

УДК 534.1

Ю. М. Степанчук, В. А. Кожевникова

## СТАТИЧЕСКИЕ НАПРЯЖЕНИЯ В ТРУБОПРОВОДЕ ПРИ ЕГО РЕМОНТЕ

*Определены напряжения, возникающие в трубах газопровода при насадке на него ремонтной колонны. Найдены формы прогибов и значения напряжений для модели ремонтируемого участка трубопровода в зависимости от расположения элементов колонны. Определены силы, возникающие на крюках троллейных подвесок трубоукладчиков в статическом случае.*

**E-mail:** [rgd-info@bk.ru](mailto:rgd-info@bk.ru); [ver@mail.ru](mailto:ver@mail.ru)

**Ключевые слова:** статические напряжения, модель газопровода, формы прогибов, сопротивление грунта.

При капитальном ремонте газопроводов очистка труб от старой изоляции проводится при помощи специализированных колонн, состоящих из машин предварительной и окончательной очистки, изоляционной машины, трубоукладчиков и прочих необходимых для этого установок. При работе такой колонны возникают значительные напряжения в трубопроводе даже тогда, когда положение оси трубопровода не изменяется. Воздействие же вращающихся относительно трубы резов очистных машин приводит к появлению дополнительных динамических напряжений в трубах. Таким образом, важным является вопрос определения напряжений, возникающих в трубах газопровода в статическом случае, возможность их уменьшения в результате изменения, например, расстояний между механизмами колонны.

**Постановка задачи.** В качестве модели газопровода рассмотрим однородный стержень (рис. 1) с заделанными концами, участки стержня, которые примыкают к ним, полагаем лежащими на упругих подушках. На схеме (рис. 1) точечные массы представляют собой навешенные на газопровод машины предварительной и окончательной очистки, а также изоляционную установку; пружины — троллейную подвеску трубоукладчиков. Упругие подушки имитируют сопротивление грунта в примыкающих подземных участках.

Определим статические напряжения, возникающие в рассматриваемой модели.

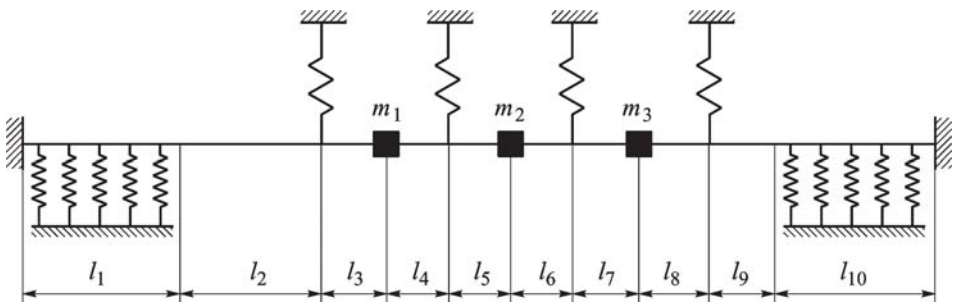


Рис. 1. Расчетная схема модели — стержень с упругими опорами в статическом состоянии

Разобьем стержень на  $N = 10$  однородных участков, границами которых являются упругие или массовые элементы (см. рис. 1).

Примем следующие значения параметров. Длины подземных участков  $l_{\text{подз}} = l_1 = l_{10} = 50$  м и наземных  $l_2 = 30$  м,  $l_j = 10$  м, ( $j = 3, \dots, 8$ ),  $l_9 = 20$  м.

Коэффициенты упругости пружин (троллейных подвесок) примем равными  $c_j = 2 \cdot 10^6$  ( $2 \cdot 10^7$ ) Н/м, жесткость упругих подушек (грунта подземных участков)  $3,5 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>, а массы точечных грузов —  $m_1 = 2500$  кг,  $m_2 = 2500$  кг,  $m_3 = 2900$  кг.

**Системы уравнений на участках.** Пусть  $x_j$  — горизонтальная координата  $j$ -го участка стержня, а  $y_j(x_j)$  — вертикальный прогиб на этом участке.

Дифференциальное уравнение, определяющее статические прогибы  $j$ -го участка стержневой системы на упругом основании, представим следующим образом:

$$\frac{dQ_j(x_j)}{dx_j} = -\mu_j g - k_j y_j(x_j), \quad (1)$$

где  $Q_j(x_j)$  — перерезывающая сила;  $y_j(x_j)$  — статический прогиб  $x$ -го сечения рассматриваемого участка;  $\mu_j$  — погонная масса;  $k_j$  — обобщенный коэффициент упругости грунта.

Состояние произвольного сечения стержня характеризуется четырьмя параметрами: прогибом  $y_j(x_j)$ ; углом поворота  $\varphi_j(x_j) = \frac{dy_j(x_j)}{dx_j}$ ; изгибающим моментом  $M_j(x_j) = EJ_j \frac{d^2 y_j(x_j)}{dx_j^2}$ ; перерезывающей силой  $Q_j(x_j) = EJ_j \frac{d^3 y_j(x_j)}{dx_j^3}$ .

Введем безразмерную координату  $\xi_j = x_j/l_j$ ,  $0 \leq \xi_j \leq 1$  (где  $l_j$  — длина участка). Тогда согласно уравнению (1) связь между параметрами состояния сечения можно определить следующим образом:

$$\begin{aligned}
\frac{dy_j(\xi_j)}{d\xi_j} &= l_j \varphi_j(\xi_j); \\
\frac{d\varphi_j(\xi_j)}{d\xi_j} &= \frac{l_j}{EJ_j} M_j(\xi_j); \\
\frac{dM_j(\xi_j)}{d\xi_j} &= l_j Q_j(\xi_j); \\
\frac{dQ_j(\xi_j)}{d\xi_j} &= -l_j(\mu_j g + k_j y_j(\xi_j)).
\end{aligned}
\tag{2}$$

Примем следующие значения параметров участков:  $\mu_j = 300 \text{ кг/м}$  ( $j = 1, \dots, 10$ ) – погонная масса;  $EJ_j = 2,4 \cdot 10^9 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$  ( $j = 1, \dots, 10$ ) – изгибная жесткость стержня на каждом участке.

Введем вектор состояния сечения в виде

$$\vec{X}(\xi_j) = (y_j(\xi_j), \varphi_j(\xi_j)M_j(\xi_j), Q_j(\xi_j))^T,
\tag{3}$$

тогда систему уравнений (2) запишем как

$$\frac{d\vec{X}(\xi_j)}{d\xi_j} = A_j \vec{X}(\xi_j) + \vec{a}_j,
\tag{4}$$

где

$$A_j = \begin{pmatrix} 0 & l_j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{l_j}{EJ_j} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l_j \\ -l_j k_j & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_j = (0 \ 0 \ 0 \ -l_j \mu_j g)^T.$$

При расчетах статических прогибов на участках стержневой системы ( $j = 2, \dots, 9$ ), где нет упругого основания, в матрице  $A_j$  коэффициент  $k_j$  полагается равным нулю.

**Интегрирование системы дифференциальных уравнений.** Уравнения (4) будем интегрировать для общего случая и индекс  $j$  далее опустим. Вид решений будет принципиально различаться только для подземных и наземных участков.

1. Подземные участки ( $k \neq 0$ ). Решение системы (4) ищем стандартным образом:

$$\vec{X}(\xi) = \vec{X}_{\text{общ.одн}}(\xi) + \vec{X}_{\text{час.неодн}}(\xi).$$

Частное решение неоднородного уравнения имеет вид

$$\vec{X}_{\text{час.неодн}} = \left( -\frac{\mu g}{k} \ 0 \ 0 \ 0 \right)^T.$$

Однородное уравнение решаем как

$$y_{\text{общ.одн}}(\xi) = \sum_{k=1}^4 C_k e^{\lambda_k \xi}; \quad \varphi_{\text{общ.одн}}(\xi) = \frac{1}{l} \sum_{k=1}^4 C_k \lambda_k e^{\lambda_k \xi};$$

$$M_{\text{общ.одн}}(\xi) = \frac{EJ}{l^2} \sum_{k=1}^4 C_k \lambda_k^2 e^{\lambda_k \xi}; \quad Q_{\text{общ.одн}}(\xi) = \frac{EJ}{l^3} \sum_{k=1}^8 C_k \lambda_k^3 e^{\lambda_k \xi}.$$

Корни характеристического уравнения определим следующим образом:

$$\lambda_1 = \beta(1 + i), \quad \lambda_2 = \beta(-1 + i), \quad \lambda_3 = \beta(-1 - i), \quad \lambda_4 = \beta(1 - i),$$

$$\text{где } \beta = \frac{l}{\sqrt{2}} \sqrt[4]{\frac{k}{EJ}}.$$

Поскольку система дифференциальных уравнений (4) имеет действительные коэффициенты, то ее решения можно представить в действительном виде. Запишем перемещение  $y_{\text{общ.одн}}(\xi)$  в виде

$$y_{\text{общ.одн}}(\xi) = C_1 e^{\beta \xi} \cos \beta \xi + C_2 e^{\beta \xi} \sin \beta \xi + C_3 e^{-\beta \xi} \cos \beta \xi + C_4 e^{-\beta \xi} \sin \beta \xi.$$

Введем вектор констант  $\vec{C} = (C_1 \ C_2 \ C_3 \ C_4)^T$ , тогда решение однородной части системы дифференциальных уравнений (4) в действительном виде можно записать так:  $\vec{X}_{\text{общ.одн}}(\xi) = F(\xi) \cdot \vec{C}$ , где

$$F = \begin{pmatrix} e^{\beta \xi} \cos \beta \xi & e^{\beta \xi} \sin \beta \xi \\ \frac{\beta}{l} e^{\beta \xi} (\cos \beta \xi - \sin \beta \xi) & \frac{\beta}{l} e^{\beta \xi} (\cos \beta \xi + \sin \beta \xi) \\ \frac{-2\beta^2 EJ}{l^2} e^{\beta \xi} \sin \beta \xi & \frac{2\beta^2 EJ}{l^2} e^{\beta \xi} \cos \beta \xi \\ \frac{-2\beta^3 EJ}{l^3} e^{\beta \xi} (\cos \beta \xi + \sin \beta \xi) & \frac{2\beta^3 EJ}{l^3} e^{\beta \xi} (\cos \beta \xi - \sin \beta \xi) \\ e^{-\beta \xi} \cos \beta \xi & e^{-\beta \xi} \sin \beta \xi \\ \frac{\beta}{l} e^{-\beta \xi} (-\cos \beta \xi - \sin \beta \xi) & \frac{\beta}{l} e^{-\beta \xi} (\cos \beta \xi - \sin \beta \xi) \\ \frac{2\beta^2 EJ}{l^2} e^{-\beta \xi} \sin \beta \xi & \frac{-2\beta^2 EJ}{l^2} e^{-\beta \xi} \cos \beta \xi \\ \frac{2\beta^3 EJ}{l^3} e^{-\beta \xi} (\cos \beta \xi - \sin \beta \xi) & \frac{2\beta^3 EJ}{l^3} e^{-\beta \xi} (\cos \beta \xi + \sin \beta \xi) \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Вектор состояния сечения (3) найдем по уравнению

$$\vec{X}(\xi) = F(\xi) \cdot \vec{C} + \vec{X}_{\text{час.неодн.}}$$

Определим, как набор констант  $\vec{C}$  связан с начальным вектором состояния сечения  $\vec{X}(0)$ . Для этого вычислим вектор состояния в начале участка:

$$\vec{X}(0) = F(0) \cdot \vec{C} + \vec{X}_{\text{час.неодн.}}$$

Тогда константы выражаются через начальный вектор состояния сечения следующим образом:  $\vec{C} = F^{-1}(0) \cdot (\vec{X}(0) - \vec{X}_{\text{час.неодн.}})$ . Отсюда

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{y(0)}{2} + \frac{\varphi(0)l}{4\beta} - \frac{Q(0)l^3}{8EJ\beta^3}; \\ C_2 &= \frac{\varphi(0)l}{4\beta} + \frac{M(0)l^2}{4EJ\beta^2} + \frac{Q(0)l^3}{8EJ\beta^3}; \\ C_3 &= \frac{y(0)}{2} - \frac{\varphi(0)l}{4\beta} + \frac{Q(0)l^3}{8EJ\beta^3}; \\ C_4 &= \frac{\varphi(0)l}{4\beta} - \frac{M(0)l^2}{4EJ\beta^2} + \frac{Q(0)l^3}{8EJ\beta^3}. \end{aligned} \quad (5)$$

Переход через участок зададим формулой

$$\vec{X}(1) = F(1) \cdot F^{-1}(0) \cdot (\vec{X}(0) - \vec{X}_{\text{час.неодн.}}) + \vec{X}_{\text{час.неодн.}},$$

или

$$\vec{X}(1) = F(1) \cdot \vec{C} + \vec{X}_{\text{час.неодн.}},$$

где  $\vec{C}$  определяется по формулам (5).

2. Наземные участки ( $k = 0$ ). Уравнения (4) в этом случае интегрируем по очереди, начиная с последнего:

$$y(\xi) = -\frac{l^4 \mu g}{24EJ} \xi^4 + C_1 \frac{l^3}{6EJ} \xi^3 + C_2 \frac{l^2}{2EJ} \xi^2 + C_3 l \xi + C_4;$$

$$\varphi(\xi) = -\frac{l^3 \mu g}{6EJ} \xi^3 + C_1 \frac{l^2}{2EJ} \xi^2 + C_2 \frac{l}{EJ} \xi + C_3;$$

$$M(\xi) = -\frac{l^2 \mu g}{2} \xi^2 + C_1 l \xi + C_2;$$

$$Q(\xi) = -l \mu g \xi + C_1.$$

В векторном виде эти соотношения запишутся так:  $\vec{X}(\xi) = G(\xi) \times \vec{C} + \vec{h}$ , где

$$G(\xi) = \begin{pmatrix} \frac{l^3}{6EJ}\xi^3 & \frac{l^2}{2EJ}\xi^2 & l\xi & 1 \\ \frac{l^2}{2EJ}\xi^2 & l\xi & 1 & 0 \\ l\xi & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\vec{h}(\xi) = \left( -\frac{l^4\mu g}{24EJ}\xi^4 \quad -\frac{l^3\mu g}{6EJ}\xi^3 \quad -\frac{l^2\mu g}{2}\xi^2 \quad -l\mu g\xi \right)^T.$$

Отсюда получим, что  $\vec{X}(0) = \vec{C}$ , а  $\vec{X}(1) = G(1) \cdot \vec{C} + \vec{h}(1)$ .

Тогда переход через участок зададим формулой

$$\vec{X}(1) = G(1) \cdot \vec{X}(0) + \vec{h}(1),$$

т.е.

$$y(1) = -\frac{l^4\mu g}{24EJ} + \frac{l^3}{6EJ}y(0) + \frac{l^2}{2EJ}\varphi(0) + lM(0) + Q(0);$$

$$\varphi(1) = -\frac{l^3\mu g}{6EJ} + \frac{l^2}{2EJ}y(0) + \frac{l}{EJ}\varphi(0) + M(0),$$

$$M(1) = -\frac{l^2\mu g}{2} + ly(0) + \varphi(0);$$

$$Q(1) = -l\mu g + y(0).$$

**Матрицы переходов через стыки.** В рассматриваемом случае три типа стыков участков (рис. 2): с пружиной, с сосредоточенной массой и упругой подушкой.

Матрицы переходов через эти стыки определяем в соответствии с расчетными схемами.

Для стыка с упругим элементом жесткостью  $c_j$  формулу перехода от вектора состояния сечения в конце  $j$ -го участка  $\vec{X}_j(1)$  к вектору состояния в начале  $(j+1)$ -го участка  $\vec{X}_{j+1}(0)$  запишем как

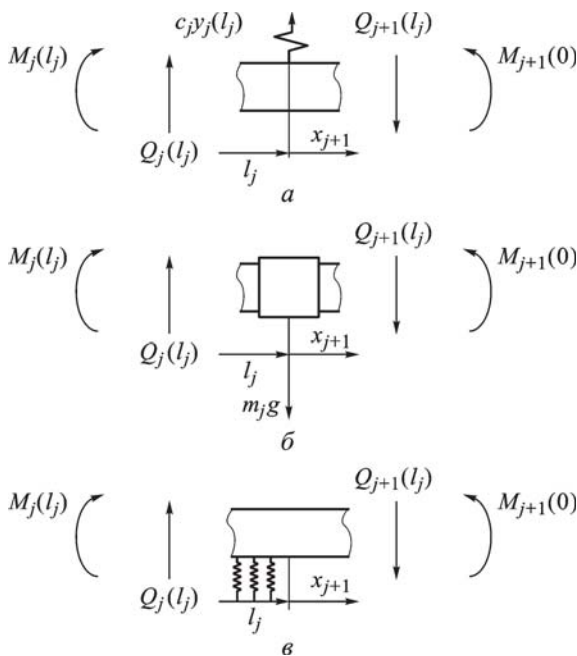
$$\vec{X}_{j+1}(0) = B1_j \vec{X}_j(1), \quad (6)$$

где  $B1_j$  — матрица перехода рассматриваемого стыка — определяется формулой

$$B1_j = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -c_j & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Уравнение перехода через стык с сосредоточенной массой  $m_j$  имеет вид

$$\vec{X}_{j+1}(0) = B_j \vec{X}_j(1) + \vec{b}_j, \quad (7)$$



**Рис. 2. Расчетные схемы стыков участков:**

*а* – с пружиной; *б* – с сосредоточенной массой; *в* – с упругой подушкой

где  $B_j$  – матрица и  $b_j$  – вектор перехода стыка, определяемые по формулам

$$B_j = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad b_j = (0 \ 0 \ 0 \ -m_j g)^T.$$

Для стыка с упругой подушкой формула перехода будет иметь вид

$$\vec{X}_{j+1}(0) = B_j \vec{X}_j(1). \quad (8)$$

**Матрицы переходов через участки.** Решать поставленную задачу будем методом начальных параметров [1], в соответствии с которым вектор состояния сечения на левом конце стержня  $\vec{X}_1(0)$  связан с вектором состояния сечения на правом конце  $\vec{X}_N(1)$  следующим образом:

$$\vec{X}_N(1) = A_{1N}(B_N A_{N-1} \dots (A_4(B_4(A_3 B_{13}(A_2 B_2(A_{11} \vec{X}_1(0) + \vec{a}_1) + \vec{a}_2) + \vec{a}_3) + \vec{b}_4) + \vec{a}_4) + \dots + \vec{a}_N.$$

Здесь  $\vec{b}_4, \vec{b}_6, \vec{b}_8$  – векторы переходов через стыки с сосредоточенной массой.

Матрицы  $A_{11} = F_1(1) \cdot F_1^{-1}(0)$ ,  $A_{1N} = F_N(1) \cdot F_N^{-1}(0)$  и векторы  $\vec{a}_1 = \left( \frac{\mu_1 g}{k_1} \ 0 \ 0 \ 0 \right)^T$ ,  $\vec{a}_N = \left( \frac{\mu_N g}{k_N} \ 0 \ 0 \ 0 \right)^T$  переходов подзем-

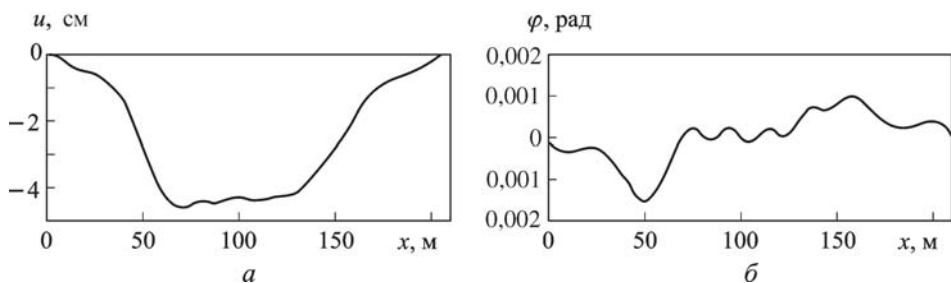


Рис. 3. Зависимость перемещения (а) и угла поворота (б) от длин участков

ных участков;  $A_j = G_j(1)$  — матрицы и

$$\vec{a}_j = \left( -\frac{l_j^4 \mu_j g}{24EJ_j} \quad -\frac{l_j^3 \mu_j g}{6EJ_j} \quad -\frac{l_j^2 \mu_j g}{2} \quad -l_j \mu_j g \right)^T$$

— векторы переходов наземных участков  $j = 2, \dots, 9$ ;  $B_j$  ( $j = 2, 10$ ) и  $B1_j$  ( $j = 3, 5, 7, 9$ ) — это матрицы переходов стыков с упругой подушкой (8) и с упругим элементом (6) соответственно, а  $B_j$  ( $j = 4, 6, 8$ ) — матрицы и  $b_j = (0 \ 0 \ 0 \ -m_j g)^T$  ( $j = 4, 6, 8$ ) — векторы переходов стыков с сосредоточенной массой (7).

**Определение статических прогибов.** При помощи математического пакета MATLAB на основе полученных расчетов построены графики прогибов и углов поворота сечений (рис. 3) для  $c_j = 2 \cdot 10^6$  Н/м.

Отметим, что при уменьшении расстояний между трубоукладчиками значения максимального прогиба будет увеличиваться.

**Определение напряжений.** Статические напряжения на каждом участке определяются по формуле

$$\sigma_j^{ст} = \frac{M_j^{ст}}{W_j}, \quad j = 1, \dots, N,$$

$M_j^{ст}$  — изгибающий момент;  $W_j$  — момент сопротивления сечения  $j$ -го участка, в котором  $W_j = W_x$ ,  $j = 1, \dots, N$  и находится по следующей формуле:

$$W_x = \pi \frac{D_H^3}{32} \left( 1 - \left( \frac{D_1}{D_H} \right)^4 \right),$$

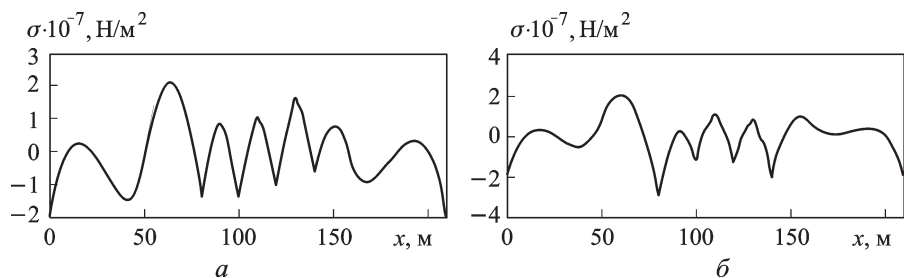
где  $D_H$  — наружный диаметр трубы;  $D_1 = D_H - 2\delta$ ;  $\delta$  — толщина стенки.

В дальнейших расчетах полагаем  $D_H = 1020$  мм,  $\delta = 15$  мм.

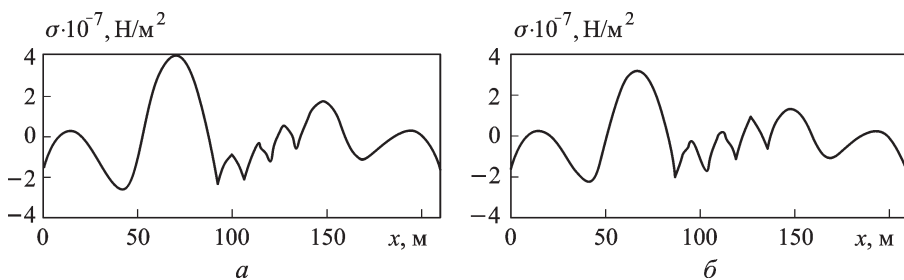
Изгибающий момент на границах участков найден ранее — это третье значение в векторе состояния сечений.

Результаты расчетов статических напряжений модели в зависимости от длин участков показаны в виде графиков на рис. 4.





**Рис. 4.** Зависимость статических напряжений от длин участков при  $c_j = 2 \text{ МН/м}$  (а) и  $20 \text{ МН/м}$  (б)



**Рис. 5.** Зависимость статических напряжений от длин участков при расстоянии между трубоукладчиками 14 м (а) и 16 м (б) ( $c_j = 2 \text{ МН/м}$ )

Таким образом, наибольшие напряжения возникают там, где расположены упругие и массовые элементы, причем с противоположными знаками, а также на границах с подземными участками (рис. 4, а).

При увеличении жесткости троллейных подвесок значения напряжений в точках их прикрепления будут увеличиваться для крайних подвесок, а напряжения в точках с массовыми элементами – уменьшаться для крайних подвесок и увеличиваться для центральной (рис. 4, б).

Кроме того, значения напряжений зависят от расстояний между трубоукладчиками. Технологический разрыв между крюками трубоукладчиков не может быть меньше 13...15 м (в это расстояние должны вписываться трубоукладчики, вагончики, проход для персонала и др.). Поэтому минимальное расстояние между трубоукладчиками принято считать равным 13 м.

При увеличении расстояния между трубоукладчиками значения напряжений в местах расположения трубоукладчиков уменьшаются (рис. 5). Это соответствует расчетным и экспериментальным результатам [2].

Отметим, что предел текучести малоуглеродистой стали составляет 240–300 МПа. Таким образом, полученные нагрузки не являются опасными для рассматриваемой конструкции в статическом состоянии. Тем не менее значения статических напряжений представляются интересными для сравнения их с нагрузками в динамическом случае.

**Силы, возникающие на крюках троллейных подвесок.** Согласно данным работы [2], троллейные подвески трубоукладчиков способны выдерживать 15,3 тс. Для того чтобы трубоукладчики не выходили из строя, необходимо так располагать элементы ремонтной колонны, чтобы значения сил, возникающих на крюках троллейных подвесок, не превышали указанного значения.

Определим силы, возникающие на крюках троллейных подвесок. В рассматриваемом случае они вычисляются по формуле

$$F_j^{\text{ст}} = |u_j^{\text{ст}}| c_j, \quad j = 1, \dots, N.$$

В случае  $c_j = 2$  МН/м они будут следующими:  $F_3 = 89,313$  кН,  $F_5 = 86,480$  кН,  $F_7 = 85,686$  кН,  $F_9 = 73,439$  кН, а в случае  $c_j = 20$  МН/м силы такие:  $F_3 = 110,55$  кН,  $F_5 = 72,11$  кН,  $F_7 = 81,78$  кН,  $F_9 = 93,92$  кН.

Таким образом, можно сделать следующий **вывод**. При увеличении жесткости троллейных подвесок, силы на крюках двух крайних подвесок увеличиваются, а на центральных, наоборот, уменьшаются.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Б и д е р м а н В. Л. Прикладная теория механических колебаний. – М.: Высш. шк., 1972. – 416 с.
2. Р а з в и т и е и внедрение технологии переизоляции газопроводов с подъемом в траншее / С.Т. Пашин, М.В. Чучкалов, Р.М. Аскарлов и др. // Коррозия территории нефтегаз. – 2009. – № 3. – С. 20–25.

Статья поступила в редакцию 16.03.2010

Юрий Михайлович Степанчук (1947–2010) в 1970 г. окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана. Канд. техн. наук, доцент кафедры “Теоретическая механика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 20 научных работ в области анализа динамических процессов в сложных механических системах и организации работ по комплексной диагностике состояния трубопроводов при их капитальном ремонте.

Yu.M. Stepanchuk (b. 1947) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1970. Ph. D. (Eng.), assoc. professor of “Theoretical Mechanics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 20 publications in the field of analysis of dynamical processes in complex mechanical systems and organization of works on comprehensive diagnostics of pipelines state during their capital repairs.

Вера Александровна Кожевникова родилась в 1981 г., в 2003 г. окончила МГУ им. М.В. Ломоносова. Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры “Теоретическая механика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор пяти научных работ в области топологической структуры многообразия уровней линейных интегралов механических систем и влияния внешнего периодического воздействия на изгибные колебания газопровода при капитальном ремонте.

V.A. Kozhevnikova (b. 1981) graduated from the Lomonosov Moscow State University in 2003. Ph. D. (Phys.-Math.), assoc. professor of “Theoretical Mechanics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 5 publications in the field of topological structure of variety of levels of mechanical systems’ linear integrals and influence of external periodic action on pipeline’s bending vibration during capital repairs.