

А. Д. М у х и н, А. Н. Т е м н о в

**ПОСТРОЕНИЕ ОБЛАСТЕЙ УСТОЙЧИВОСТИ
РАКЕТ-НОСИТЕЛЕЙ В ПРОСТРАНСТВЕ
ПАРАМЕТРОВ КОМПОНОВКИ**

Дан анализ устойчивости движения ракет-носителей в пространстве параметров компоновки, характеризующих положение баков с жидкостью и основных агрегатов, относительно некоторой характерной точки. Использование параметров компоновки позволяет оценить влияние подвижной массы жидкости на устойчивость движения на ранней стадии проектирования ракет-носителей. Анализ основан на представлении числителя и знаменателя передаточной функции объекта в виде полиномов по степеням параметров компоновки с коэффициентами, зависящими от параметров преобразования Лапласа, и на дальнейшем применении критерия Михайлова для построения областей устойчивости замкнутой системы. Проведено исследование влияния основных параметров объекта управления и автомата стабилизации на положение границ устойчивости системы.

E-mail: temnov@m1.sm.bmstu.ru

Ключевые слова: ракета-носитель, компоновка, баки, жидкость, колебания, устойчивость движения.

Исследования устойчивости движения ракеты-носителя (РН) как твердого тела с полостями, частично заполненными жидкостью, проводились рядом авторов в 1960–70-е гг. [1–4]. Для описания движения тела с учетом колебаний жидкости использовалась эквивалентная маятниковая модель, описывающая колебания абсолютно жесткого прямого стержня с укрепленными на нем математическими маятниками. Анализировалось влияние положения точек подвеса маятников на устойчивость системы. Координаты точек подвеса маятников определялись относительно центра масс или метацентра, который при неизменной компоновке изменял свое положение по мере расхода жидкого топлива. Таким образом, исследовалось влияние колеблющихся масс жидкости на устойчивость движения РН.

Современный уровень развития вычислительной техники позволяет выполнить аналогичный расчет при изменении относительного положения баков, объем жидкости в которых представляет собой совокупность колеблющейся и затвердевшей массы. При изменении относительного положения бака меняется положение не только колеблющейся, но и затвердевшей массы жидкости, что приводит к изменению массово-инерционных характеристик изделия в целом (по-

ложения центра масс и момента инерции). Это изменение особенно существенно при больших уровнях топлива в баках.

В настоящей работе проведен анализ влияния координат компоновки баков на устойчивость системы с учетом перемещения всей массы жидкости.

Построение эквивалентной механической модели объекта управления. Принимая во внимание имеющийся опыт в исследовании устойчивости движения рассматриваемой механической системы, отметим увеличение собственной частоты и уменьшение влияния плесканий жидкого топлива на движение РН, начиная со второго тона колебаний. Учитывая указанное обстоятельство, будем рассматривать только основной (первый) тон колебаний жидкого топлива. В качестве эквивалентной механической модели будем использовать абсолютно жесткий стержень с массово-инерционными характеристиками “сухого” изделия с закрепленными на нем грузами и колеблющимися маятниками, моделирующими плескание жидкого топлива (рис. 1). Предлагаемая модель позволяет в явном виде выделить затвердевшие массы жидкости — грузы, и оценивать влияние плесканий жидкого топлива на динамическую устойчивость при различных расположениях топливных баков в общей компоновке РН.

Введем систему координат $Oxyz$ с началом на пересечении продольной оси с плоскостью среза сопла изделия, а в качестве анализируемых переменных (параметров компоновки) примем расстояния X_1, X_2, \dots, X_n от этой точки до мест расположения грузов (на рис. 1 число грузов $n = 2$).

Значение координаты центра масс стержня с неподвижными грузами и закрепленными в положении равновесия маятниками вычислим по формуле

$$X_C = \frac{\left(m_{\text{сух}} X_{C_{\text{сух}}} + \sum_{i=1}^n m_i X_{C_i} \right)}{\left(m_{\text{сух}} + \sum_{i=1}^n m_i \right)}, \quad (1)$$

где $m_{\text{сух}}, X_{C_{\text{сух}}}$ — масса и координата центра масс сухого изделия, m_i — полная масса жидкости в i -м баке, n — число баков, $X_{C_i} = X_i + X_{C_i}^{\text{rel}}$ — координаты центров масс жидкостей, $X_{C_i}^{\text{rel}}$ — расстояния от характерных точек баков до центров масс жидкостей.

Таким образом, выражение для координаты центра масс системы можно представить в виде

$$X_C = \sum_{i=1}^n \xi_i X_i + \xi_0, \quad (2)$$

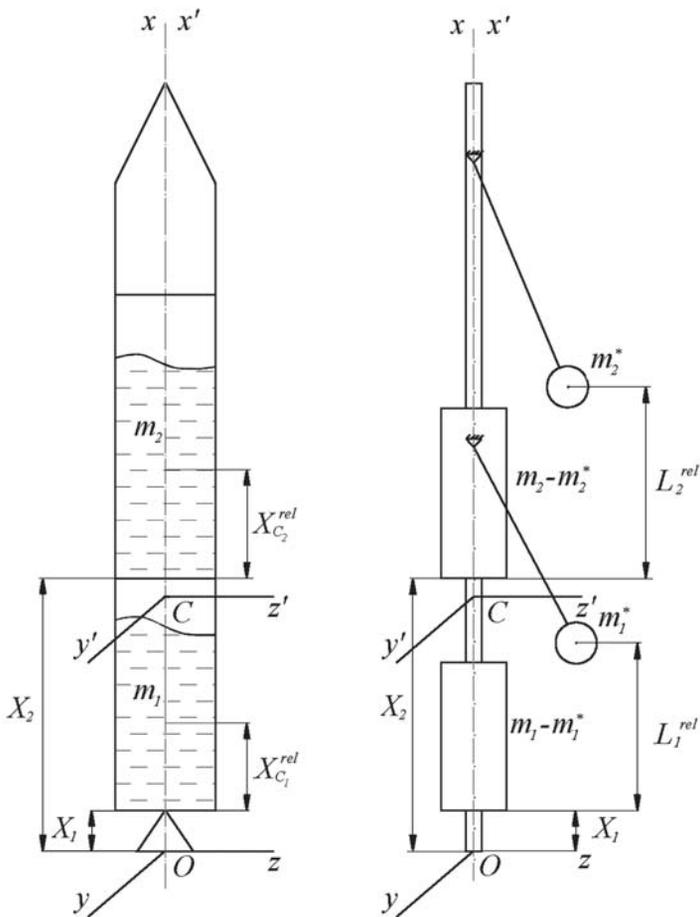


Рис. 1. Расчетная схема для анализа устойчивости объекта, $n = 2$
 где

$$\xi_i = \frac{m_i}{m_{\text{сух}} + \sum_{i=1}^n m_i}, \quad \xi_0 = \frac{m_{\text{сух}} X_{C_{\text{сух}}} + \sum_{i=1}^n m_i X_{C_i}^{\text{rel}}}{m_{\text{сух}} + \sum_{i=1}^n m_i}. \quad (3)$$

Используя выражение (2), введем центральную систему координат $Cx'y'z'$ и рассчитаем поперечный момент инерции системы по формуле

$$J_{yy} = J_{yy_{\text{сух}}} + \sum_{i=1}^n J_{yy_i}, \quad (4)$$

где $J_{yy_{\text{сух}}} = J_{yy_{\text{сух}}}^0 + m_{\text{сух}} (X_{C_{\text{сух}}} - X_C)^2$, $J_{yy_i} = J_{yy_i}^0 + m_i (X_{C_i} - X_C)^2$, $i = 1, 2, \dots, N$ – собственные моменты инерции “сухой” ракеты и i -й жидкости относительно их центров масс. При расчете собственных моментов инерции жидкостей необходимо учитывать проворачивание части жидкости при вращательном движении изделия.

Подставляя уравнения (2) и (3) в формулу (4) и выражая значение момента инерции через выбранные переменные, получаем

$$J_{yy} = \eta_0 + \sum_{i=1}^n \eta_i X_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n \eta_{ij} X_i X_j, \quad (5)$$

где

$$\eta_0 = J_{yy_{\text{сцх}}}^0 + m_{\text{сцх}} (\xi_0 - X_{C_{\text{сцх}}})^2 + \sum_{k=1}^n \left[J_{yy_k}^0 + m_k (\xi_0 - X_{C_k}^{\text{rel}})^2 \right];$$

$$\eta_i = 2\xi_i \left[m_{\text{сцх}} (\xi_0 - X_{C_{\text{сцх}}}) + \sum_{k=1}^n m_k (\xi_0 - X_{C_k}^{\text{rel}}) \right] - 2m_i (\xi_0 - X_{C_i}^{\text{rel}});$$

$$\eta_{ij} = \begin{cases} \xi_i^2 \left(m_{\text{сцх}} + \sum_{k=1}^n m_k \right) - 2m_i \xi_i + m_i & \text{при } i = j, \\ 2\xi_i \xi_j \left(m_{\text{сцх}} + \sum_{k=1}^n m_k \right) - 2m_i \xi_j - 2m_j \xi_i & \text{при } i \neq j. \end{cases}$$

Подставляя в эти формулы значения коэффициентов ξ_i из формулы (3), окончательно получаем

$$\eta_0 = J_{yy_{\text{сцх}}}^0 + \sum_{k=1}^n J_{yy_k}^0 + \frac{m_{\text{сцх}} \sum_{k=1}^n m_k (X_{C_{\text{сцх}}} - X_{C_k}^{\text{rel}})^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n m_i m_j (X_{C_i}^{\text{rel}} - X_{C_j}^{\text{rel}})^2}{m_{\text{сцх}} + \sum_{k=1}^n m_k},$$

$$\eta_i = \frac{2m_i \left[m_{\text{сцх}} (X_{C_i}^{\text{rel}} - X_{C_{\text{сцх}}}) + \sum_{k=1, k \neq i}^n m_k (X_{C_i}^{\text{rel}} - X_{C_k}^{\text{rel}}) \right]}{m_{\text{сцх}} + \sum_{k=1}^n m_k}, \quad (6)$$

$$\eta_{ij} = \frac{m_i \left(m_{\text{сцх}} + \sum_{k=1, k \neq i}^n m_k \right)}{m_{\text{сцх}} + \sum_{k=1}^n m_k} \quad \text{при } i = j,$$

$$\eta_{ij} = \frac{-2m_i m_j}{n} \quad \text{при } i \neq j.$$

$$m_{\text{сyx}} + \sum_{k=1} m_k$$

Построение областей устойчивости системы. Возмущенное движение объекта регулирования с двумя осцилляторами в канале рысканья описывается системой уравнений

$$m\ddot{z} + a'_{zz}\dot{z} + a_{z\psi}\dot{\psi} + \sum_{i=1}^2 m_i^* \ddot{\lambda}_i = P_n^\delta \delta_\psi + F_Z;$$

$$J_{yy}\ddot{\psi} + a'_{\psi z}\dot{z} + a_{\psi\psi}\dot{\psi} - \sum_{i=1}^2 m_i^* L_i^* \ddot{\lambda}_i + g \sum_{i=1}^2 m_i^* \lambda_i = P_n^\delta l_p \delta_\psi + M_Y;$$

$$\ddot{\lambda}_i + \varepsilon_i \dot{\lambda}_i + \omega_i^2 \lambda_i + \ddot{z} - L_i^* \ddot{\psi} + g\psi = 0 \quad i = 1, 2,$$
(7)

где $m = m_{\text{сyx}} + \sum_{k=1}^n m_k;$

$$a'_{zz} = C_z^\beta q S_M / V;$$

$$a'_{\psi z} = C_z^\beta q S_M (X_C - X_D) / V = a'_{zz} (X_C - X_D);$$

$$a_{z\psi} = C_z^\beta q S_M + P; \quad a_{\psi\psi} = C_z^\beta q S_M (X_C - X_D);$$

$$l_P = X_P - X_C = -\xi_{10} X_1 - \xi_{01} X_2 + X_P - \xi_{00};$$
(8)

$$X_C - X_D = \xi_{10} X_1 + \xi_{01} X_2 + \xi_{00} - X_D;$$

$$L_1^* = X_1 + L_1^{\text{rel}} - X_C = (1 - \xi_{10}) X_1 - \xi_{01} X_2 + L_1^{\text{rel}} - \xi_{00};$$

$$L_2^* = X_2 + L_2^{\text{rel}} - X_C = -\xi_{10} X_1 + (1 - \xi_{01}) X_2 + L_2^{\text{rel}} - \xi_{00};$$

C_z^β – коэффициент производной боковой аэродинамической силы по углу скольжения; q – скоростной напор; S_M – площадь миделя; V – скорость центра масс изделия; X_D – координата точки приложения аэродинамической силы; P – сила тяги; L_i^{rel} – расстояния от мест расположения грузов до колеблющихся масс маятников; m_i^* – колеблющиеся массы топлива в баках; X_P – координата точки приложения управляющей силы; ε_j, ω_j – коэффициенты демпфирования и частоты колебаний жидкого топлива ($j = 1, 2$).

Передаточная функция объекта регулирования, описываемого данной системой уравнений, имеет вид

$$W_{\text{o.p.}}(s) = \frac{b_1(s)X_1 + b_2(s)X_2 + b_0(s)}{a_{11}(s)X_1^2 + a_{12}(s)X_1X_2 + a_{22}(s)X_2^2 + a_1(s)X_1 + a_2(s)X_2 + a_0(s)},$$
(9)

где

$$b_i(s) = \sum_{j=0}^5 b_{ij}s^j, \quad i = 0, 1, 2;$$

$$a_{ij}(s) = \sum_{k=2}^7 a_{ijk}s^k, \quad i, j = 1, 2; \quad a_i(s) = \sum_{k=0}^7 a_{ik}s^k, \quad i = 0, 1, 2,$$

— исходные данные. Например,

$$b_{15} = -P_n^\delta (m_1^* - m\xi_1);$$

$$b_{14} = -P_n^\delta (m_1^*\varepsilon_2 - m(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\xi_1);$$

$$a_{00} = -a_{zz} \left[\omega_1^2 \omega_2^2 (C_z^\beta q S_M - a_{z\psi}) (\xi_0 - X_D) - \dot{W}_X^2 (m_1^* \omega_2^2 + m_2^* \omega_1^2) \right]$$

(полный набор формул для расчета этих коэффициентов занимает много места и в настоящей статье не приводится).

Для построения областей устойчивости системы воспользуемся частотным критерием Михайлова. Характеристическое уравнение замкнутой системы объект–регулятор имеет вид

$$W_{o.p}(s)W_{a.c}(s) - 1 = 0. \quad (10)$$

Передачная функция автомата стабилизации может быть представлена формулой

$$W_{a.c}(s) = (K_\psi + K_\psi s)W_{к.к}(s)W_{р.л}(s), \quad (11)$$

где K_ψ, K_ψ — коэффициенты усиления по углу и угловой скорости; $W_{к.к}(s), W_{р.л}(s)$ — передаточные функции корректирующего контура и рулевого привода.

Подставляя (9) в выражение (10) и выполняя замену s на $j\omega$ (здесь $j = \sqrt{-1}$ — мнимая единица), получаем

$$\begin{aligned} & [b_1(j\omega)X_1 + b_2(j\omega)X_2 + b_0(j\omega)] W_{a.c}(j\omega) - a_{11}(j\omega)X_1^2 - \dots \\ & \dots - a_{12}(j\omega)X_1X_2^- a_{22}(\omega)X_2^2 - a_1(j\omega)X_1 - a_2(j\omega)X_2 - a_0(j\omega) = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Выделяя в этом уравнении действительную и мнимую части, получаем систему двух уравнений 2-го порядка:

$$\begin{cases} c_{11}X_1^2 + 2c_{12}X_1X_2 + c_{22}X_2^2 + 2c_1X_1 + 2c_2X_2 + c_0 = 0; \\ d_{11}X_1^2 + 2d_{12}X_1X_2 + d_{22}X_2^2 + 2d_1X_1 + 2d_2X_2 + d_0 = 0, \end{cases} \quad (13)$$

где

$$c_{jk} = \operatorname{Re} [-a_{jk}(j\omega)], \quad d_{jk} = \operatorname{Im} [-a_{jk}(j\omega)], \quad j, k = 1, 2, \quad j = k;$$

$$c_{jk} = \operatorname{Re} \left[-\frac{1}{2}a_{jk}(j\omega) \right], \quad d_{jk} = \operatorname{Im} \left[-\frac{1}{2}a_{jk}(j\omega) \right], \quad j, k = 1, 2, \quad j \neq k;$$

$$c_k = \operatorname{Re} \left[\frac{1}{2} \{ b_k(j\omega) W_{a.c}(j\omega) - a_k(j\omega) \} \right],$$

$$d_k = \operatorname{Im} \left[\frac{1}{2} \{ b_k(j\omega) W_{a.c}(j\omega) - a_k(j\omega) \} \right], \quad k = 1, 2;$$

$$c_0 = \operatorname{Re} [b_0(j\omega) W_{a.c}(j\omega) - a_0(j\omega)],$$

$$d_0 = \operatorname{Im} [b_0(j\omega) W_{a.c}(j\omega) - a_0(j\omega)].$$

Для решения этой системы приведем первое из уравнений (13) к каноническому виду. Для этого воспользуемся преобразованием системы координат. Далее, выражая из полученного уравнения одну из переменных и подставляя во второе преобразованное, приходим к уравнению 4-й степени; его решения после выполнения обратного преобразования координат являются значениями искоемых переменных X_1 и X_2 , при которых исследуемая система может находиться на границе устойчивости.

Анализ влияния неподвижных масс топлива на положение границ устойчивости. Пользуясь изложенной методикой, построим области устойчивости системы для различных значений неподвижных масс топлива в баках m_1 и m_2 . В расчете частоты осцилляторов примем равными друг другу, а значения коэффициентов затухания — достаточно большими. В качестве варьируемого параметра выберем отношение полных и колеблющихся масс топлива

$$\kappa = \frac{m_1}{m_1^*} = \frac{m_2}{m_2^*}. \quad (14)$$

На рис. 2 приведены области устойчивости, построенные для различных значений κ (заштрихованные области).

При изменении параметра κ от 0 до 1 происходит расширение внешней эллиптической границы области, соответствующей частотам колебаний, близким к частоте ω_0 перехода через нуль фазовой характеристики автомата стабилизации (в данном примере эта частота равна $\approx 1,5$ Гц при частотах колебания жидкости, близких к 0,5 Гц). Особенно интенсивно расширение происходит в сторону увеличения параметров X_1 и X_2 . При этом внутренние области неустойчивости на частотах, соответствующих колебаниям жидкости, остаются практически неизменными.

При дальнейшем увеличении отношений неподвижных и колеблющихся масс топлива в районе $\kappa \approx 1,1$ внешняя эллиптическая граница исчезает, в результате чего область устойчивости становится ограниченной двумя незамкнутыми линиями. Сверху эта область ограничена прямой, соответствующей апериодической границе устойчивости. Уравнение этой прямой получается из системы (12) при подстановке в формулы расчета коэффициентов $\omega = 0$. Снизу область ограничена

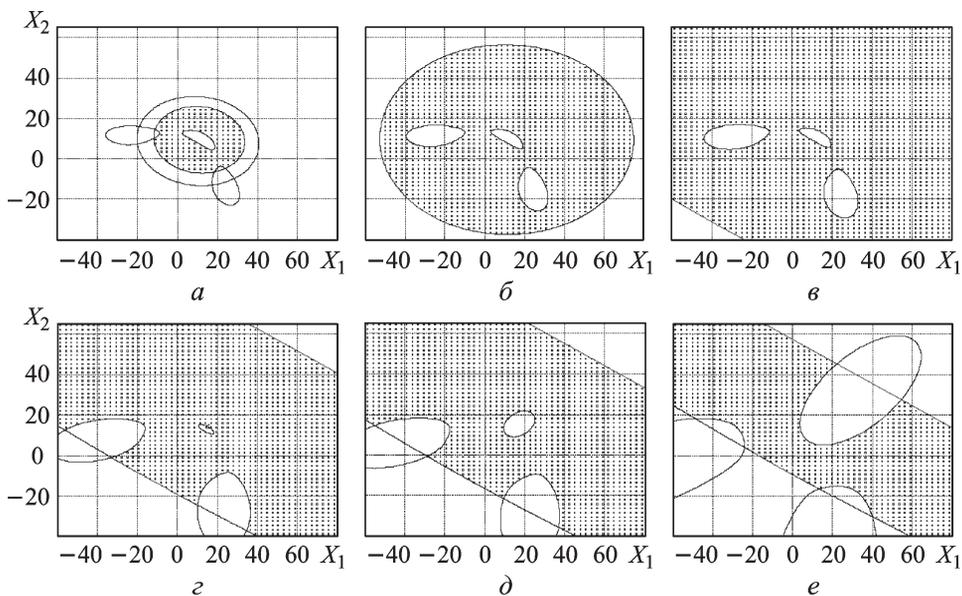


Рис. 2. Влияние неподвижных масс топлива на положение границ устойчивости системы при $\kappa = 0; 1; 2; 4,5; 5; 7$, соответственно *a, б, в, г, д, е*

близкой к прямой линии гиперболой, соответствующей возникновению неустойчивости на частотах твердого тела ($f < 0,01$ Гц).

По мере увеличения параметра κ внешние границы области сужаются, а внутренняя область неустойчивости постепенно уменьшается и в районе $\kappa \approx 4,8$ исчезает совсем. Одновременно в районе $\kappa \approx 4,4$ появляется новая внутренняя область неустойчивости, которая начинает расти при дальнейшем росте κ . Однако эта область соответствует не частотам колебаний жидкости, а частоте ω_0 перехода через $\varphi = 0$ фазочастотной характеристики (ФЧХ) автомата стабилизации.

Анализ влияния параметров маятниковой модели на положение границ устойчивости. Проанализируем влияние на область устойчивости таких параметров, как частоты осцилляторов и коэффициенты их затухания.

Вначале рассмотрим случай равных частот маятников и исследуем влияние демпфирования. На рис. 3 приведены области устойчивости для различных расчетных случаев.

На рис. 3, *a, г* показаны области устойчивости для случая нулевого демпфирования обоих маятников. В случае больших неподвижных масс топлива прямая линия, делящая область устойчивости на две части, располагается несколько выше, и, кроме того, присутствует дополнительная эллиптическая область неустойчивости, соответствующая частоте ω_0 .

По мере увеличения демпфирования (рис. 3, *г, д* и *е*) внутренняя область неустойчивости, соответствующая частотам колебаний

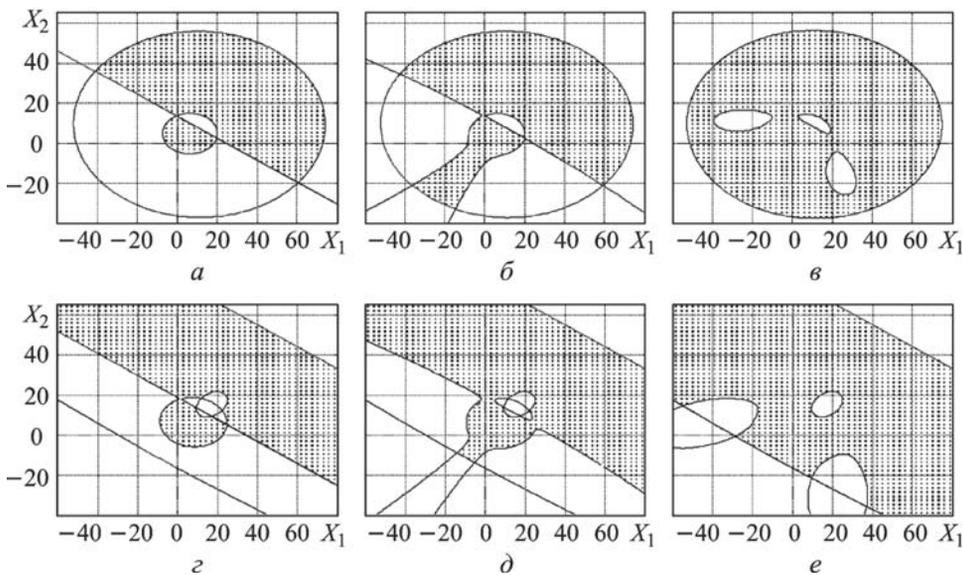


Рис. 3. Влияние коэффициентов демпфирования маятников на положение границ устойчивости системы:

$a - \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0, \kappa = 1$; $б - \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,001, \kappa = 1$; $в - \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,01, \kappa = 1$; $г - \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0, \kappa = 5$; $д - \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,001, \kappa = 5$; $е - \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,01, \kappa = 5$

жидкости постепенно уменьшается и пропадает в районе $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,008$. При этом вторая внутренняя область существенно не изменяется даже при очень больших коэффициентах демпфирования.

В случае, когда вся масса топлива участвует в колебаниях, внутренняя область неустойчивости уменьшается существенно медленнее (рис. 3, a - $в$) и полностью исчезает лишь при $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,004$.

На положение внешних границ областей устойчивости как в случае $\kappa = 1$, так и в случае $\kappa = 5$ значения коэффициентов демпфирования существенного влияния не оказывают.

Проанализируем влияние разности частот на область устойчивости. На рис. 4 приведены области устойчивости для различных соотношений частот ω_1 и ω_2 . Коэффициенты демпфирования обоих маятников приняты равными ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,005$).

Для случая $\kappa = 1$ (рис. 4, a - $в$) при увеличении отношения частот осцилляторов происходит сплющивание внешней эллиптической границы области устойчивости в направлении оси, соответствующей осциллятору с меньшей частотой, а также расширение одной из внешних областей неустойчивости вдоль той же оси.

Одновременно происходит разворот и расширение внутренней области неустойчивости вдоль оси осциллятора с большей частотой. Вторая внешняя область неустойчивости постепенно уменьшается и при $\kappa \approx 1,25$ исчезает. Для случая $\kappa = 5$ (рис. 4, $г$ - $е$) при изменении отношения частот от 1 до $\sim 1,07$ происходят деформации области,

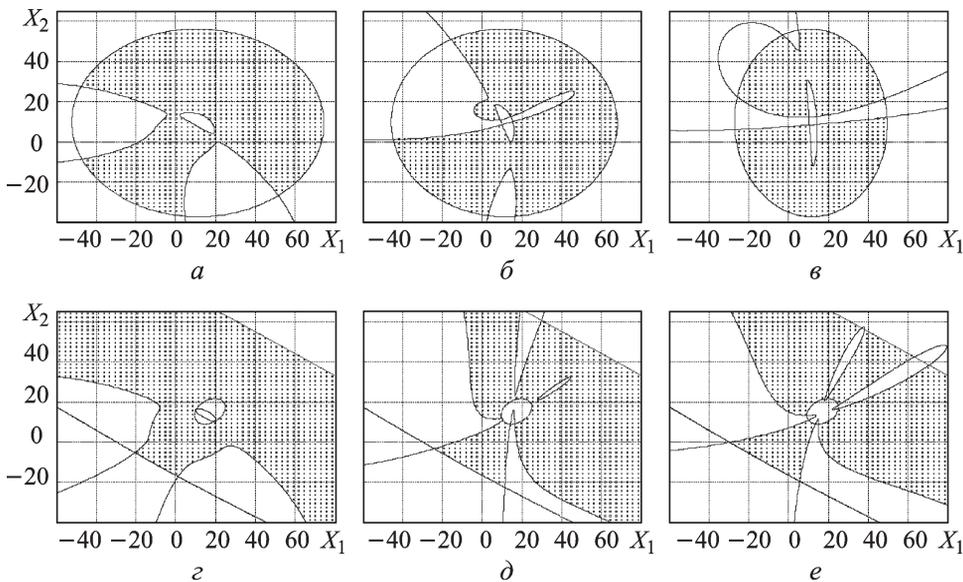


Рис. 4. Влияние взаимного отношения частот осцилляторов на положение границ устойчивости системы:

$\omega_1/\omega_2 = 1$ (а,г); 1,1 (б,д); 1,5 (в,е); $\kappa = 1$ (а-в); 5 (г,е)

аналогичные деформациям при малых отношениях неподвижных и колеблющихся масс.

Однако в области $\omega_1/\omega_2 \approx 1,08$ происходит резкое вытягивание обеих внешних областей неустойчивости в сторону внутренней, причем после прохождения через внутреннюю (соответствующую частоте ω_0) область неустойчивости каждая из этих областей распадается на две.

При дальнейшем увеличении отношения частот качественных изменений областей неустойчивости не происходит. Область неустойчивости вдоль оси, соответствующей осциллятору с большей частотой, растет с ростом этого отношения, а область вдоль другой оси уменьшается.

Также из анализа этих рисунков можно сделать вывод, что положение внешних границ области устойчивости при $\kappa = 5$, а также положение границы внутренней области неустойчивости, соответствующей частоте ω_0 , от отношения частот практически не зависят.

Анализ влияния параметров объекта управления и автомата стабилизации. Проведем анализ влияния на границы устойчивости аэродинамических характеристик объекта управления и параметров автомата стабилизации.

Предположим, что характеристики осцилляторов такие же, как и в предыдущем случае. Влияние аэродинамических характеристик на границы устойчивости оценим, варьируя значение скоростного напора набегающего потока q . На рис. 5 показаны области устойчивости для

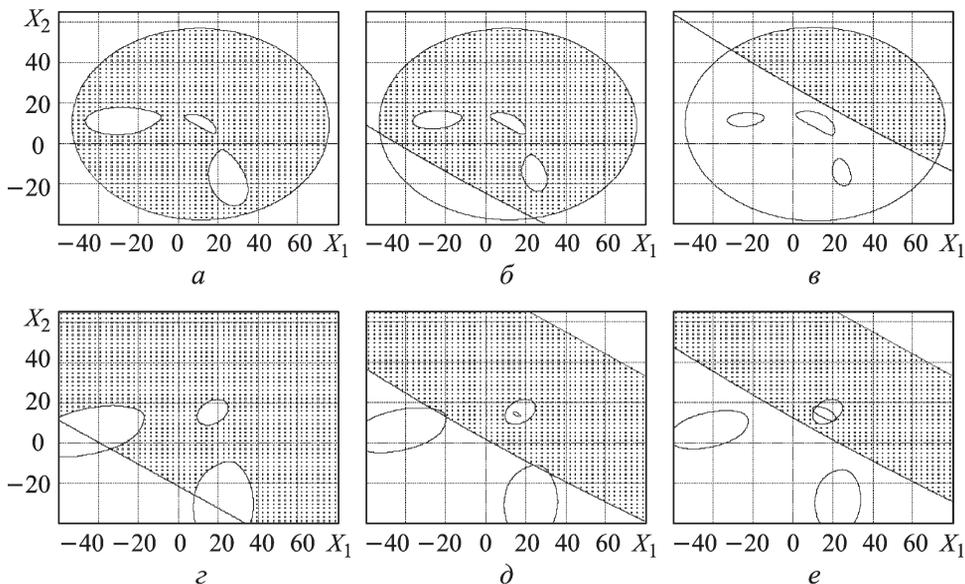


Рис. 5. Влияние аэродинамических характеристик осцилляторов на положение границ устойчивости системы:

$q = 0$ (а, г); 15 кПа (б, д); 30 кПа (в, е); $\kappa = 1$ (а-в); $\kappa = 5$ (г-е)

двух вариантов соотношений полной и колеблющейся масс топлива и трех вариантов аэродинамического нагружения объекта.

Как видно из рис. 5, по мере увеличения аэродинамического нагружения происходит смещение вверх нижней границы устойчивости, соответствующей частотам твердого тела. При $\kappa = 1$ (рис. 5, а-в) ее подъем происходит гораздо быстрее.

Боковые внутренние области неустойчивости постепенно уменьшаются, а центральная, соответствующая частотам колебания жидкости, увеличивается, причем относительная скорость увеличения тем больше, чем больше значение κ .

Апериодическая (верхняя) граница устойчивости для случая $\kappa = 5$ (рис. 5, г-е) отсутствует для нулевого скоростного напора, однако появляется даже при достаточно малых ненулевых q и в дальнейшем практически не изменяется.

Также не изменяются и границы устойчивости, соответствующие частоте ω_0 (внешняя при $\kappa = 1$ и внутренняя при $\kappa = 5$).

Проанализируем влияние параметров автомата стабилизации, в качестве которых рассмотрим частоту перехода через нуль ФЧХ ω_0 и сквозной коэффициент усиления системы управления K_ψ .

Вначале проанализируем влияние частоты ω_0 . Необходимо отметить, что варьирование этой частоты осуществлялось за счет изменения одной из постоянных времени числителя передаточной функции автомата стабилизации.

Подобное варьирование частоты ω_0 приводит к тому, что увеличение этой частоты автоматически приводит к увеличению динамиче-

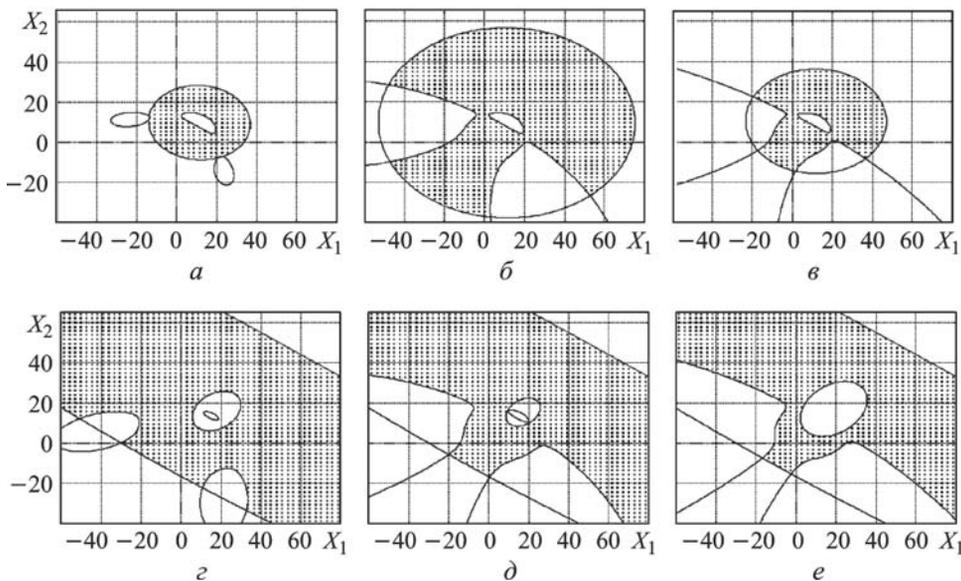


Рис. 6. Влияние частоты ω_0 перехода через нуль ФЧХ АС на положение границ устойчивости системы:

$\omega_0/\omega_{1,2} = 1,8$ (а,г); $3,0$ (б,д); $3,4$ (в,е); $\kappa = 1$ (а-в); 5 (г-е)

ского коэффициента усиления (амплитуды годографа АФЧХ) автомата стабилизации в данной области частот.

Анализ графиков показывает, что изменение данной частоты оказывает существенное влияние на соответствующие ей границы устойчивости — внешний эллипс при $\kappa = 1$ (рис. 6, а-в) и внутренний для $\kappa = 5$ (рис. 6, г-е). При изменении отношения частот ω_0 и $\omega_{1,2} = \omega_1 = \omega_2$ от 1,7 (нижняя граница появления области устойчивости для случая $\kappa = 1$) до ≈ 3 область устойчивости постепенно увеличивается (при $\kappa = 5$ уменьшается внутренняя область неустойчивости).

Однако при достижении этим отношением частот некоторого критического уровня (в данном случае 3,2) область устойчивости начинает резко сокращаться и пропадает при $\omega_0/\omega_{1,2} = 3,5$ в случае $\kappa = 1$ и чуть позже при $\kappa = 5$.

Боковые внутренние области неустойчивости увеличиваются с ростом частоты ω_0 , внешние границы для случая $\kappa = 5$ не изменяются.

Далее проведем анализ влияния статического коэффициента усиления системы управления K_ψ . Как видно из рис. 7, при $\kappa = 1$ (рис. 7, а-в) увеличение коэффициента усиления СУ ведет к уменьшению внешней эллиптической границы, причем при $K_\psi = 2,6$ область устойчивости исчезает совсем.

Одновременно происходит снижение границы устойчивости, соответствующей частотам твердого тела (нижняя граница области устойчивости, см. рис. 7, а), и увеличение внутренних областей неустойчивости, соответствующих частотам колебаний жидкости.

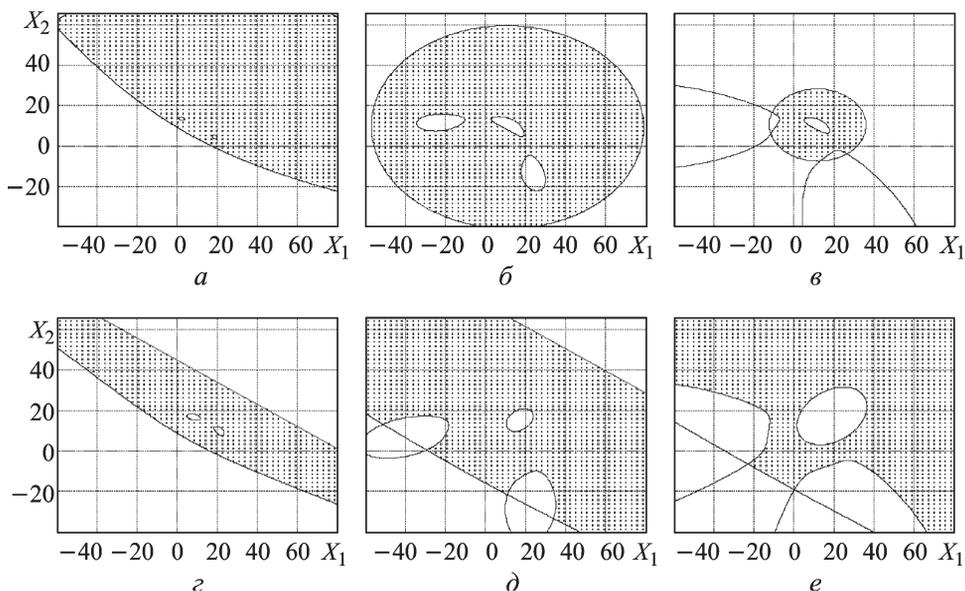


Рис. 7. Влияние коэффициента усиления системы управления на положение границ устойчивости системы:

$K_{\psi} = 0,1$ (а,г); $1,0$ (б,д); $2,5$ (в,е); $\kappa = 1$ (а-в); 5 (г-е)

В случае $\kappa = 5$ (рис. 7, г-е) увеличение K_{ψ} также приводит к понижению нижней границы устойчивости до определенного уровня и увеличению внутренних областей неустойчивости, соответствующих частотам колебаний жидкости. Кроме того, с ростом коэффициента усиления СУ происходит смещение вверх аperiodической (верхней) границы устойчивости и расширение внутренней области неустойчивости, соответствующей частоте перехода через $\varphi = 0$ ФЧХ автомата стабилизации.

Заключение. Как следует из проведенного анализа, зависимость положения границ асимптотической устойчивости системы от параметров компоновки, т.е. от координат баков с топливом, существенно изменяется при различных соотношениях полных и колеблющихся масс топлива в баках.

Главным отличием областей, построенных для случаев $\kappa \approx 1$, $\kappa \approx 1,1 \dots 1,4$ и $\kappa > 4$ является характер границы устойчивости, соответствующей переходу через нуль ФЧХ автомата стабилизации. Если практически вся масса топлива участвует в колебаниях, то она представляет собой внешнюю границу устойчивости, то в случае больших соотношений масс, она, наоборот, является внутренней областью неустойчивости. Кроме того, в определенном диапазоне отношений полных и колеблющихся масс возникновение неустойчивости системы в районе этой частоты при типовых параметрах автомата стабилизации невозможно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колесников К. С. Динамика ракет: Учеб.: для вузов. 2-е изд., исправл. и доп. – М.: Машиностроение, 2003. – 520 с.
2. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1970. – 720 с.
3. Роговой В. М., Черемных С. В. Динамическая устойчивость космических аппаратов с ЖРД. – М.: Машиностроение, 1975. – 150 с.
4. Цуриков Ю. А. Об устойчивости одной динамической системы. – Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1966, № 2. – С. 193–195.

Статья поступила в редакцию 28.06.2010

Александр Николаевич Темнов родился в 1945 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1971 г. Доцент кафедры “Космические аппараты и ракеты-носители” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 20 научных работ в области механики жидкости и газа и ракетно-космической технологии.

A.N. Temnov (b. 1945) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1971. Ph. D. (Phys.-Math.), assoc. professor of “Spacecrafts and Launch Vehicles” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 20 publications in the field of mechanics of liquids and gases and rocket and space technology.

Алексей Дмитриевич Мухин окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2001 г. Начальник сектора ГКНПЦ им. М.В. Хруничева. Автор около 10 научных работ в области динамики конструкций.

A.D. Mukhin graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2001. Head of sector of State Cosmic Scientific and Production Center n.a. M.V. Khrunichev. Author of about 10 publications in the field of dynamics of constructions.