

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССОВ ДЛЯ МАЛОМОЩНЫХ БЕСКОНТАКТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Рассмотрены электромагнитные процессы применительно к двигателям двух типов: с дискретным управлением и однополупериодной коммутацией и с непрерывным управлением. Получены выражения для электромагнитной и потребляемой мощностей, а также уравнения для определения значений угла опережения коммутации и отношения амплитуды ЭДС вращения к амплитуде фазных напряжений, обеспечивающих максимальное значение электромагнитного КПД. Показано, как полученные результаты следует использовать при проектировании двигателей для различных вариантов технического задания.

Цель настоящей работы — получение выражений, характеризующих электромагнитные процессы в маломощных бесконтактных двигателях постоянного тока (БДПТ), и определение условий, при которых эти процессы являются оптимальными, что необходимо для проектирования, проведения поверочного расчета и исследования различных режимов работы БДПТ. Электромагнитные процессы рассмотрены применительно к БДПТ с дискретным управлением и однополупериодной коммутацией и к БДПТ с непрерывным (аналоговым) управлением.

В БДПТ с дискретным управлением электродвижущая сила (ЭДС) в секциях (фазах) якорной обмотки при вращении вала двигателя имеет, как правило, трапецеидальную форму [1]. На рис. 1 изображены осциллограммы такой ЭДС в виде криволинейной и прямолинейной трапеций, отличающихся формой боковых сторон. Криволинейная трапеция относится больше к монолитным индукторам, чем к составным, а прямолинейная трапеция — наоборот. На рис. 1 обозначено: E — ам-

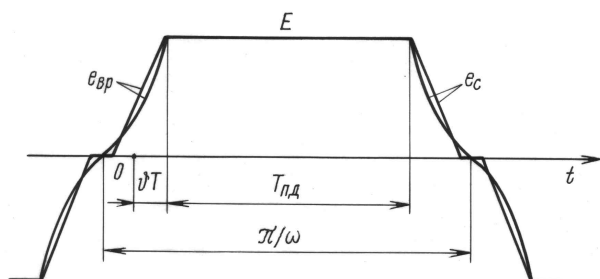


Рис. 1. Осциллограммы ЭДС вращения для БДПТ с дискретным управлением

плитуда ЭДС; $e_{вр}$ и e_c — ЭДС, относящиеся к боковым сторонам трапеции; ω — круговая частота изменения ЭДС; t — время; T — период коммутации секций якорной обмотки, т.е. период повторения электромагнитных процессов; $T_{пд}$ — время, за которое индуктор поворачивается на угол, соответствующий его полюсной дуге; ϑ — относительный угол смещения датчика положения ротора (ДПР) из нейтрального положения; 0 — момент подключения секции обмотки к источнику питания ($t = 0$):

$$\omega = \pi pn/30; \quad T = 60/(pnm); \quad T_{пд} \approx 2\pi/(3\omega);$$

$$\vartheta = p\Theta_d m/(2\pi); \quad \vartheta T = 30\Theta_d/(\pi n),$$

где p, m — количество пар полюсов и секций обмотки; n — число оборотов в минуту вала двигателя; Θ_d — угол смещения ДПР из нейтрального положения против направления вращения вала двигателя в целях увеличения мощности и коэффициента полезного действия (КПД) двигателя.

Левую боковую сторону криволинейной трапеции можно описать следующим выражением

$$e_{вр} = [(1 + a)e^{r(t/T-\vartheta)} - a]E, \quad (1)$$

ту же сторону прямолинейной трапеции — выражением

$$e_{вр} = (1 - b\vartheta + bt/T)E. \quad (2)$$

Значения r, a, b можно определить в результате анализа реальных типовых осциллограмм ЭДС. Типичные значения: $r \approx 12, a \approx 0,0524, b \approx 6$.

На рис. 2 изображена схема замещения БДПТ с дискретным управлением и однополупериодной коммутацией, относящаяся к одной секции обмотки, а на рис. 3 — осциллограммы напряжения питания U , ЭДС и тока в секции обмотки указанного БДПТ. Ток в различные интервалы времени обозначен по-разному: i_1, i_2, i_3 .

На рис. 2 обозначено: R_c и L — активное сопротивление и индуктивность секции; VT — транзистор, коммутирующий секцию обмотки; $PЭ$ — разрядный элемент (стабилитрон, диод и др.), предохраняющий транзистор от перенапряжения и пробоя после его закрытия; u_y —

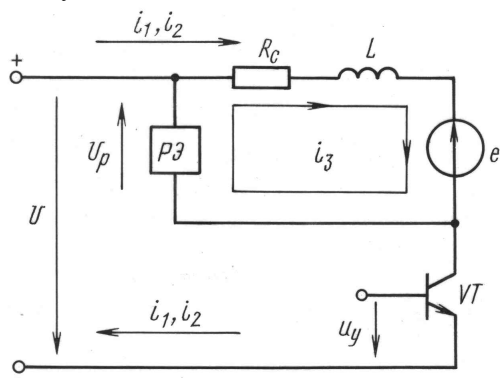


Рис. 2. Схема замещения БДПТ с дискретным управлением и однополупериодной коммутацией для одной секции якорной обмотки

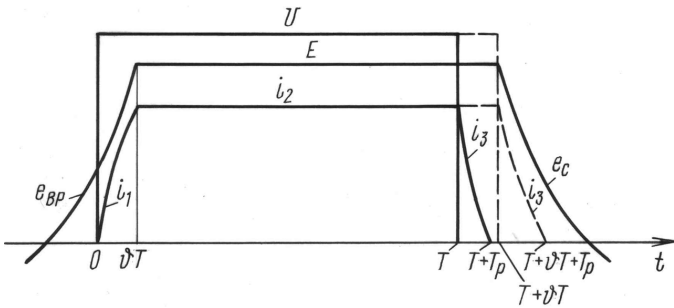


Рис. 3. Осциллограммы напряжения питания (U), ЭДС ($e_{вп}$, E , e_c) и тока в секции якорной обмотки i_1 , i_2 , i_3 для БДПТ с дискретным управлением

дискретное напряжение управления транзистором VT , формируемое по сигналу ДПР. При $u_y > 0$ транзистор открыт и протекает ток i_1 или i_2 , при $u_y \leq 0$ транзистор закрывается, возникает значительная ЭДС самоиндукции, “пробивается” не транзистор, а разрядный элемент, действует напряжение U_p и протекает ток i_3 (см. рис. 2).

На рис. 3 показан случай, когда форма тока совпадает с формой ЭДС, что, как известно, соответствует максимальному значению электромагнитного КПД, т.е. значению отношения электромагнитной мощности к мощности, потребляемой по якорной цепи. В этом случае ЭДС и ток за время ϑT достигают установившихся значений и не изменяются до момента отключения секции от источника питания. Моменту отключения может соответствовать время T или время $T + \vartheta T$, т.е. обычная или расширенная коммутация. Для обычной коммутации ток i_3 изображен сплошной линией, для расширенной коммутации ток i_3 и i_2 , а также напряжение U при $t = T \dots T + \vartheta T$ — штриховой.

В целях получения выражений для электромагнитной и потребляемой мощностей найдем выражения для значений относительных токов \bar{i}_1 , \bar{i}_2 , \bar{i}_3 , т.е. для отношений токов i_1 , i_2 , i_3 к току, возникающему в секции обмотки при пуске двигателя, равному U/R ($R = R_c + R_{тп}$ — активное сопротивление якорной цепи; $R_{тп}$ — сопротивление открытого транзистора VT). Введем другие обозначения: $\varepsilon = E/U$ — коэффициент ЭДС; $\varepsilon_p = U_p/U$, $\tau = L/R$ — электрическая постоянная времени якорной цепи.

Для каждого из трех интервалов времени можно записать следующие уравнения равновесия напряжений в якорной цепи:

$$t = 0 \dots \vartheta T : \quad \bar{i}_1 + \tau d\bar{i}_1/dt + e_{вп}/U = 1; \quad (3)$$

$$t = \vartheta T \dots T \quad \text{или} \quad t = \vartheta T \dots \vartheta T : \quad \bar{i}_2 + \tau d\bar{i}_2/dt + \varepsilon = 1; \quad (4)$$

$$t = T \dots T + T_p : \quad \bar{i}_3 + \tau d\bar{i}_3/dt + \varepsilon + \varepsilon_p = 0; \quad (5)$$

$$t = \vartheta T + T \dots \vartheta T + T + T_p : \quad \bar{i}_3 + \tau d\bar{i}_3/dt + e_c/U + \varepsilon_p = 0. \quad (6)$$

Уравнение (5) относится к обычной, а уравнение (6) — к расширенной коммутации.

Решив уравнение (3) с учетом уравнения (1), получим выражение для относительного тока \bar{i}_1 при криволинейной ЭДС:

$$\bar{i}_1 = c - de^{rt/T} - (c - d)e^{-t/\tau}; \quad (7)$$

$$c = 1 + a\varepsilon; \quad d = (1 + a)\varepsilon e^{-r\vartheta}/(1 + r/\beta), \quad \beta = T/\tau; \quad (8)$$

при $t = \vartheta T$

$$\bar{i}_1(\vartheta T) = c - de^{r\vartheta} - (c - d)e^{-\beta\vartheta}. \quad (9)$$

Решив уравнение (3) с учетом выражения (2), получим выражение для тока \bar{i}_1 при прямолинейной ЭДС:

$$\bar{i}_1 = s(1 - e^{-t/\tau}) - b\varepsilon t/T; \quad (10)$$

$$s = 1 - \varepsilon + b\varepsilon\vartheta + b\varepsilon/\beta; \quad (11)$$

при $t = \vartheta T$

$$\bar{i}_1(\vartheta T) = s(1 - e^{-\beta\vartheta}) - b\varepsilon\vartheta. \quad (12)$$

Решив уравнение (4), получим выражение

$$\bar{i}_2 = 1 - \varepsilon + [\bar{i}_1(\vartheta T) - 1 + \varepsilon]e^{\beta\vartheta - t/\tau}; \quad (13)$$

решив уравнение (5), получим выражение

$$\bar{i}_3 = -\varepsilon - \varepsilon_p + \{1 + \varepsilon_p + [\bar{i}_1(\vartheta T) - 1 + \varepsilon]e^{-\beta(1-\vartheta)}\} \cdot e^{\beta - t/\tau} \quad (14)$$

для обычной коммутации.

Для расширенной коммутации выражение для тока \bar{i}_3 не является достаточно полезным, так как можно пренебречь электромагнитной мощностью, развиваемой на третьем интервале, поскольку ЭДС e_c и ток i_3 быстро уменьшаются до нуля (см. рис. 3). Решив уравнение (14) для случая $\bar{i}_3(T + T_p) = 0$, получим выражение для длительности третьего интервала при обычной коммутации:

$$T_p = \tau \ln\{[1 + \varepsilon_p + [\bar{i}_1(\vartheta T) - 1 + \varepsilon]e^{-\beta(1-\vartheta)}]/(\varepsilon + \varepsilon_p)\}. \quad (15)$$

Найдем выражения для значений относительной мощности \bar{P}_Π , потребляемой по якорной цепи, и относительной электромагнитной мощности \bar{P}_{Σ} , т.е. для отношений абсолютных мощностей P_Π и P_{Σ} к мощности, потребляемой при пуске двигателя по якорной цепи:

$$\bar{P}_\Pi = P_\Pi R/U^2 \quad \text{и} \quad \bar{P}_{\Sigma} = P_{\Sigma} R/U^2.$$

Мощности P_Π и P_{Σ} будем считать относящимися к одной секции якорной обмотки. Очевидно (см. рис. 3), что для обычной коммутации

$$\bar{P}_\Pi = \frac{1}{T} \left(\int_0^{\vartheta T} \bar{i}_1 dt + \int_{\vartheta T}^T \bar{i}_2 dt \right); \quad (16)$$

$$\overline{P_{\text{ЭМ}}} = \frac{1}{T} \left(\int_0^{\vartheta T} \frac{e_{\text{вп}}}{U} \overline{i_1} dt + \int_{\vartheta T}^T \varepsilon \overline{i_2} dt + \int_T^{T+T_p} \varepsilon \overline{i_3} dt \right), \quad (17)$$

а для расширенной коммутации

$$\overline{P_{\text{П}}} = \frac{1}{T} \left(\int_0^{\vartheta T} \overline{i_1} dt + \int_{\vartheta T}^{T+\vartheta T} \overline{i_2} dt \right); \quad (18)$$

$$\overline{P_{\text{ЭМ}}} \approx \frac{1}{T} \left(\int_0^{\vartheta T} \frac{e_{\text{вп}}}{U} \overline{i_1} dt + \int_{\vartheta T}^{T+\vartheta T} \varepsilon \overline{i_2} dt \right). \quad (19)$$

На основе формул (16)–(19) с учетом формул (1), (2), (7)–(15) получим выражения для $\overline{P_{\text{П}}}$ и $\overline{P_{\text{ЭМ}}}$ применительно к благоприятному случаю (см. рис. 3)

$$i_1(\vartheta T) = (U - E)/R, \quad \overline{i_1}(\vartheta T) = 1 - \varepsilon, \quad (20)$$

которому соответствует максимальное значение электромагнитного КПД. Такой КПД можно представить отношением

$$\eta_{\text{ЭМ}} = P_{\text{ЭМ}}/P_{\text{П}} = \overline{P_{\text{ЭМ}}}/\overline{P_{\text{П}}}. \quad (21)$$

Для криволинейной ЭДС получим

$$\overline{P_{\text{П}}} = (1 - \varepsilon) \left(1 - \frac{\vartheta}{2} \pm \frac{\vartheta}{2} - \frac{1}{\beta} \right) + (1 + a\varepsilon)\vartheta - \frac{(1 + a)\varepsilon(1 - e^{-r\vartheta})}{r}; \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \overline{P_{\text{ЭМ}}} = \varepsilon(1 - \varepsilon) \left[1 - \frac{\vartheta}{2} \pm \frac{\vartheta}{2} + \frac{ar + \beta}{\beta(r - \beta)} \right] + a\varepsilon \left[\frac{\varepsilon(1 + a)(1 - e^{-r\vartheta})}{r} - \right. \\ \left. - (1 + a\varepsilon)\vartheta \right] + \frac{(1 + a)\beta\varepsilon}{r(r - \beta)} \left[\frac{(1 + a)\varepsilon(1 - e^{-2r\vartheta})}{2} - \right. \\ \left. - (1 + a\varepsilon)(1 - e^{-r\vartheta}) \right] + \Delta\overline{P_{\text{ЭМ}}}. \quad (23) \end{aligned}$$

Здесь и далее: $\Delta\overline{P_{\text{ЭМ}}}$ — относительная электромагнитная мощность, развиваемая на третьем интервале; для обычной коммутации

$$\Delta\overline{P_{\text{ЭМ}}} = \frac{1}{T} \int_T^{T+T_p} \varepsilon \overline{i_3} dt = \varepsilon \{ 1 - \varepsilon - (\varepsilon + \varepsilon_p) \ln[(1 + \varepsilon_p)/(\varepsilon + \varepsilon_p)] \} / \beta, \quad (24)$$

а в формулах для $\overline{P_{\text{П}}}$ и $\overline{P_{\text{ЭМ}}}$ следует брать знак минус (–); для расширенной коммутации следует брать знак плюс (+), а мощностью $\Delta\overline{P_{\text{ЭМ}}}$ можно пренебречь, т.е. $\Delta\overline{P_{\text{ЭМ}}} \approx 0$.

Для прямолинейной ЭДС получим

$$\overline{P}_{\Pi} = (1 - \varepsilon) \left(1 + \frac{\vartheta}{2} \pm \frac{\vartheta}{2} - \frac{1}{\beta} \right) + \frac{b\varepsilon\vartheta^2}{2}; \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \overline{P}_{\text{ЭМ}} = \varepsilon(1 - \varepsilon) \left[1 - \frac{\vartheta}{2} \pm \frac{\vartheta}{2} + (1 - b\vartheta) \left(\vartheta - \frac{1}{\beta} \right) - \frac{b}{\beta^2} \right] + \\ + b\varepsilon \left(1 + \frac{b \cdot \varepsilon}{\beta} \right) \frac{\vartheta^2}{2} - \frac{(\beta\varepsilon)^2 \vartheta^3}{3} + \Delta \overline{P}_{\text{ЭМ}}. \end{aligned} \quad (26)$$

Формулы (26) и особенно (23) для $\overline{P}_{\text{ЭМ}}$ являются достаточно сложными. Но можно получить более простые формулы, считая упрощенно, что на первом и третьем интервалах токи \overline{i}_1 и \overline{i}_3 изменяются линейно:

$$\overline{i}_1 \approx (1 - \varepsilon)t/(\vartheta T), \quad \overline{i}_3 \approx (1 - \varepsilon)[1 - (t - T)/T_p]. \quad (27)$$

Такое допущение вполне оправдано, поскольку первый и третий интервалы значительно меньше второго, на первом интервале ток нарастает от нуля, на третьем интервале он уменьшается до нуля, а на втором действует установившийся ток. На основе формул (16)–(19) с учетом формул (1), (2), (27) получим нижеследующие выражения:

$$\overline{P}_{\text{ЭМ}} \approx \varepsilon(1 - \varepsilon) \left[1 - \frac{\vartheta}{2} \pm \frac{\vartheta}{2} + \frac{1+a}{r} \left(1 - \frac{1 - e^{-r\vartheta}}{r\vartheta} \right) - \frac{a\vartheta}{2} \right] + \Delta \overline{P}_{\text{ЭМ}} \quad (28)$$

— для криволинейной ЭДС; заменив $e^{-r\vartheta}$ четырьмя членами разложения в степенной ряд, получим еще более простые выражения

$$\overline{P}_{\text{ЭМ}} \approx \varepsilon(1 - \varepsilon) \left[1 \pm \frac{\vartheta}{2} - (1+a) \frac{r\vartheta^2}{6} \right] + \Delta \overline{P}_{\text{ЭМ}}; \quad (29)$$

$$\overline{P}_{\text{ЭМ}} \approx \varepsilon(1 - \varepsilon) \left(1 \pm \frac{\vartheta}{2} - \frac{b\vartheta^2}{6} \right) + \Delta \overline{P}_{\text{ЭМ}} \quad (30)$$

— для прямолинейной ЭДС;

$$\overline{P}_{\Pi} \approx (1 - \varepsilon) \left(1 \pm \frac{\vartheta}{2} \right); \quad (31)$$

$$\Delta \overline{P}_{\text{ЭМ}} \approx \frac{\varepsilon(1 - \varepsilon)}{2\beta} \ln \frac{1 + \varepsilon_p}{\varepsilon + \varepsilon_p} \quad (32)$$

— для криволинейной и прямолинейной ЭДС. Формулы (32) и (24) относятся к обычной коммутации.

Определим оптимальные значения коэффициента ЭДС ε и относительного угла ϑ . Считаем, что они должны обеспечивать максимально возможное значение электромагнитного КПД, т.е. условие (20). Введем и обозначим новые величины:

$$\beta_0 = T_0/\tau = 60R/(pn_0mL) = 2\pi/(m\rho), \quad \rho = x_0/R = \frac{\pi pn_0 L}{30 R}; \quad (33)$$

β_0 и ρ — характеристики якорной обмотки; n_0 — скорость вращения вала двигателя, при которой $E = U$, $\varepsilon = 1$; T_0 — период коммутации секций обмотки при $n = n_0$; x_0 — индуктивное сопротивление секции якорной обмотки при $n = n_0$. Очевидно, что

$$\beta = \beta_0/\varepsilon. \quad (34)$$

Согласно данным работы [2] коэффициент β , а следовательно, и коэффициент β_0 тем меньше, а коэффициент ρ тем больше, чем больше мощность на валу P_2 , скорость вращения вала n и размеры БДПТ. Реально для БДПТ малой мощности $\beta_0 \approx 0,2 \dots 5$, $\rho \approx 0,4 \dots 10$.

Из формул (8), (9) и (20) получим следующее уравнение:

$$re^{\beta \cdot \vartheta} + \beta e^{-r\vartheta} = (1/\varepsilon + a)(r + \beta)/(1 + a). \quad (35)$$

Из формул (11), (12) и (20) получим следующее уравнение:

$$e^{\beta \vartheta} = 1 + \beta \vartheta + \beta(1 - \varepsilon)/(b\varepsilon). \quad (36)$$

Заменяя в формулах (35) и (36) члены $e^{\beta \vartheta}$ и $e^{-r\vartheta}$ тремя членами разложения в степенной ряд и учитывая выражение (34), получим простые явные выражения для относительного угла ϑ для криволинейной и прямолинейной ЭДС:

$$\vartheta \approx \sqrt{2(1 - \varepsilon)/[r(1 + a)\beta_0]}; \quad (37)$$

$$\vartheta \approx \sqrt{2(1 - \varepsilon)/(b\beta_0)}. \quad (38)$$

Из выражений следует, что угол ϑ тем больше, чем меньше ε и β_0 , т.е. чем больше P_2 , n и размеры двигателя.

При известных значениях ε и β_0 формулы (37) и (38) позволяют определить значение угла ϑ непосредственно, но приближенно, а формулы (34), (35) и (36) — численным методом, но более точно.

Уравнения (23), (26), (28), (29) или (30), с одной стороны, и уравнения (35), (36), (37) или (38), с другой стороны, составляют систему двух уравнений с двумя неизвестными ε и ϑ , которая решается численным методом при известных значениях характеристики якорной обмотки β_0 и относительной электромагнитной мощности $\overline{P_{эм}}$ с учетом уравнения (34).

Если использовать совместно приближенные формулы (29) и (37), (30) и (38), то получим для криволинейной и прямолинейной ЭДС уравнения с одним неизвестным ε :

$$\overline{P_{эм}} \approx \varepsilon(1 - \varepsilon) \left\{ 1 - \frac{1 - \varepsilon}{3\beta_0} + \left[\pm 1 + \frac{r(1 - \varepsilon)}{6\beta_0} \right] \sqrt{\frac{1 - \varepsilon}{2r(1 + a)\beta_0}} \right\} + \Delta \overline{P_{эм}}; \quad (39)$$

$$\overline{P_{эм}} \approx \varepsilon(1 - \varepsilon) \left[1 - \frac{1 - \varepsilon}{3\beta_0} \pm \sqrt{\frac{1 - \varepsilon}{2b\beta_0}} \right] + \Delta \overline{P_{эм}}. \quad (40)$$

После определения значений ε и ϑ по формулам (22), (25) или (31) можно определить значение относительной мощности \overline{P}_n , потребляемой по якорной цепи, а по формуле (21) — значение электромагнитного КПД $\eta_{эм}$.

Для БДПТ с непрерывным управлением фазные напряжения, как известно, представляют собой последовательности импульсов одной и той же амплитуды и частоты, длительность и полярность которых при вращении ротора изменяются по синусоидальному закону. Такие напряжения эквивалентны синусоидальным напряжениям [3]. Для указанных БДПТ фазные ЭДС и токи — синусоидальные, поэтому справедливы выражения:

$$\overline{P}_n = (\rho\varepsilon^2 \sin \Theta - \varepsilon \cos \Theta + 1)/(1 + \rho^2\varepsilon^2); \quad (41)$$

$$\overline{P}_{эм} = (\rho\varepsilon^2 \sin \Theta + \varepsilon \cos \Theta - \varepsilon^2)/(1 + \rho^2\varepsilon^2), \quad (42)$$

где $\Theta = p\Theta_d$. Они получены в результате преобразования соответствующих формул для маломощных синхронных двигателей [4]. Формулы (41) и (42) справедливы, потому что у БДПТ с непрерывным управлением схема замещения якорной цепи такая же, как и у синхронных двигателей. Их принципиальное отличие заключается в том, что при изменении нагрузки на валу в БДПТ изменяется скорость вращения вала n и не изменяется угол Θ , а в синхронных двигателях — наоборот. Из формул (41), (42) и (21) получим следующие выражения:

$$\sin \Theta = \frac{(1 + \rho^2\varepsilon^2)\left(\frac{1}{\eta_{эм}} + 1\right)\overline{P}_{эм} - 1 + \varepsilon^2}{2\rho\varepsilon^2}; \quad (43)$$

$$\cos \Theta = \frac{(1 + \rho^2\varepsilon^2)\left(1 - \frac{1}{\eta_{эм}}\right)\overline{P}_{эм} + 1 + \varepsilon^2}{2\varepsilon}. \quad (44)$$

Из формул (43) и (44) видно, что угол Θ тем больше, чем меньше КПД $\eta_{эм}$ и чем больше ρ , т.е. чем больше P_2 , n и размеры двигателя.

При известных значениях ρ , $\eta_{эм}$ и $\overline{P}_{эм}$ система уравнений (43) и (44) позволяет определить оптимальные значения угла Θ и коэффициента ε . В целях упрощения вычислений введем новую величину $y = \varepsilon^2$ и учтем, что $\sin^2 \Theta + \cos^2 \Theta = 1$. Тогда из формул (43) и (44) получим алгебраическое уравнение третьей степени относительно неизвестного y :

$$\left[(1 + \rho^2 y) \left(\frac{1}{\eta_{эм}} + 1 \right) \overline{P}_{эм} - 1 + y \right]^2 + \left[- (1 + \rho^2 y) \left(\frac{1}{\eta_{эм}} - 1 \right) \overline{P}_{эм} + 1 + y \right]^2 \rho^2 y - 4\rho^2 y^2 = 0. \quad (45)$$

Решение этого уравнения должно соответствовать максимально возможному значению электромагнитного КПД $\eta_{эм}$ при известных значениях характеристики обмотки ρ и мощности $\overline{P_{эм}}$. Поэтому рекомендуется решать уравнение (45) относительно неизвестного y для различных значений КПД $\eta_{эм}$. В результате будет определено максимальное (граничное) значение КПД $\eta_{эм}$, для которого уравнение (45) будет иметь два одинаковых положительных корня ($y_1 = y_2 > 0$). При значениях $\eta_{эм}$, больших граничного, уравнение (45) не будет иметь положительных корней, а при значениях $\eta_{эм}$, меньших граничного, это уравнение будет иметь два положительных, разных корня [5]. Именно для граничного (максимального) значения КПД $\eta_{эм}$ следует установить оптимальные значения неизвестного y , коэффициента ε по формуле $\varepsilon = \sqrt{y}$ и угла Θ по формуле (43) или (44).

Результаты исследования электромагнитных процессов следует использовать для проектирования и поверочного расчета БДПТ. При проектировании БДПТ значения относительной электромагнитной мощности $\overline{P_{эм}}$ и КПД $\eta_{эм}$ заранее неизвестны. Известны номинальные значения мощности на валу $P_{2н}$, скорости вращения вала двигателя n_n , напряжения питания U . Дополнительно известны номинальное значение КПД двигателя $\eta_{дн}$ или значения его размеров. В первом случае должны быть минимально возможными размеры двигателя, а во втором — должен быть максимально возможным КПД двигателя η_d . Он связан с КПД электромеханической части БДПТ η следующим образом:

$$\eta_d = \frac{P_2}{P_{пн} + P_{пер} + P_{упр}} = \frac{\eta}{\mathfrak{R}}; \quad \eta = \frac{P_2}{P_{пн}} = \frac{P_{эм} - (P_{мг} + P_{мех})}{P_{пн}}, \quad (46)$$

$P_{пер}$ — мощность потерь энергии при переключениях транзистора VT (см. рис. 2) или двух транзисторов, коммутирующих секцию якорной обмотки при двуполярных напряжениях на секциях; $P_{упр}$ — мощность потерь на управление транзистором VT или двумя транзисторами; $P_{пн}$ — мощность потерь энергии в якорной цепи без учета мощности $P_{пер}$; $P_{мг}$ — мощность магнитных потерь; $P_{мех}$ — мощность механических потерь. Все мощности, в том числе и P_2 , будем считать относящимися к одной секции якорной обмотки,

$$\mathfrak{R} = 1 + \frac{P_{пер} + P_{упр}}{P_{пн}} \approx 1,07 \dots 1,2.$$

При проектировании БДПТ необходимо определить сначала значение характеристики якорной обмотки β_0 или ρ , например как указано в работе [2], а затем — оптимальные значения коэффициента ЭДС ε и угла Θ или относительного угла ϑ .

Если задан КПД двигателя, то его проектируют обычно так, чтобы максимальное значение КПД соответствовало мощности P_2 на валу,

несколько меньшей номинальной мощности $P_{2н}$, причем

$$\gamma = \frac{P_2}{P_{2н}} \approx 0,75 \dots 0,9.$$

Известно, что КПД — максимален при равенстве мощности электрических (омических) потерь (переменных, пропорциональных γ^2) и мощности неэлектрических потерь $P_{мг} + P_{мех}$ (примерно постоянных), т.е. при равенстве

$$(P_{п} - P_{эм})\gamma^2 = P_{эм} - P_{2н},$$

$P_{п}$ и $P_{эм}$ относятся к номинальному режиму работы двигателя.

Из последнего равенства с учетом (46) легко получить другое равенство

$$\frac{P_{эм}}{P_{п}} = \frac{\overline{P_{эм}}}{\overline{P_{п}}} = (\eta_{н} + \gamma^2)/(1 + \gamma^2) = C;$$

$$\eta_{н} = \Re\eta_{дн}.$$

Для БДПТ с дискретным управлением значения ε и ϑ нужно определять путем решения системы двух уравнений. Первое уравнение

$$\overline{P_{эм}} = \overline{P_{п}} C,$$

в котором $\overline{P_{п}}$ и $\overline{P_{эм}}$ представляют собой полученные ранее соответствующие выражения, а второе уравнение — (35) или (36). Если использовать приближенные выражения (39), (31) и (37), (40), (31) и (38), то получим для криволинейной и прямолинейной ЭДС уравнения с одним неизвестным — ε :

$$\varepsilon - C + \left[\pm(\varepsilon - C) + \frac{r\varepsilon(1 - \varepsilon)}{6\beta_0} \right] \sqrt{\frac{1 - \varepsilon}{2r(1 + a)\beta_0}} - \frac{\varepsilon(1 - \varepsilon)}{3\beta_0} + \Delta\overline{P_{эм}} = 0;$$

$$(\varepsilon - C) \left(1 \pm \sqrt{\frac{1 - \varepsilon}{2b\beta_0}} \right) - \frac{\varepsilon(1 - \varepsilon)}{3\beta_0} + \Delta\overline{P_{эм}} = 0;$$

$\Delta\overline{P_{эм}}$ можно определить по формулам (24) и (32).

Для БДПТ с непрерывным управлением следует сначала определить значение коэффициента ε из биквадратного уравнения

$$(c^2 - a^2b)\varepsilon^4 - (b - 2cd)\varepsilon^2 + d^2 = 0, \quad (47)$$

а затем определить значение угла Θ по формуле

$$\Theta = \arctg(a\varepsilon), \quad (48)$$

где $a = (1 - \eta)\rho/(1 + \eta)$, $b = [2(1 + \eta)(1 - \rho^2\eta)]^2$, $c = \rho^2(1 - 6\eta + \eta^2)$, $d = (1 + \eta)^2$, $\eta = \eta_{н} = \eta_{дн}\Re$.

Формулы (47) и (48) получены, исходя из системы уравнений

$$\frac{\partial \eta}{\partial \varepsilon} = 0, \quad \frac{\partial \eta}{\partial \Theta} = 0.$$

Применяя выражение (46) для η и считая, что $P_{\text{мг}} + P_{\text{мех}} \approx \text{const}$, получим систему двух уравнений с неизвестными ε и Θ :

$$\frac{\partial \overline{P_{\text{эм}}}}{\partial \varepsilon} = \eta \frac{\partial \overline{P_{\text{п}}}}{\partial \varepsilon}, \quad \frac{\partial \overline{P_{\text{эм}}}}{\partial \Theta} = \eta \frac{\partial \overline{P_{\text{п}}}}{\partial \Theta}.$$

Учитывая выражения (41) и (42), получим после взятия производных и последующих преобразований

$$2\rho\varepsilon \sin \Theta + \cos \Theta - \rho^2\varepsilon^2 \cos \Theta - 2\varepsilon = \\ = \eta(2\rho\varepsilon \sin \Theta - \cos \Theta + \rho^2\varepsilon^2 \cos \Theta - 2\rho^2\varepsilon). \quad (49)$$

Разделив обе части уравнения (49) на $\cos \Theta$ и учитывая выражения (48) и $\cos \Theta = 1/\sqrt{1 + \text{tg}^2 \Theta}$, после преобразований получим уравнение (47). Из формулы (48) видно, что угол Θ тем больше, чем больше ρ , ε и меньше η .

На рис. 4, а, б приведены графические зависимости оптимальных значений коэффициента ЭДС ε и относительного угла ϑ от значений характеристики якорной обмотки β_0 для трех значений КПД η применительно к БДПТ с дискретным управлением и расширенной коммутацией. Из рис. 4, а, б видно, что чем больше η , тем больше ε , но меньше ϑ .

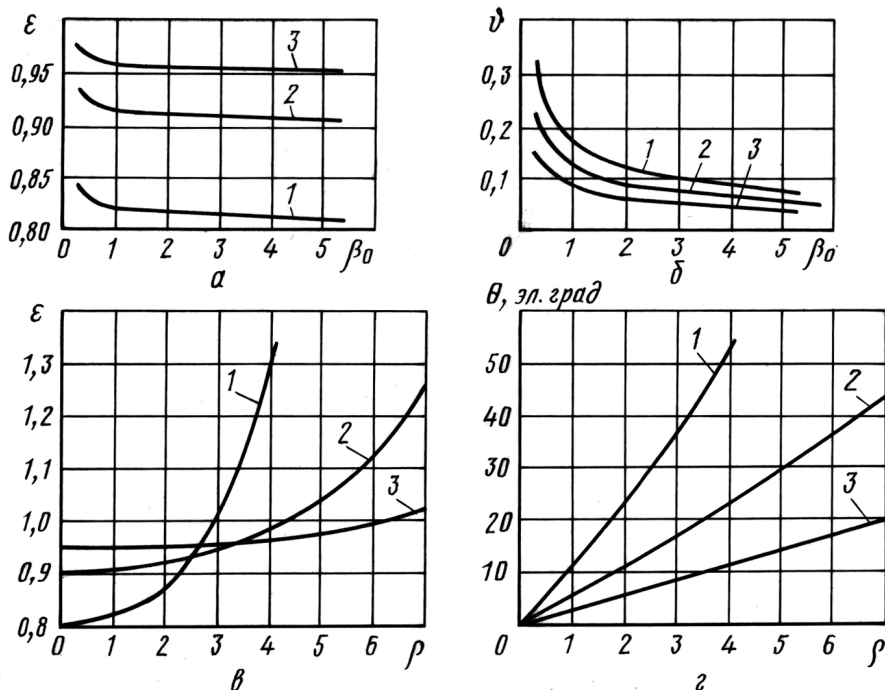


Рис. 4. Оптимальные значения коэффициента ЭДС ε и относительного угла ϑ для БДПТ с дискретным управлением (а и б соответственно); коэффициента ЭДС ε и угла Θ для БДПТ с непрерывным управлением (в и г соответственно) при $\eta = 0,6$ (1); $0,8$ (2); $0,9$ (3)

На рис. 4, в, г приведены графические зависимости оптимальных значений коэффициента ЭДС ε и угла Θ от значений характеристики ρ якорной обмотки для трех значений η применительно к БДПТ с непрерывным управлением.

Из рис. 4, г видно, что чем больше η , тем меньше угол Θ . Из рис. 4, в видно, что при небольших значениях η коэффициент ε может быть значительно больше единицы. А это означает перевозбуждение двигателя, которое реально может быть невыполнимо. В таких случаях разумно увеличить значение η , что согласно рис. 4, в приводит к уменьшению оптимального значения коэффициента ε , например до обычных значений 0,9...1,0.

Из рис. 4 видно, что при уменьшении β_0 и увеличении ρ возрастают ε , ϑ и Θ , а также, что при $\beta_0 \rightarrow \infty$ и при $\rho \rightarrow 0$: $\varepsilon \rightarrow \frac{(1+\eta)}{2}$, $\vartheta \rightarrow 0$, $\Theta \rightarrow 0$.

Если заданы размеры двигателя, то predetermined соотношение между мощностями и размерами двигателя [2]:

$$\frac{U^2}{R} = \frac{P_{\Pi}}{\overline{P}_{\Pi}} = \frac{P_{\text{ЭМ}}}{\overline{P}_{\text{ЭМ}}} = \frac{K}{\varepsilon^2},$$

где $P_{\text{ЭМ}} = P_{2\text{н}} + P_{\text{мг}} + P_{\text{мех}}$. Следовательно

$$\overline{P}_{\text{ЭМ}} = P_{\text{ЭМ}} \varepsilon^2 / K. \quad (50)$$

Для $\overline{P}_{\text{ЭМ}}$ нужно использовать полученные ранее выражения. Значение коэффициента K зависит от размеров двигателя, магнитной индукции в воздушном зазоре B_{δ} , скорости вращения вала двигателя, и его можно определять, например как указано в работе [2].

Для БДПТ с дискретным управлением оптимальные значения коэффициента ε и угла ϑ необходимо определять из системы уравнений (50) и (35) или (50) и (36). Если для относительной мощности $\overline{P}_{\text{ЭМ}}$ использовать приближенное выражение (39) или (40), то выражение (50) становится уравнением с одним неизвестным ε . Зная значения ε и ϑ , можно определить значение \overline{P}_{Π} по приведенным формулам и оценить значение КПД η по формуле $\eta = \frac{\varepsilon^2 P_2}{K \overline{P}_{\Pi}}$. Она вытекает из соотношений (46) и выражения $\overline{P}_{\Pi} = P_{\Pi} \varepsilon^2 / K$, аналогичного формуле (50).

Для БДПТ с непрерывным управлением вначале нужно решить уравнение (45), применив формулу (50) с заменой в ней ε^2 на y и предыдущие указания по решению этого уравнения. В результате решения будет определено максимальное значение электромагнитного КПД $\eta_{\text{ЭМ}}$, минимальное значение относительной потребляемой мощности ($\overline{P}_{\Pi} = \overline{P}_{\text{ЭМ}} / \eta_{\text{ЭМ}}$), значения неизвестного y и коэффициента $\varepsilon = \sqrt{y}$. Затем нужно определить значение угла Θ по формуле (43) или (44) и оценить значение КПД η .

После определения оптимальных значений коэффициента ЭДС ε и угла Θ или ε и относительного угла ϑ необходимо определить значения активного сопротивления секции обмотки R_C и якорной цепи R , уточнить значение характеристики обмотки β_0 или ρ , например по формулам из работы [2], и значение относительной электромагнитной мощности $\overline{P}_{\text{эм}}$ по ранее приведенным формулам.

Значение мощности на валу двигателя можно проверить по формуле

$$P_2 = \overline{P}_{\text{эм}} U^2 / R - (P_{\text{мг}} + P_{\text{мех}}).$$

Если окажется, что полученное значение мощности P_2 меньше или больше заданного значения $P_{2н}$, причем их отличие более 5%, то необходимо в первом случае уменьшить, а во втором — увеличить значение коэффициента ε . Затем нужно пересчитать значения сопротивлений R_C , R , характеристики обмотки β_0 или ρ , угла ϑ или Θ , относительной электромагнитной мощности $\overline{P}_{\text{эм}}$ и мощности P_2 .

Значение КПД двигателя следует проверить (если он задан) или определить по формулам $\eta = \frac{P_2 R}{\overline{P}_{\text{п}} U^2}$ и $\eta_{\text{д}} = \frac{\eta}{\mathfrak{R}}$, предварительно рассчитав значения относительной потребляемой мощности $\overline{P}_{\text{п}}$ и коэффициента \mathfrak{R} по приведенным формулам.

Значения тока I , потребляемого по якорной цепи, и полного тока $I_{\text{д}}$, относящиеся к одной секции обмотки, нужно определять по формулам

$$I = \overline{P}_{\text{п}} U / R, \quad I_{\text{д}} = (1 + \mathfrak{R}) I.$$

Момент вращения на валу двигателя — по формуле

$$M_2 = 30 P_2 / (\pi n),$$

в частности $M_{2н} = 30 P_{2н} / (\pi n_{\text{н}})$. Скорость вращения вала, для которой $E = U$, $\varepsilon = 1$, можно найти как

$$n_0 = n / \varepsilon,$$

скорость вращения вала при холостом ходе двигателя ($P_2 = 0$) —

$$n_x = n_0 \varepsilon_x,$$

где ε_x — коэффициент ЭДС при холостом ходе, определяется из уравнения

$$\overline{P}_{\text{эм}} = \overline{P}_{\text{эм}}(\varepsilon) = (P_{\text{мг}} + P_{\text{мех}}) R / U^2.$$

Пусковой момент $M_{\text{п}}$ — это разность между пусковым электромагнитным моментом $M_{\text{эмп}}$ и моментом трения в подшипниках $M_{\text{трп}}$; его можно рассчитать по формуле

$$M_{\text{п}} = M_{\text{эмп}} - M_{\text{трп}} = 30 \frac{\overline{P}_{\text{эм}}}{\varepsilon} \frac{U_{\text{п}}^2 B_{\delta\text{п}}}{\pi B_{\delta} R n_0} - K_{\text{трп}} M_{2н};$$

при этом необходимо выражение $\overline{P_{эм}}/\varepsilon$) сократить на ε и затем принять, что $\varepsilon = 0$; $U_{п}$ — напряжение питания при пуске двигателя, оно может быть меньше номинального напряжения питания U , если ограничивают пусковой ток; B_{δ} и $B_{\deltaп}$ — индукция магнитного потока в зазоре между ротором и статором двигателя при номинальном режиме работы и при пуске двигателя, $K_{тpи} \approx 0,1 \dots 0,25$.

Приведенные формулы позволяют рассчитать характеристики БДПТ: $n(M_2)$, $P_2(M_2)$, $\eta(M_2)$, $I(M_2)$ и другие, исследовать различные режимы работы БДПТ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кенио Т., Нагамори С. Двигатели постоянного тока с постоянными магнитами. — М.: Энергоатомиздат, 1989. — 184 с.
2. Балагуров В. А., Гридин В. М., Лозенко В. К. Бесконтактные двигатели постоянного тока с постоянными магнитами. — М.: Энергия, 1975. — 128 с.
3. Косулин В. Д., Михайлов Г. Б., Омельченко В. В., Путьников В. В. Вентильные электродвигатели малой мощности для промышленных роботов. — Л.: Энергоатомиздат, 1988. — 184 с.
4. Юферов Ф. М. Электрические машины автоматических устройств. — М.: Высшая школа, 1976. — 416 с.
5. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по высшей математике для инженеров и учащихся вузов. — М.: Наука, 1986. — 544 с.

Статья поступила в редакцию 4.06.2005

Гридин Владимир Михайлович родился в 1940 г., окончил Московский энергетический институт в 1963 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры “Электротехника и промышленная электроника” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 42 научных работ в области электромеханики.

V.M. Gridin (b. 1940) graduated from the Moscow Institute for Power Engineering in 1963. Ph. D. (Eng.), assoc. professor of “Electrical Engineering and Industrial Electronics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 42 publications in the field of electrical mechanics.

