентов давления определяется с помощью уравнения Корста–Чепмена [6, 7]. Согласно этому

уравнению, резкое возрастание давления за донной областью разворачивает часть газа слоя смешения и газ течет в обратном направлении в донную область пониженного давления, в то время как газ, имеющий более высокую скорость, вытекает из донной области и продолжает движение вниз по течению.

На основе приведенных положений была построена численная модель течения газа в донной области. Расчет внутрибаллистических параметров проводился согласно второму граничному условию, т.е. нижнюю границу невязкого потока рассматривали как граничную поверхность тока невязкой струи газа. Эта невязкая струя определяется как некая гипотетическая струя без трения, движущаяся и расширяющаяся при том же давлении и тех же геометрических параметрах физических границ, что и действительная вязкая струя газа.

Для расчета расхода газа между донной областью и невязким сверхзвуковым течением пространственный слой смешения был разбит на отдельные продольные сегменты, границы которых образованы продольными гранями внешних ячеек расчетной сетки, граничащих с донной областью. При этом предполагалось, что течение вдоль разделяющей поверхности тока в каждом отдельном сегменте плоское и давление в слое смешения постоянное и равно давлению в донной области. Таким образом, в пределах каждого сегмента след разделяющей поверхности тока в плоскости течения можно рассматривать как разделяющую линию тока. Для плоского течения в каждом отдельном сегменте такой струей будет след нижней граничащей поверхности тока невязкого пространственного сверхзвукового потока в плоскости течения. В этом случае в качестве условия присоединения было использовано уравнение Корста–Чепмена [6, 7]. Это позволило рассчитать взаимообмен расхода газа между донной областью и сверхзвуковым свободным потоком в каждом отдельном сегменте слоя смешения. Поскольку на установившемся режиме течения суммарный расход этого газа равен нулю, то определение значения постоянного давления в донной области, при котором это условие выполняется, позволяет определить параметры течения в других областях.

Таким образом, общий алгоритм итерационного расчета по предлагаемой модели сводится к следующей последовательности.

1. Задается начальное значение давления в донной области.

2. Численным методом Годунова–Колгана определяются внутрибаллистические параметры в сверхзвуковом невязком течении.

3. Находится расход газа между донной областью и сверхзвуковым свободным потоком.

4. На основе полученного расхода задается новое значение давления в донной области.

5. Расчет повторяется до достижения необходимой точности по расходу.

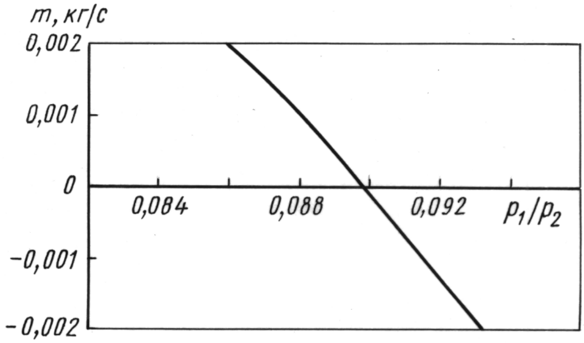

Рис. 3. График зависимости расхода газа между отрывной областью и сверхзвуковым потоком от давления в донной области

В соответствии с данным алгоритмом был проведен расчет внутрибаллистических параметров донной области для конкретного сверхзвукового сопла с несимметричным минимальным сечением прямоугольной формы. На основе значений полученных параметров был рассчитан для каждой итерации расход газа между донной областью и сверхзвуковым потоком (m) и построена (рис. 3) его зависимость от относительного давления p_i/p_0 в донной области. Положительное значение m здесь соответствует расходу из свободного сверхзвукового потока в донную область, отрицательное — наоборот. Видно, что действительно существует давление, при котором расходы газа в донную область и из нее равны между собой, т.е $m = 0$. Такой режим существования донной области является устойчивым, поскольку любое изменение давления в ней приводит к адекватному изменению направления расхода газа.

Другой практически неизученной задачей, возникшей при создании модели течения в сопле с несимметричным минимальным сечением, явилось определение пространственной формы поверхности скачка уплотнения. На основе анализа данных, полученных в результате экспериментальных и теоретических исследований, в том числе исследований, проводимых в МГТУ им. Н.Э. Баумана, была построена модель пространственного скачка уплотнения. Согласно предлагаемой модели, форма скачка уплотнения представлена (рис. 4) в виде параболоида с осью, лежащей в одной плоскости с осью сопла и составляющей с ней некоторый угол. Ось параболоида пересекает стенку сопла в точке присоединения разделяющей линии тока. Задание аналитического уравнения поверхности скачка уплотнения позволило построить линию его пересечения с любым поперечным сечением сопла по всей длине. Таким образом, были определены необходимые границы свободного сверхзвукового потока и области течения за скачком уплотнения. Значения параметров за пространственным скачком уплотнения рассчитывались в каждом сечении сопла на основе методов расчета косых скачков уплотнения.

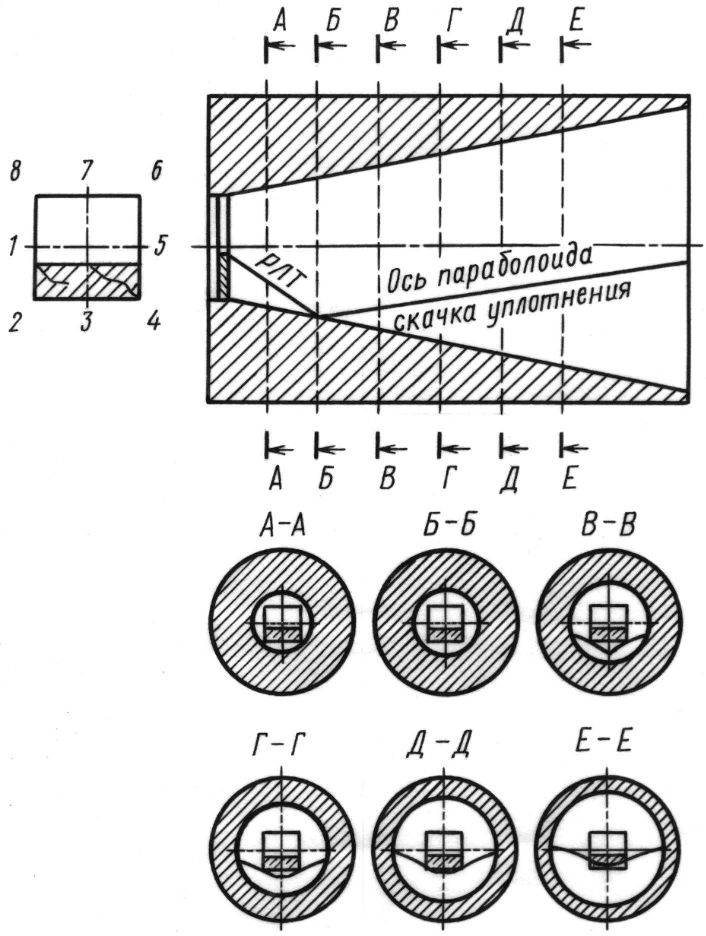

Рис. 4. Меридиональное и поперечные сечения поверхности скачка уплотнения в сопле

Для апробации предложенной модели течения газа в сопле с несимметричным минимальным сечением прямоугольной формы были проведены экспериментальное и численное исследования течения газа в сопле для трех вариантов: заслонка открыта полностью, заслонка закрывает минимальное сечение на 33 % и на 66 % соответственно.

В процессе эксперимента произведены замеры давления вдоль экспериментального сверхзвукового сопла. Оно имеет восемь рядов дренажных отверстий для измерения давления, по семь отверстий в каждом ряду. В качестве рабочего тела использовался воздух с параметрами торможения $T^* = 273\,\mathrm{K}$, $p^* = 6{,}4\,\mathrm{МПа}$.

Численное исследование параметров сверхзвукового течения в модельном сопле было проведено согласно предлагаемой модели течения, с использованием вычислительной сетки в секторе 180°, с разбивкой на 1000 интервалов по длине сопла, на 400 — по углу и на 400 — по радиусу.

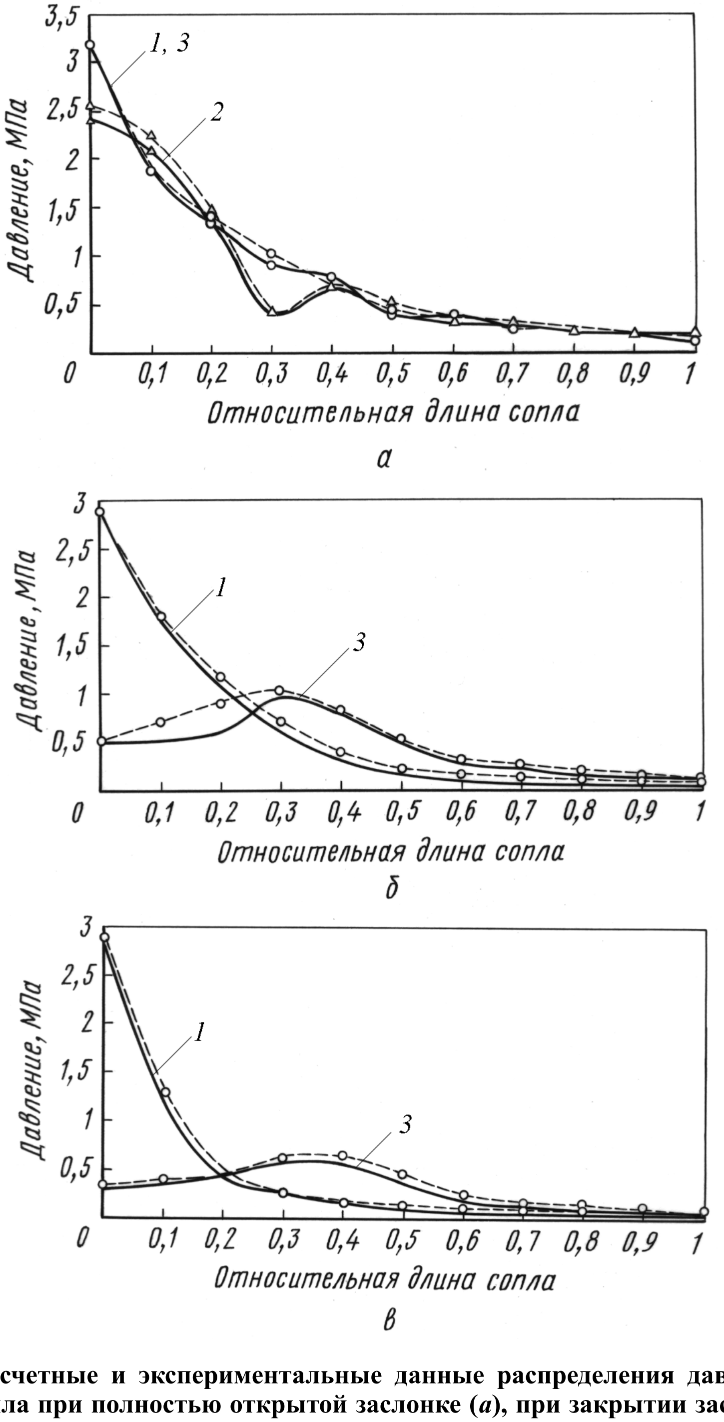

Рис. 5. Расчетные и экспериментальные данные распределения давления по длине сопла при полностью открытой заслонке (*а*), при закрытии заслонки на 33 % (*б*) и 66 % (*в*):
сплошные линии — расчетные данные, штриховые — экспериментальные; *1, 2* и *3* — сечения *7, 2* и *3* соответственно

Сравнительные графики экспериментальных и расчетных данных для всех положений заслонки приведены на рис. 5, *а, б, в*, где ось ординат отображает давление, а ось абцисс — относительную координату вдоль оси сопла. Расчетные данные представлены в виде сплошных кривых, экспериментальные — в виде штриховых кривых. Результаты демонстрируют удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных данных. Наибольшее расхождение между расчетными и экспериментальными данными (около 20 %) наблюдается в сечении *3*, что связано с принятыми в модели допущениями о постоянстве давления в отрывной области и в слое смешения. Провал давления в сечении *2* и пик давления в сечении *7* связаны с местным перерасширением потока в угловых впадинах на входном участке сопла.

Сравнительный анализ расчетных и экспериментальных результатов позволяет сделать вывод о том, что предложенный метод дает возможность моделировать распределение давления в сверхзвуковом сопле с несимметричным входом и, в свою очередь, рассчитывать интегральные характеристики сопла — продольные и боковые силы и управляющие моменты, создаваемые несимметричным течением.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Численное решение многомерных задач газовой динамики / С.К. Годунов, А.В. Забродин, М.Я. Иванов и др. / Под ред. С.К. Годунова. – М.: Наука, 1976. – 400 с.
2. Колган В. Н. Применение принципа минимальных значений производной к построению конечно-разностных схем для расчета разрывных решений газовой динамики // Ученые записки ЦАГИ. – 1972. – Т. 3, № 6. – С. 68–77.
3. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй. – М.: Физматгаз, 1960. – 715 с.
4. Гиневский А. С. Теория турбулентных струй и следов. Интегральные методы расчета. – М.: Машиностроение, 1969. – 400 с.
5. Федяевский К. К., Гиневский А. С., Колесников А. В. Расчет турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости. – Л.: Судостроение, 1973. – 256 с.
6. Чжен П. Отрывные течения: В 3 т. - М.: Мир, 1973.
7. Korst H. H. A Theory of Base Pressures in Transonic and Supersonic Flow, J. Appl. Mech., 23. – № 4. – 1956. – P. 593–600.

Статья поступила в редакцию 20.03.2006

Дмитрий Сергеевич Шабанов родился в 1980 г., окончил в 2003 г. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 6 научных работ в области ракетных двигателей.

D.S. Shabanov (b. 1980) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2002. Author of 6 publications in the field of rocket engines.