

УДК 621.923

А. В. К о р о л е в, А. Н. Т ю р и н

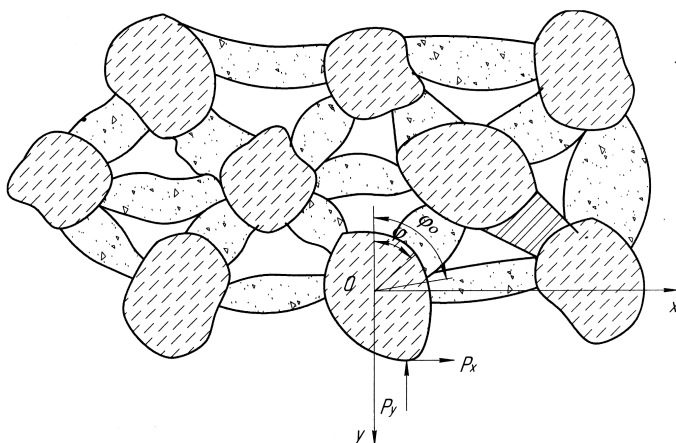
## **РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ УДЕРЖАНИЯ АБРАЗИВНОГО ЗЕРНА СВЯЗКОЙ**

*Рассмотрена задача определения энергии удержания связкой отдельных абразивных зерен, выступающих над связкой абразивного инструмента, проанализирована методика расчета прочности удержания зерна связкой, исходя из закономерностей теории контакта упругих тел.*

Проводимые многочисленные экспериментальные исследования прочностных свойств абразивного инструмента и прочности удержания зерен связкой носят частный характер, и их результаты нельзя использовать в теоретических обобщениях. Среди немногочисленных аналогичных аналитических исследований можно выделить работы [1–3], авторы которых исходят из предположения, что каждый мостик связки имеет определенные геометрические параметры и на поверхности зерна мостики отделены один от другого. Это может привести к погрешности результатов расчета, так как на самом деле мостики связки могут пересекаться, а их число и распределение по поверхности контакта являются случайными. В данном случае ставится задача определения энергии удержания связкой отдельных абразивных зерен, выступающих над связкой абразивного инструмента.

На глубину врезания абразивных зерен в обрабатываемую поверхность, при которой они выпадают из связки, оказывают влияние два фактора — прочность удержания зерен в связке и сила резания. За основу при исследовании прочности удержания зерен в связке инструмента возьмем одну из первых работ в этой области, в которой наиболее полно раскрывается механизм удержания зерен связкой [1]. При этом внесем некоторые уточнения, отражающие особенности брускового абразивного инструмента.

Рассмотрим фрагмент сечения поверхностного слоя абразивного бруска (рис. 1). Абразивные зерна расположены по принципу максимальной упаковки. Между абразивными зернами расположена связка, ее объем в абразивном инструменте обычно меньше объема свободного пространства между зернами, поэтому между частичками связки расположены поры, т.е. абразивные зерна связаны между собой мостиками связки.



**Рис. 1. Поперечное сечение абразивного бруска**

Абразивные зерна, расположенные внутри тела инструмента, могут иметь связи со всеми окружающими его соседними зернами. Таким образом, вокруг этих зерен может располагаться 14 мостиков связки. Зерна, находящиеся на поверхности абразивного инструмента, связаны с расположенными внутри зернами в зависимости от высоты выступа над уровнем связки одним-десятью мостиками. Чем больше зерно выступает над уровнем связки, тем его связывает меньшее число мостиков.

Как известно, абразивные зерна имеют неправильную форму. Однако из-за того, что они занимают равновероятное положение относительно своего центра, принято при расчетах размеров зерен и их числа над уровнем связки принимать абразивные зерна в виде сферы, а в качестве размера зерен использовать математическое ожидание (средний диаметр зерен). Определим зависимость для расчета среднего диаметра абразивных зерен и средних значений параметров мостиков связки. Значения фактического размера зерен и число  $z_g$  электрокорундовых зерен в одном грамме абразивного порошка [3] в зависимости от номера зернистости инструмента приведены в табл. 1.

Таблица 1

**Значения числа абразивных зерен  $z_g$  электрокорунда в 1 г порошка и фактический средний диаметр  $d_0$  абразивных зерен в зависимости от номера зернистости инструмента [3]**

Число зерен и средний диаметр зерен	Номер зернистости						
	125	100	80	50	40	32	16
$Z_g$ , шт./г	150	230	700	2300	6700	19500	75000
$d_0$ , мм	1,47	1,28	0,88	0,59	0,42	0,29	0,18

Вес зерен в одном грамме порошка равен объему зерна, умноженному на число зерен и плотность материала зерен, поэтому средний размер абразивных зерен, указанный в табл. 2, подсчитывали по формуле

$$d_0 = \sqrt[3]{\frac{6}{\pi z_g \zeta}},$$

где  $\zeta$  — плотность материала зерен, г/мм<sup>3</sup>.

Таблица 2

**Средние значения диаметра  $d_y$  абразивных зерен на расстоянии  $y$  от уровня связки в отношении к среднему диаметру  $d_0$  абразивных зерен инструмента**

$y/d_0$	0	0,125	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75
$d_h/d_0$	1	1	1,01	1,04	1,13	1,23	1,44	1,65	1,87

В работе [4] Г.М. Ипполитовым показано, что число зерен в единице веса порошка прямо пропорционально плотности материала абразивных зерен. Поэтому размеры абразивных зерен, указанные в табл. 2, справедливы для зерен, изготовленных из разных материалов. Для удобства практического использования данные табл. 2 аппроксимировались зависимостью

$$d_0 = 0,01156 N_z,$$

где  $N_z$  — номер зернистости по ГОСТ 3647–59.

Среднестатистические значения длины мостиков связки зависят от среднего расстояния между поверхностями абразивных зерен. Многие авторы [1, 2] это расстояние определяют как обратную величину квадратного корня от числа зерен в единице объема абразивного инструмента. Такое равенство было бы верным, если бы зерна, как атомы кристаллической решетки твердого вещества, находились строго в вершинах куба. На самом деле любое сыпучее вещество имеет плотную упаковку составляющих его частиц (см. рис. 1). Исходя из этого средняя длина мостиков связки равна

$$l_s = \sqrt[3]{\frac{4}{3z_0}} - d_0, \quad (1)$$

где  $z_0$  — число абразивных зерен в единице объема абразивного инструмента, шт./мм<sup>3</sup>;  $d_0$  — средний размер абразивных зерен, мм.

Определим число зерен в единице объема абразивного инструмента. Для этого воспользуемся методиками Е.Н. Маслова [4] и Г.М. Ипполитова [5]. Объем зерен, находящихся в единице объема инструмента, можно определить как

$$v_z = \frac{\pi d_0^3}{6} z_0, \quad (2)$$

где  $z_0$  — доля объема зерен в единице объема инструмента.

Из равенства (2) получаем

$$z_0 = \frac{6v_z}{\pi d_0^3} = \frac{K_z}{d_0^3}, \quad (3)$$

где

$$K_z = \frac{6v_z}{\pi}. \quad (4)$$

Максимальное число зерен в единице объема получается при их плотной упаковке в насыпном виде. Следовательно, максимальное значение данного коэффициента равно  $K_z = 1,33$ .

Как известно, доля объема зерен в единице объема инструмента зависит от структуры инструмента. Поэтому значения коэффициента  $K_z$  тоже зависят от структуры инструмента. В дальнейшем этот коэффициент будем называть коэффициентом структуры. Значения этого коэффициента приведены в табл. 3.

Подставив выражение (3) и (4) в равенство (1), найдем

$$l_s = K_l d_0, \quad (5)$$

где

$$K_l = \sqrt[3]{\frac{4}{3K_z}} - 1. \quad (6)$$

Значения коэффициента длины мостиков связки  $K_l$  приведены в табл. 3.

Таблица 3

**Значения доли зерен  $z_0$ , коэффициентов  $K_z$  и  $K_l$  для разных структур инструмента**

Параметр	Номер структуры инструмента							
	5	6	7	8	9	10	11	12
Доля объема зерен в единице объема инструмента	0,52	0,50	0,48	0,46	0,44	0,42	0,40	0,38
$K_z$	0,994	0,955	0,917	0,879	0,840	0,802	0,764	0,726
$K_l$	0,103	0,118	0,133	0,149	0,167	0,185	0,204	0,225

Как видно из табл. 3, мостики связки в абразивном инструменте очень короткие. Они составляют пятую и даже десятую долю от размеров зерен.

Значение площади поперечного сечения мостиков связки находим делением доли связки в объеме инструмента на среднее число и длину мостиков связки. Если принять, что каждое абразивное зерно, находящееся внутри тела инструмента, взаимодействует со всеми окружающими его зернами, то число мостиков связки в инструменте на единицу меньше связанных между собой зерен. Учитывая большое число зерен в единице объема инструмента, число мостиков связки

можно принять равным числу абразивных зерен. Поэтому с учетом равенства (3) и формулы (5) получаем

$$F_m = \frac{v_s}{l_s z_0 (v_s + v_p)} = \frac{\pi v_s d_0^2 p_m}{5,322 v_z^{2/3} (v_s + v_p) (1 - 1,127 \sqrt[3]{v_z})}, \quad (7)$$

где  $F_m$  — средняя площадь поперечного сечения мостика связки, мм<sup>2</sup>;  $v_s$  — доля связки в объеме инструмента;  $v_p$  — доля пор в объеме инструмента.

Если разделить равенство (8) на площадь сферы и умножить на число мостиков связки, окружающих зерно, то можно убедиться в том, что для подавляющего большинства характеристик инструмента мостики связки так пересекаются между собой, что образуются сплошной контакт с абразивными зёрнами. Например, для твердости инструмента М1 шестой структуры доля связки в инструменте составляет 0,035, доля зерен — 0,5, доля пор — 0,465. Тогда при  $p_m = 1$  отношение суммарной площади мостиков связки, окружающих абразивное зерно, к площади сферы зерна можно представить как

$$\frac{0,035 \cdot 14}{5,322 \sqrt[3]{0,5^2} (0,035 + 0,465) (1 - 1,127 \sqrt[3]{0,5})} = 2,8.$$

Этот расчет был бы верен, если все мостики связки одинаковые, строго устанавливаются по нормали к поверхности зерна и имеют одинаковый угловой шаг расположения относительно центра зерна. На самом деле такое распределение связки маловероятно, так как часть связки остается вне мостиков связки, так что  $p_m < 1$ .

Поэтому в качестве расчетной модели распределения связки примем следующую. Пусть зерно контактирует с уровнем связки на глубине  $h_s$  и образует контурную площадь контакта  $F_{sh}$ . Тогда в зависимости от наличия в материале абразивного инструмента связки и пор фактическую площадь контакта зерна со связкой определяем как

$$F_{sf} = F_{sh} \sqrt{\frac{v_s^2}{(v_s + v_p)^2}}, \quad (8)$$

где  $F_{sh}$  — контурная площадь контакта зерна со связкой, мм<sup>2</sup>;  $F_{sf}$  — фактическая площадь контакта зерна со связкой, мм<sup>2</sup>.

Контурную площадь контакта зерна с уровнем связки можно найти по формуле

$$F_{sh} = \pi d_h h_s,$$

где  $h_s$  — глубина погружения зерна за уровень связки, мм;  $d_h$  — диаметр абразивного зерна, вершина которого находится на уровне  $h$  от уровня связки абразивного инструмента, мм.

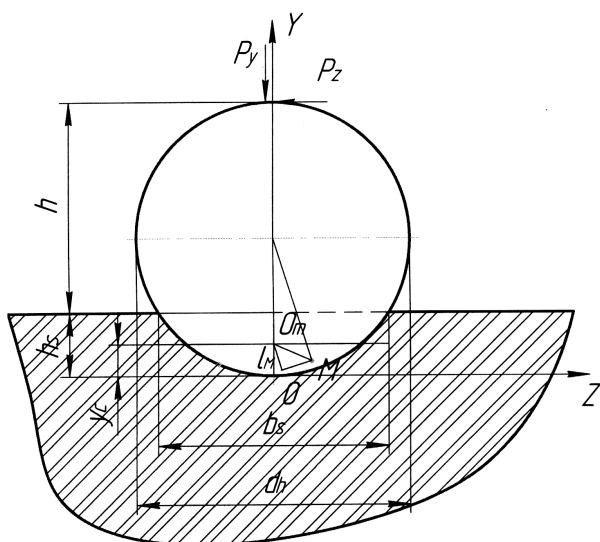


Рис. 2. Схема расчета прочности удержания зерна в связке

Тогда из выражения (8) получаем

$$F_{sf} = \pi d_h h_s \sqrt{\frac{\nu_s^2}{(\nu_s + \nu_p)^2}}. \quad (9)$$

Рассмотрим вариант методики расчета прочности удержания зерна связкой, исходя из закономерностей теории контакта упругих тел. Предположим, что абразивное зерно (рис. 2) диаметром  $d_h$  выступает над уровнем связки на величину  $h$ . В связку оно заглублено на величину  $h_s$  и образует с ней круговую площадку контакта диаметром  $d_s$ .

На абразивное зерно действует внешняя нагрузка, состоящая из нормальной  $P_y$  и тангенциальной  $P_z$  сил резания. Введем декартову систему координат  $OXYZ$  с центром, совпадающим с вершиной абразивного зерна, находящейся в связке. Ось  $OZ$  расположим вдоль вектора тангенциальной силы резания  $P_z$ , ось  $OY$  — вдоль вектора нормальной силы резания  $P_y$ .

Под действием сил резания в связке возникают напряжения. Сила  $P_y$  вызывает сжимающие напряжения. Сила  $P_z$  вызывает поворот зерна вокруг некоторой оси, расположенной перпендикулярно направлению действия тангенциальной силы  $P_z$  на расстоянии  $h_c$  от вершины зерна. Сначала поочередно рассмотрим результаты действия этих сил.

Под действием нормальной силы  $P_z$  абразивное зерно упруго деформирует связку, а на границе связки и зерна возникают напряжения. Если эти напряжения не превышают предела прочности связки на сжатие, то зерно после снятия нагрузки остается в связке. Если напряжения достигают значений предела прочности связки на сжатие, то зерно выпадает из связки.

Для расчета деформации зерна в связке и возникающих в связке напряжений воспользуемся известной задачей вдавливания в упругое полупространство твердого круглого штампа, впервые решенной Бусси-неском. Он показал, что при вдавливании круглого жесткого штампа в упругое полупространство осуществляется его перемещение в направлении действия нагрузки на величину

$$\delta_p = \frac{P_y(1 - \mu_s)}{b_{sf} E_s},$$

а на границе упругого полупространства и жесткого штампа возникают контактные напряжения

$$\sigma_s = \frac{P_y}{2F_{sf} \sqrt{1 - \frac{4r^2}{b_{sf}^2}}},$$

где  $E_s$  — модуль упругости связки, МПа;  $\mu_s$  — коэффициент Пуассона материала связки;  $P_y$  — нормальная составляющая сил резания единицей зерном, Н;  $b_{sf}$  — диаметр фактической поверхности контакта зерна и связки, мм;  $r$  — расстояние элементарной площадки контакта до центра нагруженной площадки, мм.

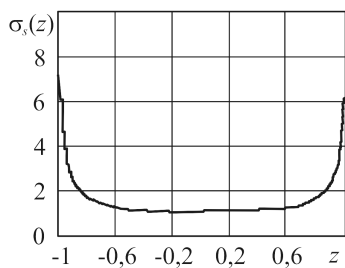
Используя равенство (7), несложно определить энергию, затраченную на деформацию зерна в связке,

$$A_s = \frac{P_y^2(1 - \mu_s)}{2b_{sf} E_s}, \quad (10)$$

где  $A_s$  — энергия деформации абразивного зерна в связке инструмента под действием нормальной силы резания, Н·мм ( $1 \text{ Н}\cdot\text{мм} = 10^3 \text{ Дж}$ ).

Из равенства (8) видно, что напряжения вдоль поверхности контакта зерна и связки распределены неравномерно (рис. 3).

Возникает естественный вопрос, какое значение напряжений следует использовать в качестве расчетного. На кромке площадки



**Рис. 3.** Эпюра напряжений в поперечном сечении площадки контакта поверхностей абразивного зерна и связки

контакта напряжение стремится к бесконечности. Следовательно, даже при незначительных нагрузках на кромках площадки контакта связки могут разрушаться. Но это не означает, что связка разрушится настолько, что зерно выпадет из связки. Разрушение может происходить постепенно в результате множества циклов нагружения зерна. В результате разрушения связки по кромке контакта площадка контакта постепенно уменьшается в диаметре и, наконец, при каком-то цикле нагружения полностью

разрушается. Но многоцикловое разрушение связки нас не интересует, так как инструмент при суперфинишировании работает либо в режиме активного самозатачивания, при котором абразивные зерна на рабочей поверхности инструмента активно обновляются, либо, если самозатачивание невелико, рабочая поверхность инструмента быстро заполняется стружкой и шламом, нагрузка на зерна уменьшается, и зерна, помимо связки, удерживаются на поверхности инструмента еще и забившейся в поры инструмента стружкой. В таком случае разрушение связки маловероятно.

Если взять минимальные значения контактных напряжений, действующих по центру пятна контакта, то, по всей вероятности, получатся заниженные значения искомых параметров. Возможно, следует использовать средние значения или значения напряжений, возникающих еще ближе к краю площадки. Поэтому в качестве расчетного напряжения примем минимальное значение напряжений, но умножим его на коэффициент неопределенности:

$$\sigma_{s0} = \frac{k_n P_y}{2F_{sf}}. \quad (11)$$

Коэффициент неопределенности  $k_n = 1$ , если в качестве расчетного значения принять напряжение в центре площадки;  $k_n = 2$ , если принять средние значения напряжений;  $k_n > 2$ , если использовать значение напряжений ближе к краю площадки контакта.

Подставляя в равенство (11) значение фактической площадки контакта (9), определяем:

$$\sigma_{s0} = \frac{k_n P_y}{2\pi d_h h_s} \sqrt[3]{\frac{(\nu_s + \nu_z)^2}{\nu_s^2}}.$$

Если нагрузка  $P_y$  такова, что

$$P_{yk} \geq \frac{2\pi}{k_n} d_h h_s \sigma_{sg} \sqrt[3]{\frac{\nu_s^2}{(\nu_s + \nu_p)^2}}, \quad (12)$$

где  $\sigma_{sg}$  — предел прочности связки на сжатие, МПа, то связка разрушается и зерно выпадет из связки.

Исходя из равенства (10), критическую энергию деформации абразивного зерна в связке можно определить как

$$A_{sk} = \frac{\pi^2 b_{sf}^3 \sigma_{sg}^2 (1 - \mu_s)}{8E_s}. \quad (13)$$

Диаметр площадки контакта удобнее выразить через глубину погружения зерна в связку:

$$b_{sf} = 2\sqrt{\frac{F_{sf}}{\pi}} = 2\sqrt{d_h h_s - h_s^2} \sqrt[3]{\frac{\nu_s}{\nu_s + \nu_p}}. \quad (14)$$



**Глубина  $h_s$  заделки зерен в связку инструмента и вероятность появления вершин абразивных зерен  $F(y)$  на расстоянии  $y$  от уровня связки в отношении к среднему размеру  $d_0$  абразивных зерен инструмента**

Параметр	Значение $y/d_0$								
	0	0,125	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,50	1,75
$h_s/d_0$	1	0,88	0,76	0,54	0,38	0,3	0,19	0,15	0,12
$F(y/d_0)$	0,95	0,846	0,711	0,452	0,241	0,101	0,031	0,00656	0,00081

Подставляя уравнение (14) в выражения (12) и (13) определяем нормальную критическую силу разрушения связки

$$P_{yk} = \frac{d_0^2}{k_n} \sigma_{sg} \sqrt[3]{\frac{\nu_s^2}{(\nu_s + \nu_p)^2}} K_{spy}$$

и критическую энергию деформации связки

$$A_{sk} = \frac{d_0^3 \sigma_{sg}^2 (1 - \mu_s)}{k_n^2 E_s} \frac{\nu_s}{\nu_s + \nu_z} K_{sy},$$

где коэффициент критической прочности связки

$$K_{spy} = 2\pi \frac{d_h h_s}{d_0^2}$$

и коэффициент критической энергии деформации связки

$$K_{sAy} = \pi^2 \left( \frac{d_h h_s}{d_0^2} \right)^{1,5}.$$

Как было отмечено ранее, глубина погружения зерна в связку  $h_s$  и размер зерна  $d_h$  зависят от величины выступа зерна  $y$  над уровнем связки. В работе [1] определены глубины расположения зерен в связке инструмента и диаметры абразивных зерен в зависимости от их выступания над уровнем связки (табл. 2 и 4). Из приведенных данных следует, что по мере удаления от поверхности связки размеры выступающих над связкой абразивных зерен возрастают, а глубина их заделки в связку уменьшается.

На основе этих данных по формуле (12) рассчитаны значения коэффициентов  $K_{spy}$  и  $K_{sAy}$ . Результаты расчета приведены в табл. 5.

Из табл. 2 и 5 видно, что абразивные зерна, наиболее выступающие над связкой, менее прочно удерживаются связкой, чем те, которые более глубоко расположены в связке. Однако это присуще меньшему

Значения коэффициентов  $K_{спу}$  и  $K_{sAy}$  в зависимости от величины  $y/d_0$ 

Коэффициент	Относительное выступание величины абразивного зерна над уровнем связки $y/d_0$							
	0	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75
$K_{спу}$	1,71	1,71	1,71	1,7	1,63	1,52	1,41	1,32
$K_{sAy}$	1,4	1,4	1,4	1,38	1,31	1,17	1,05	0,95
$K_{спу}$	3,42	3,42	3,42	2,51	2,06	1,75	1,56	1,41
$K_{sAy}$	3,97	3,97	3,97	2,49	1,85	1,45	1,22	1,05

числу мостиков связки, чем зернам, расположенным в глубине рабочей поверхности инструмента.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. К о р о л е в А. В. Исследование процессов образования поверхностей инструмента и детали при абразивной обработке. – Саратов: Изд-во Саратовского ГТУ, 1975. – 192 с.
2. К о р о л е в А. А. Современная технология формообразующего суперфиниширования поверхностей деталей вращения сложного профиля. – Саратов: Изд-во Саратовского ГТУ, 2001. – 156 с.
3. Ч и с т я к о в А. М. Ресурсосберегающие технологии подшипникового производства с управляемыми параметрами технологической энергии. – Саратов: Изд-во Саратовского ГТУ, 1998. – 208 с.
4. М а с л о в В. Н. Теория шлифования металлов. – М.: Машиностроение, 1975.
5. И п п о л и т о в Г. М. Абразивно-алмазная обработка. – М.: Машиностроение, 1969.

Статья поступила в редакцию 26.11.2007

Альберт Викторович Королев родился в 1942 г. Д-р техн. наук, зав. кафедрой “Технология машиностроения” Саратовского государственного технического университета. Автор более 100 научных работ по абразивной обработке деталей.

A.V. Korolev (b. 1942) – D. Sc. (Eng.), head of “Technology of Mechanical Engineering” department of the Saratov State Technical University. Author of more than 100 publications in the field of abrasive processing of parts.

Анатолий Николаевич Тюрин родился в 1956 г., окончил Западно-Казахстанский сельскохозяйственный институт в 1979 г. Канд. техн. наук, директор института “Нефти, газа и отраслевых технологий”. Автор более 60 научных работ в области повышения качества поверхностей деталей при абразивной обработке.

A.N. Tyurin (b. 1956) graduated from the West-Kazakhstan Agricultural Institute in 1979. Ph. D. (Eng.), director of Institute of Oil, Gas and Branch Technologies. Author of more than 60 publications in the field of improving the surface quality of parts in abrasive processing.