

## ЭКОНОМИЧНАЯ ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ГУСЕНИЧНОГО ДВИЖИТЕЛЯ

А.И. Комиссаров

komissarov@bmstu.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

---

### Аннотация

Основное требование к имитационным моделям гусеничных машин для компьютерных тренажеров по обучению управлению машинами и роботами заключается в возможности их работы в режиме реального и близкого к реальному времени, что обеспечивается существенным упрощением кинематики и динамики модели взаимодействия гусеничного движителя с опорным основанием. Приведено описание оригинальной экономичной модели гусеничного движителя с учетом групп траков, расположенных между реальными опорными катками и колесами с помощью дополнительных опорных катков, соединенных с реальными опорными катками и колесами с помощью упругодемпфирующих связей, работающих только на растяжение. Для оценки адекватности разработанной модели в программном комплексе автоматизированного анализа динамики тел «Универсальный механизм» созданы две модели динамики пространственного движения быстроходной гусеничной машины: с использованием разработанной экономичной модели гусеничного движителя и на основе подробной модели гусеничного движителя с учетом пространственной динамики и кинематики каждого звена гусеничного обвода. С помощью данных моделей смоделировано движение гусеничной машины через типовую единичную неровность с регистрацией временных реализаций основных параметров движения поддресоренной массы гусеничной машины. В результате сравнения полученных реализаций установлено, что предложенная экономичная модель гусеничного движителя при существенно меньших вычислительных затратах обеспечивает адекватность, близкую к адекватности подробной модели гусеничного движителя, и может применяться в задачах, в которых экономичность модели является определяющим фактором

### Ключевые слова

*Моделирование, динамика, гусеничные машины, имитационная модель реального времени, гусеничный движитель*

Поступила 25.11.2024

Принята 03.02.2025

© Автор(ы), 2025

**Введение.** При создании имитационных моделей пространственного движения гусеничных машин по неровному опорному основанию для массовых расчетов, необходимых при разработке тренажеров для обучения управлению гусеничными машинами и программно-аппаратных комплексов моделирования, на первый план выходит быстродействие модели. Основным требованием, предъявляемым к имитационным моделям пространственного движения гусеничных машин и роботов для компьютерных тренажеров, является возможность их работы в режиме реального или близкого к реальному времени. Это требование можно выполнить, существенно упростив кинематику и динамику моделей. Наибольшее влияние на экономичность имитационных моделей гусеничных машин оказывает экономичность модели взаимодействия гусеничного движителя с опорным основанием. Упрощение именно этой подсистемы может обеспечить значительное увеличение быстродействия модели гусеничной машины в целом. В настоящее время существуют два основных подхода к моделированию гусеничного движителя в задачах анализа динамики пространственного движения гусеничных машин по неровным опорным основаниям [1]: с учетом и без учета динамики гусеничного обвода.

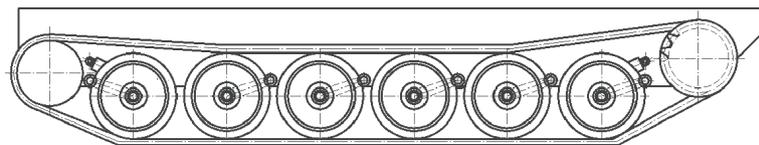
При подходе к моделированию гусеничного движителя с учетом динамики гусеничного обвода каждый трак представляется в виде отдельного тела, имеющего несколько степеней свободы и взаимодействующего с соседними траками с помощью силовых или кинематических связей, а с катками и опорной поверхностью — с помощью контактных силовых связей [2–8]. Такие модели наиболее близки к реальной механической структуре гусеничного движителя и пригодны для решения широкого класса задач динамики гусеничных машин на любых неровных опорных поверхностях, однако они неэкономичны и не обеспечивают работу модели движения гусеничной машины в режиме реального времени.

При подходе к моделированию гусеничного движителя без учета динамики гусеничного обвода последний представляется невесомыми, работающими только на растяжение силовыми связями между опорными катками и колесами без учета контактного взаимодействия с опорной поверхностью траков, расположенных между опорными катками и колесами, а контакт с опорной поверхностью осуществляется непосредственно через опорные катки, окружные скорости точек на периферии которых равны окружным скоростям точек на периферии ведущих колес [9–17]. Такие модели имеют более высокую экономичность, но более узкую область применения и пригодны для анализа динамики гусеничных машин на плоских опорных поверхностях или поверхностях с неровностями малой кривизны.

Компромиссным подходом к моделированию гусеничного движителя является способ упрощенного учета групп траков между катками и колесами с помощью введения в модель дополнительных тел между реальными катками и колесами, соответствующих каждой группе траков. В некоторых работах эти тела вводятся в виде дополнительных катков, которые связываются либо непосредственно с корпусом машины<sup>1</sup>, либо с колесами и опорными катками движителя с помощью вспомогательных упругодемпфирующих элементов и кинематических связей [18]. Контакт с опорной поверхностью осуществляется через опорные и дополнительные катки. При таком подходе обеспечивается достаточная экономичность, необходимая для работы модели в режиме реального времени, при сохранении адекватности модели в широком диапазоне условий движения.

Несмотря на то что гусеничные машины предназначены в основном для движения по деформируемым опорным поверхностям с ограниченной несущей способностью, в большинстве рассмотренных моделей опорная поверхность считается твердой, а деформируется сам движитель без учета ограничений по несущей способности опорной поверхности.

В настоящей работе предложена экономичная имитационная модель гусеничного движителя с учетом групп траков между опорными катками и колесами машины с помощью дополнительных катков, связанных с опорными катками и колесами вспомогательными упругодемпфирующими элементами. Описание и анализ модели выполнены на примере гусеничного движителя транспортера, кинематическая схема шасси которого приведена на рис. 1.



**Рис. 1.** Кинематическая схема шасси гусеничного движителя транспортера

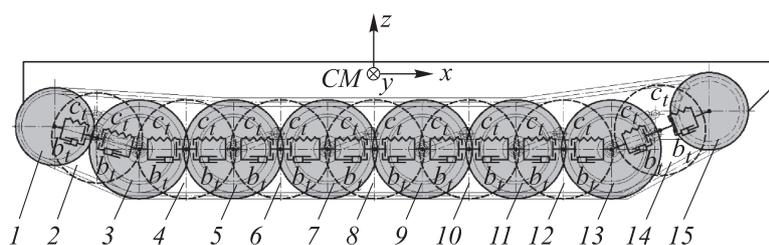
Для оценки адекватности и экономичности предлагаемой модели проведено сравнение результатов и временных затрат моделирования движения транспортера через единичную неровность, полученных по предлагаемой модели, с результатами и временными затратами, полученными при ис-

---

<sup>1</sup> Mathworks. Tracked Vehicle Model with Simscape by Steve Miller. URL: [https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/134861-tracked-vehicle-model-with-simscape?s\\_tid=srchtitle](https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/134861-tracked-vehicle-model-with-simscape?s_tid=srchtitle) (дата обращения 11.05.2024).

пользовании подробной модели гусеничного движителя того же транспорта из приложения Tracked Vehicles программного комплекса анализа динамики систем тел «Универсальный механизм» [19].

**Экономичная имитационная модель гусеничного движителя.** Схема предлагаемой экономичной имитационной модели гусеничного движителя с учетом групп траков между опорными катками и колесами машины с помощью дополнительных катков приведена на рис. 2.



**Рис. 2.** Схема экономичной имитационной модели гусеничного движителя с учетом групп траков между опорными катками и колесами машины с помощью дополнительных катков:

1 — натяжное колесо; 3, 5, 7, 9, 11, 13 — опорные катки; 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 — дополнительные катки; 15 — ведущее колесо;  $c_i$  и  $b_i$  — коэффициенты жесткости и демпфирования упругодемпфирующей односторонней связи между дополнительным катком и опорным катком или колесом;  $СМ_{xyz}$  — система координат, жестко связанная с корпусом гусеничной машины ( $СМ$  — центр масс корпуса)

Основные положения и допущения модели:

- рабочая и наклонные ветви гусеничного обвода приведены в виде дополнительных катков, расположенных между опорными катками, между ведущим колесом и ближайшим к нему опорным катком, а также между натяжным колесом и ближайшим к нему опорным катком;
- окружные скорости точек на периферии всех катков и колес равны окружным скоростям точек на периферии ведущего колеса (проскальзывание катков и колес относительно гусеничного обвода не учитывается);
- радиусы всех катков и колес увеличены на высоту трака (расстояние от верхней опорной поверхности до нижней опорной поверхности трака);
- радиусы дополнительных катков между опорными катками, между опорными катками и ведущим колесом, а также натяжным колесом равны полусумме радиусов ближайших к ним опорного катка и колеса, а их центры изначально находятся в серединах отрезков прямых, соединяющих центры ближайших к ним катка или колеса;
- массы дополнительных катков равны массам траков, расположенных на соответствующих участках между опорными катками и колесами;

– для учета массы и момента инерции гусеничного обвода массы опорных катков и колес увеличены на массу траков, приходящихся на каждый каток или колесо, масса корпуса шасси увеличена на массу верхней ветви гусеничного обвода, момент инерции ведущего колеса относительно оси вращения увеличен на момент инерции гусеничного обвода, приведенный к оси вращения ведущего колеса;

– дополнительные катки имеют две степени свободы относительно корпуса шасси: могут совершать линейные перемещения в центральной вертикальной плоскости симметрии гусеничного обвода;

– дополнительные катки взаимодействуют с соседними опорными катками и колесами с помощью односторонних упругодемпфирующих связей, приложенных в центрах взаимодействующих катков и колес; связи работают только на растяжение;

– взаимодействие гусеничного движителя с опорной поверхностью осуществляется непосредственно через катки и колеса;

– опорная поверхность считается твердой.

Уравнение движения  $i$ -го опорного катка модели гусеничного движителя в системе координат  $CMxyz$  имеет следующий вид:

$$J_{rw_i} \ddot{\varphi}_i = (m_{rw_i} g_z l_{CM} - R_{z_i} l_b) \cos \varphi_i + (R_{x_i} l_b - m_{rw_i} g_x l_{CM}) \sin \varphi_i + T_i - b_i \dot{\varphi}_i, \quad (1)$$

где  $J_{rw_i}$  — момент инерции  $i$ -го опорного катка с балансиром относительно оси качания балансира;  $\varphi_i$  — угол поворота балансира  $i$ -го опорного катка;  $m_{rw_i}$  — масса  $i$ -го опорного катка в сборе с балансиром;  $g_x, g_z$  — проекции вектора гравитации на оси системы координат  $CMxyz$ ;  $l_{CM}$  — расстояние от центра масс опорного катка в сборе с балансиром до оси качания балансира;  $R_{x_i}, R_{z_i}$  — проекции вектора результирующей реакции опорной поверхности и упругодемпфирующих связей на  $i$ -й опорный каток на оси системы координат  $CMxyz$ ;  $l_b$  — радиус балансира;  $T_i$  — момент реакции торсиона  $i$ -го опорного катка;  $b_i$  — приведенный к угловому перемещению балансира коэффициент линейно-вязкого трения демпфирующего элемента/торсиона  $i$ -го опорного катка;  $i \in [3, 5, 7, 9, 11, 13]$ .

Уравнения движения  $i$ -го дополнительного катка в системе координат  $CMxyz$ :

$$\begin{aligned} m_{w_i} \ddot{x}_{w_i} &= R_{x_i} + m_{w_i} g_x; \\ m_{w_i} \ddot{z}_{w_i} &= R_{z_i} - m_{w_i} g_z, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $i \in [2, 4, 6, 8, 10, 12, 14]$ ;  $m_{w_i}$  — масса  $i$ -го дополнительного катка;  $x_{w_i}, z_{w_i}$  — проекции радиус-вектора центра  $i$ -го дополнительного катка на оси системы координат  $CMxyz$ .

Силы, действующие на  $i$ -й опорный/дополнительный каток:

$$\begin{aligned} R_{x_i} &= R_{wx_i} + R_{tx_{i-1,i}} + R_{tx_{i,i+1}}; \\ R_{z_i} &= R_{wz_i} + R_{tz_{i-1,i}} + R_{tz_{i,i+1}}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $i = 2, 3, \dots, 14$ ;  $R_{wx_i}, R_{wz_i}$  — проекции вектора реакции опорной поверхности на  $i$ -й каток на оси системы координат  $xyz$ ;  $R_{tx_{i-1,i}}, R_{tz_{i-1,i}}$  — проекции вектора реакций задней упругодемпфирующей связи  $i$ -го катка на оси системы координат  $CMxyz$ ;  $R_{tx_{i,i+1}}, R_{tz_{i,i+1}}$  — проекции вектора реакций передней упругодемпфирующей связи  $i$ -го катка на оси системы координат  $CMxyz$ .

Реакции  $R_{wx_i}, R_{wz_i}$  опорной поверхности на  $i$ -й каток можно вычислить по любой модели взаимодействия эластичной шины с твердой неровной опорной поверхностью. Например, по модели с распределенным контактом и расчетом сил трения с помощью полуэмпирической модели на основе эллипса трения [20–22] либо по модели контактного взаимодействия упругих геометрических тел, используемых в программных комплексах автоматизированного анализа динамики систем тел, например, по модели *Окружность–Z-поверхность* программного комплекса «Универсальный механизм»<sup>2</sup>.

Значение силы реакции односторонней упругодемпфирующей связи катка/колеса гусеничного движителя с дополнительным катком определяется следующим образом:

$$R_{t_{i,i+1}} = T_0 + c_t \max(0, dl_{i,i+1}) + b_t d\dot{l}_{i,i+1} \text{sign}(\max(0, dl_{i,i+1})), \quad (4)$$

где  $i$  — номер катка/колеса;  $T_0$  — начальное натяжение гусеницы;  $d\dot{l}_{i,i+1}$  — скорость изменения длины упругодемпфирующей связи на участке между катками/колесами с номерами  $i$  и  $i+1$ ;

$$dl_{i,i+1} = l_{i,i+1}(t_2) - l_{i,i+1}(t_1) \quad (5)$$

<sup>2</sup> Универсальный механизм. Руководство пользователя. Механическая система как объект моделирования. URL: [https://umlab.ru/download/90/rus/02\\_um\\_technical\\_manual.pdf](https://umlab.ru/download/90/rus/02_um_technical_manual.pdf) (дата обращения: 28.07.2024).

— изменение длины упругодемпфирующей связи на участке между катками/колесами с номерами  $i$  и  $i+1$  ( $l_{i,i+1}(t_1)$ ,  $l_{i,i+1}(t_2)$  — текущая длина связи в моменты времени  $t_1$  и  $t_2$ , соответствующие двум последовательным шагам интегрирования). Текущую длину в произвольный момент времени  $t$  можно записать так:

$$l_{i,i+1}(t) = \left| \vec{r}_i(t) - \vec{r}_{i+1}(t) \right|, \quad (6)$$

где  $\vec{r}_i(t)$ ,  $\vec{r}_{i+1}(t)$  — текущие радиус-векторы центров соседних реального катка/колеса и дополнительного катка в момент времени  $t$ .

Формулы (4)–(6) обеспечивают работу связи только на растяжение (при положительном изменении длины связи). При сжатии значение реакции связи равно нулю.

Угловые скорости катков и колес модели связаны следующим соотношением:

$$w_i = \frac{w_s r_s}{r_{wi}}, \quad (7)$$

где  $w_s$  — угловая скорость вращения ведущего колеса;  $r_s$  — радиус ведущего колеса;  $r_{wi}$  — радиус  $i$ -го колеса ( $i = 1, 2, \dots, 15$ ).

Уравнение движения ведущего колеса гусеничного движителя имеет вид

$$J_s \ddot{w}_s = T_s - T_b - \sum_{i=1}^{n_w} (M_{s_i} + M_{f_i}), \quad (8)$$

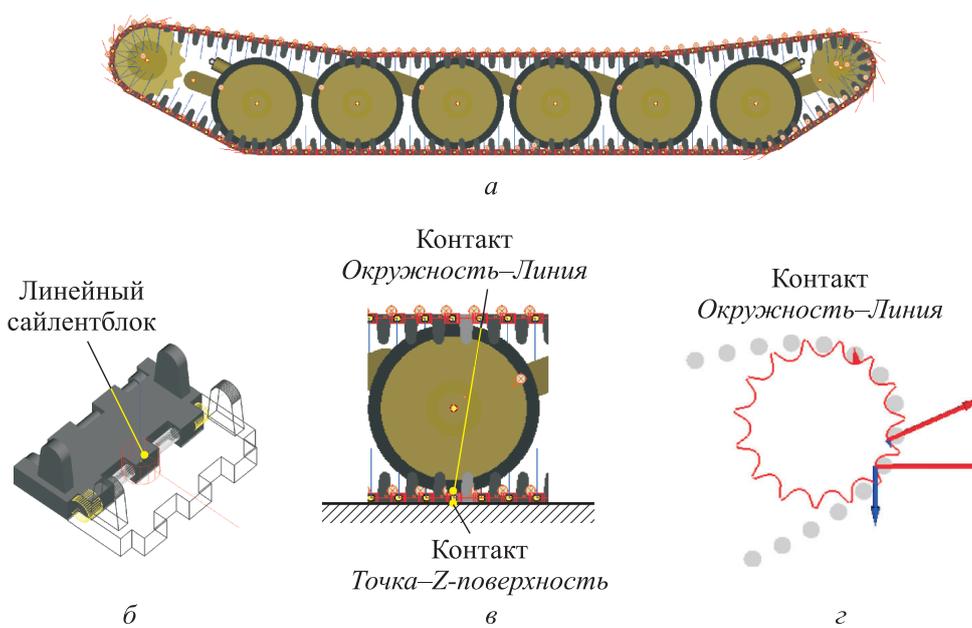
где  $J_s$  — момент инерции гусеничного движителя и вращающихся масс моторно-трансмиссионной установки, приведенный к оси вращения ведущего колеса;  $T_s$ ,  $T_b$  — приводной и тормозной моменты;  $M_{s_i}$  — момент силы трения  $i$ -го катка/колеса в средней плоскости симметрии гусеничного обвода, создаваемый силой трения под  $i$ -м катком/колесом на радиусе  $r_s$ ;  $M_{f_i}$  — момент сопротивления движению  $i$ -го катка/колеса, создаваемый силой сопротивления движению  $i$ -го катка/колеса на радиусе  $r_s$ ;  $n_w$  — число катков и колес модели.

Значение коэффициента  $c_t$  жесткости упругодемпфирующей односторонней связи между дополнительным и опорным катками подбирается итерационным способом так, чтобы при установке дополнительных катков машины с упрощенной моделью гусеничного движителя на единичные прямоугольные неровности, длины которых меньше расстояния меж-

ду соседними опорными катками, обеспечить такое же перемещение ближайших к неровности катков, что и у реальной машины или верифицированной подробной модели машины, установленной в тех же участках гусеничного обвода на такие же неровности.

Значение коэффициента  $b_t$  демпфирования упругодемпфирующей односторонней связи подбирается таким, чтобы при движении модели во всем диапазоне рабочих скоростей машины по реализациям случайного профиля, соответствующим характерным условиям эксплуатации машины, не возникало резонансных колебаний дополнительных катков.

**Модель гусеничного движителя программного комплекса «Универсальный механизм».** Подробная модель гусеничного движителя из специализированного приложения анализа динамики гусеничных машин Tracked Vehicles программного комплекса «Универсальный механизм»<sup>3</sup> приведена на рис. 3.



**Рис. 3.** Подробная модель гусеничного движителя приложения Tracked Vehicles:  
*a* — общий вид; *b* — взаимодействие траков; *в* — взаимодействие траков с опорной поверхностью и катками; *г* — взаимодействие ведущего колеса с цевками гусеницы

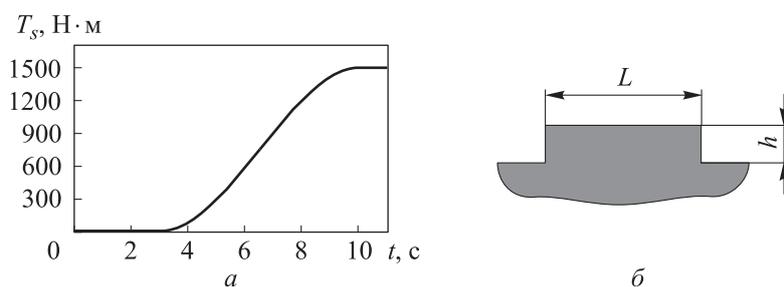
<sup>3</sup> Универсальный механизм. Руководство пользователя. Моделирование динамики гусеничных машин. URL: [https://umlab.ru/download/90/rus/18\\_um\\_caterpillar.pdf](https://umlab.ru/download/90/rus/18_um_caterpillar.pdf) (дата обращения: 28.07.2024).

В модели гусеничный обвод приведен в виде замкнутой цепочки твердых тел (траков) с шестью степенями свободы, связанных между собой упругодемпфирующими линейными силовыми элементами по шести степеням свободы. Траки взаимодействуют с опорной поверхностью по линейной модели контактной силы *Точка-Z-поверхность*, с катками и натяжным колесом — по модели *Окружность-Линия*. Цевки траков взаимодействуют с ведущим колесом по модели *Окружность-Линия*. Каждый трак взаимодействует с опорной поверхностью только в одной точке, расположенной под осью цевки, за счет этого происходит сглаживание неровностей длиной менее длины трака.

#### **Оценка адекватности экономичной модели гусеничного движителя.**

В связи с отсутствием данных натурального эксперимента по объекту исследования оценка адекватности предложенной экономичной модели гусеничного движителя проводилась путем сравнения временных реализаций параметров движения гусеничного транспортера, полученных в одинаковых условиях с помощью пространственной динамической модели гусеничного транспортера с предлагаемой экономичной моделью гусеничного движителя и с помощью модели того же транспортера с подробной моделью гусеничного движителя приложения Tracked Vehicles программного комплекса «Универсальный механизм». Предполагалось, что более подробная модель является более точной. Для этого предлагаемая экономичная модель гусеничного движителя реализована средствами базового модуля программного комплекса автоматизированного анализа динамики систем тел «Универсальный механизм». Силы контакта катков и колес с опорной поверхностью рассчитывались по модели контактного взаимодействия *Окружность-Z-поверхность* с вычислением нормали по окружности (для обеспечения прохождения нормальной реакции через центр катка). Коэффициент контактной жесткости опорных катков принят таким же, как и у опорных катков подробной модели, а у дополнительных катков в 10 раз больше, чем у опорных катков подробной модели гусеничного движителя для обеспечения такой же сглаживающей способности модели гусеничного обвода.

Для получения временных реализаций параметров движения гусеничного транспортера при моделировании на ведущее колесо неподвижно стоящего транспортера подавался крутящий момент, нарастающий с нуля до  $1500 \text{ Н} \cdot \text{м}$  (рис. 4, а), под действием которого происходили разгон транспортера и движение через единичную неровность высотой  $h = 0,47 \text{ м}$  и длиной  $L = 3 \text{ м}$  (рис. 4, б). Коэффициент сцепления с дорогой равен 0,3, коэффициент сопротивления движению гусеницы — 0,0043.



**Рис. 4.** Условия проведения виртуального испытания:

*a* — закон изменения крутящего момента на ведущем колесе гусеничного транспортера;  
*б* — единичная неровность

Кадры анимации (рис. 5), полученные при моделировании движения транспортера через ступеньку высотой 0,47 м по модели с упрощенным и подробным представлением гусеничного движителя, показывают хорошее совпадение фаз движения поддрессоренной массы.

В процессе движения регистрировались продольные и вертикальные перемещения и скорости точки на полу корпуса в середине кресла механика-водителя, а также угол продольного крена поддрессоренной массы транспортера. Графики временных реализаций параметров движения корпуса гусеничного транспортера в проекциях на оси неподвижной системы координат приведены на рис. 6.

Сравнение временных реализаций продольной скорости и вертикального перемещения точки на месте механика-водителя двух вариантов моделей проводилось по относительным отклонениям результатов, полученных по упрощенной модели гусеничного движителя:

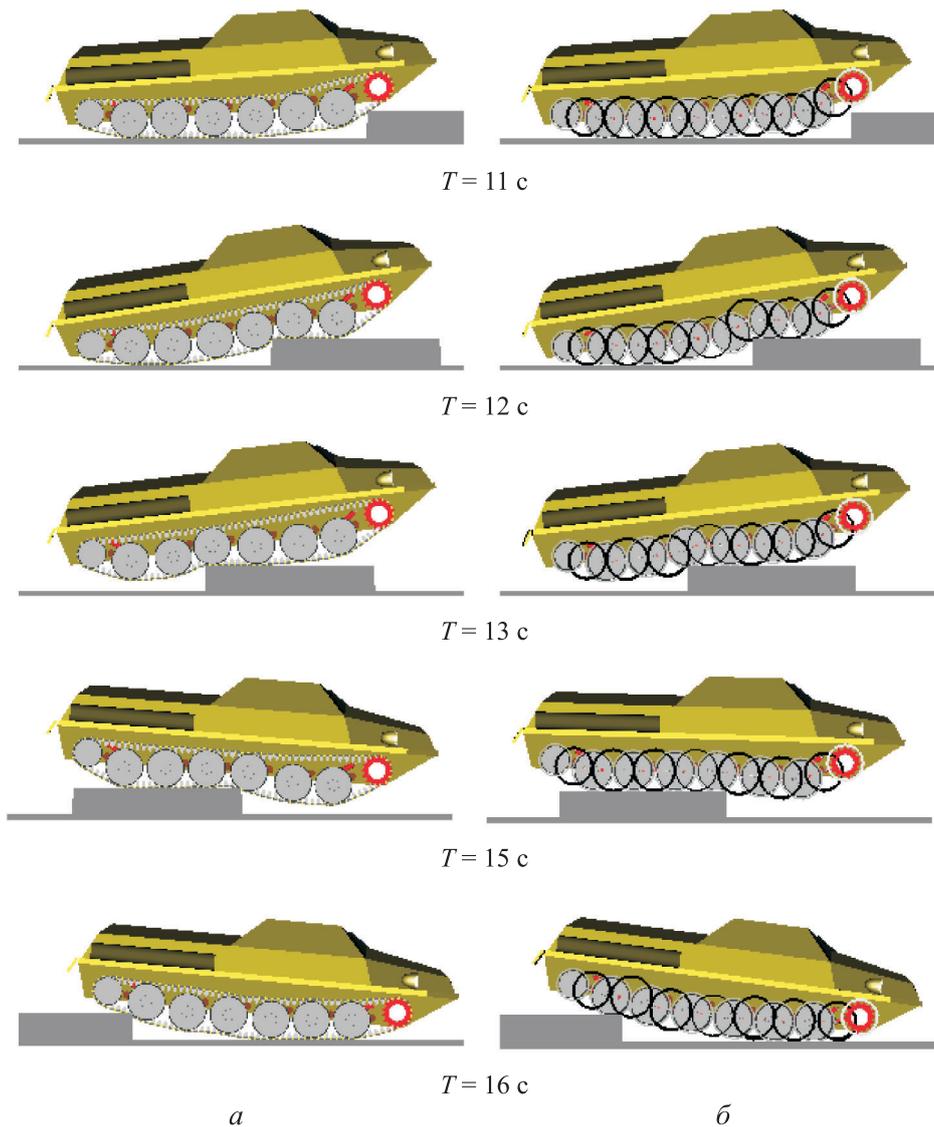
$$ep_j = \frac{\sum_{i=1}^n |p_{j,i} - p_{0j,i}|}{\sum_{i=1}^n |p_{0j,i}|} \cdot 100 \%, \quad (9)$$

где  $p_{j,i}$  — значение  $j$ -го параметра движения в  $i$ -й момент времени для варианта упрощенной модели гусеничного движителя;  $p_{0j,i}$  — значение  $j$ -го параметра движения в  $i$ -й момент времени для варианта подробной модели гусеничного движителя;  $n$  — число точек реализации на рассматриваемом временном интервале.

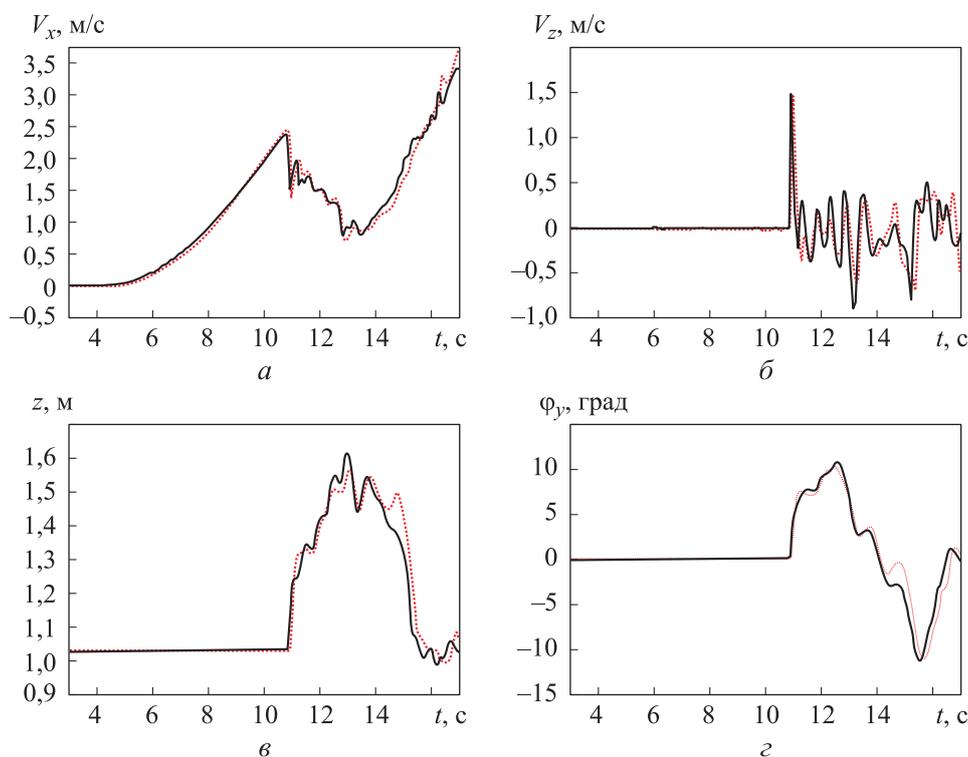
Для вертикальной скорости на месте механика-водителя и угла продольного крена поддрессоренной массы оценка относительного отклонения реализаций проводилась по относительной разности размахов угла относительно нулевого значения:

$$e_{\varphi y} = \frac{|\varphi_{y\max}| + |\varphi_{y\min}|}{|\varphi_{0y\max}| + |\varphi_{0y\min}|} \cdot 100 \%, \quad (10)$$

где  $\varphi_{y\max}$ ,  $\varphi_{y\min}$  и  $\varphi_{0y\max}$ ,  $\varphi_{0y\min}$  — максимальные и минимальные значения параметров движения для вариантов упрощенной и подробной моделей гусеничного движителя.



**Рис. 5.** Кадры анимации при движении через единичное препятствие высотой 0,47 м и длиной 3 м в моменты времени  $T = 11, 12, 13, 15$  и  $16$  с, полученные по подробным (а) и упрощенным (б) моделям гусеничного движителя



**Рис. 6.** Графики временных реализаций параметров движения корпуса гусеничного транспортера в проекциях на оси неподвижной системы координат, полученные при моделировании движения через ступеньку высотой 0,47 м:

*a, б* — продольная и вертикальная скорости точки корпуса на месте механика-водителя;  
*в* — вертикальное перемещение точки корпуса на месте механика-водителя;  
*г* — угол продольного крена поддресоренной массы; ..... — упрощенная модель;  
 — — подробная модель

Относительные отклонения временных реализаций для рассмотренных параметров движения составили 6 и 1,6 % — для реализации продольной скорости и вертикального перемещения; 9,5 и 3,6 % — для размахов вертикальной скорости и угла продольного крена поддресоренной массы.

Расчеты движения через неровность проводились на компьютере с процессором Intel(R) Core(TM) i7-8700 CPU с тактовой частотой 3,20 ГГц неявным методом Парка с распараллеливанием (Park Parallel) и параметрами, приведенными на рис. 7.

Скриншоты протоколов вычислительных затрат и быстродействия двух моделей приведены на рис. 8. Видно, что при параллельном расчете в шести потоках быстродействие упрощенной модели примерно в 2 раза

большее, чем подробной модели. Упрощенная модель работает примерно в 2 раза (в 1,72 раза) быстрее реального времени.

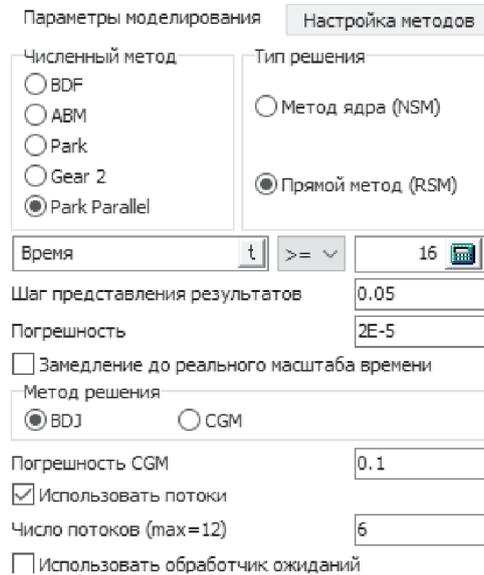


Рис. 7. Скриншот параметров настройки методом Парка с распараллеливанием

Параметр	Значение	Параметр	Значение
Время моделирования	16.05	Время моделирования	16.1
Полное время CPU	9.297	Полное время CPU	17.52
Отношение (Время CPU)/(Время модели)	0.58 (1/1.7)	Отношение (Время CPU)/(Время модели)	1.1 (1/0.92)
Время CPU, с	8.42651	Время CPU, с	13.8335
Число расчетов элементов уравнений	30412	Число расчетов элементов уравнений	72784
Число успешных шагов	30166	Число успешных шагов	71698
Число отказанных шагов	222 (0.74%)	Число отказанных шагов	1079 (1.5%)
Среднее число итераций	1.008	Среднее число итераций	1.015
Средний шаг интегрирования	0.0005321	Средний шаг интегрирования	0.0002246
Время выполнения шага, мс	0.2771	Время выполнения шага, мс	0.1901

*a*

*б*

Рис. 8. Скриншоты протоколов вычислительных затрат и быстродействия упрощенной (а) и подробной (б) моделей

**Заключение.** Приведено описание оригинальной имитационной модели с упрощенным представлением гусеничного обвода и подтверждена работоспособность предложенной модели на примере движения через единичную прямоугольную неровность. Сравнение результатов анализа переезда единичной неровности, полученных с помощью предложенной модели гусеничного движителя, с результатами аналогичного анализа для модели с подробным описанием гусеничного обвода показывает хорошее качественное и количественное совпадение параметров движения подре-

соренной массы (максимальное относительное отклонение их временных реализаций не превысило 9,5 %). Модель с упрощенным учетом динамики гусеничного обвода при параллельном расчете в шести потоках обеспечивает быстродействие, почти в 2 раза превышающее быстродействие подробной модели, и работает в 1,72 раза быстрее реального времени, что указывает на ее высокую экономичность. На основании полученных результатов сделан вывод, что предложенная модель обеспечивает хорошую адекватность и экономичность при прямолинейном движении через твердые неровности с резким изменением кривизны, размеры которых сопоставимы с длиной участка гусеничного обвода между опорными катками, и может применяться при создании высокоэкономичных имитационных моделей движения гусеничных машин по неровному опорному основанию, в том числе работающих в режиме реального времени.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Madsen J., Heyn T., Negrut D. Methods for tracked vehicle system modeling and simulation. *Technical Report 2010-01*. Madison, University of Wisconsin, 2010.
- [2] Лесковец И.В. Кодировка траков в имитационной модели гусеничного движителя. *Вестник ГГТУ им. П.О. Сухого*, 2007, № 4, с. 30–40. EDN: PYSNOZ
- [3] Ryu H.S., Huh K.S., Bae D.S., et al. Development of a multibody dynamics simulation tool for tracked vehicles (Part I: Efficient contact and nonlinear dynamic modeling). *JSME Int. J., Ser. C*, 2003, vol. 46, no. 2, pp. 540–549. DOI: <https://doi.org/10.1299/jsmec.46.540>
- [4] Rubinstein D., Hitron R. A detailed multi-body model for dynamic simulation of off-road tracked vehicles. *J. Terramechanics*, 2004, vol. 41, no. 2-3, pp. 163–173. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jterra.2004.02.004>
- [5] Поддубный В.И. Математическое моделирование движения гусеничной машины с использованием прикладного пакета RECURDYN. *Тракторы и сельскохозяйственные машины*, 2021, № 6, с. 68–75. DOI: <https://doi.org/10.17816/0321-4443-2021-6-68-75>
- [6] Omar M.A. Modular multibody formulation for simulating off-road tracked vehicles. *Stud. Eng. Technol.*, 2014, vol. 1, no. 2, pp. 77–100. DOI: <https://doi.org/10.11114/set.v1i2.462>
- [7] Nicolini A., Mocera F., Soma A. Multibody simulation of a tracked vehicle with deformable ground contact model. *Proc. Inst. Mech. Eng. K*, 2019, vol. 233, no. 1, pp. 152–162. DOI: <https://doi.org/10.1177/1464419318784293>
- [8] Morita S., Hiramatsu T., Niccolini M., et al. Kinematic track modelling for fast multiple body dynamics simulation of tracked vehicle robot. *23rd MMAR*, 2018, pp. 910–915. DOI: <https://doi.org/10.1109/MMAR.2018.8486133>
- [9] Lee J.H. A real-time simulation model for tracked vehicles. PhD Thesis. Ann Arbor, University of Michigan, 2006.

- [10] Kciuk S., Mężyk A. Modelling of tracked vehicle dynamics. *J. of KONES*, 2010, vol. 17, no. 1, pp. 223–232.
- [11] McCullough M.K., Haug E.J. Dynamics of high mobility track vehicles. *J. Mech., Trans., and Automation*, 1986, vol. 108, no. 2, pp. 189–196.  
DOI: <https://doi.org/10.1115/1.3260801>
- [12] Sandu C., Freeman J.S. Military tracked vehicle model. Part I: Multibody dynamics formulation. *IJVSMT*, 2005, vol. 1, no. 1-3, pp. 48–67.  
DOI: <https://doi.org/10.1504/IJVSMT.2005.008572>
- [13] Ma Z.D., Perkins N.C. A super-element of track-wheel-terrain interaction for dynamic simulation of tracked vehicles. *Multibody Syst. Dyn.*, 2006, vol. 15, no. 4, pp. 347–368.  
DOI: <https://doi.org/10.1007/S11044-005-9001-3>
- [14] Agapov D., Kovalev R., Pogorelov D. Real-time model for simulation of tracked vehicles. *Proc. ECCOMAS Thematic Conf. Multibody Dynamics*, 2011, pp. 1–8.
- [15] Meywerk M., Fortmüller T., Fuhr B., et al. Real-time model for simulating a tracked vehicle on deformable soils. *Adv. Mech. Eng.*, 2016, vol. 8, no. 5, pp. 1–13.  
DOI: <https://doi.org/10.1177/1687814016647889>
- [16] Yi K.S., Yi S.J. Real-time simulation of a high speed multibody tracked vehicle. *Int. J. Automot. Technol.*, 2005, vol. 6, no. 4, pp. 351–357.
- [17] Сарач Е.Б., Стадухин А.А. Математическая модель гусеничного обвода. *Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана*, 2011, № 10. EDN: OIUBYN
- [18] Mahalingam I., Padmanabhan C. Planar multi-body dynamics of a tracked vehicle using imaginary wheel model for tracks. *Defence Sc. J.*, 2017, vol. 67, no. 4, pp. 460–464.  
DOI: <https://doi.org/10.14429/DSJ.67.11548>
- [19] Сак В.А., Погорелов Д.Ю., Ковалев Р.В. Моделирование динамики гусеничных и колесных машин в программном комплексе «Универсальный механизм». *Матер. XXVI Междунар. науч.-техн. конф. «ИНТЕРСТРОЙМЕХ-2022»*. Ярославль, ЯГТУ, 2022, с. 143–155. EDN: AFEPHZ
- [20] Gorelov V.A., Komissarov A.I. Mathematical model of the straight-line rolling tire-rigid terrain irregularities interaction. *Procedia Eng.*, 2016, vol. 150, pp. 1322–1328.  
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.07.309>
- [21] Gorelov V.A., Komissarov A.I., Miroshnichenko A.V. 8 × 8 wheeled vehicle modeling in a multibody dynamics simulation software. *Procedia Eng.*, 2015, vol. 129, pp. 300–307.  
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2015.12.066>
- [22] Gorelov V., Komissarov A., Vozmishcheva I. Analysis of the cornering stiffness uncertainty impact on the steering sensitivity of a two-axle automobile. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sc. Eng.*, 2020, vol. 820, art. 012024. DOI: <https://doi.org/10.1088/1757-899X/820/1/012024>

**Комиссаров Александр Игоревич** — канд. техн. наук, доцент кафедры «Многоцелевые гусеничные машины и мобильные роботы» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

**Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:**

Комиссаров А.И. Экономичная имитационная модель гусеничного движителя. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2025, № 4 (155), с. 72–89. EDN: JCUUFV

**ECONOMICAL SIMULATION MODEL OF A TRACKED RUNNING GEAR**

**A.I. Komissarov**

komissarov@bmstu.ru

**BMSTU, Moscow, Russian Federation**

---

**Abstract**

The primary requirement for a tracked vehicle simulation model used in the computer-based training simulators for the tracked vehicle and robot control is their operation in real or near-real time. This requirement is most often met by the significantly simplified kinematics and dynamics in the tracked running gear substructure interaction model. The paper describes an original economical tracked running gear model that takes into account track groups between the supporting rollers and wheels using the additional rollers. These rollers are connected to the supporting wheels and rollers with the elastic damping links operating in tension only. To assess adequacy of the developed model, two models of the spatial motion dynamics for the high-speed tracked vehicle are created in the *Universal Mechanism* software package for the automated body dynamics analysis. The first is using the developed economical tracked running gear model. The second is based on the detailed tracked running gear model that takes into account spatial dynamics and kinematics of each track link. Using these models, makes it possible to simulate the tracked vehicle motion over a typical single uneven surface with registering the time-domain realizations of the key motion parameters of the tracked vehicle sprung mass. Comparison of the obtained realizations reveals that the proposed economical tracked running gear model provides significantly lower computational costs, ensures adequacy close to that of the detailed tracked running gear model, and could be applied to problems, where model efficiency is the determining factor

**Keywords**

*Simulation, dynamics, tracked vehicle, real-time simulation model, tracked running gear*

Received 25.11.2024

Accepted 03.02.2025

© Author(s), 2025

## REFERENCES

- [1] Madsen J., Heyn T., Negrut D. Methods for tracked vehicle system modeling and simulation. *Technical Report 2010-01*. Madison, University of Wisconsin, 2010.
- [2] Leskovets I.V. Coding tracks in a simulation model of the caterpillar propeller. *Vestnik GGTU im. P.O. Sukhogo*, 2007, no. 4, pp. 30–40 (in Russ.). EDN: PYSNOZ
- [3] Ryu H.S., Huh K.S., Bae D.S., et al. Development of a multibody dynamics simulation tool for tracked vehicles (Part I: Efficient contact and nonlinear dynamic modeling). *JSME Int. J., Ser. C*, 2003, vol. 46, no. 2, pp. 540–549. DOI: <https://doi.org/10.1299/jsmec.46.540>
- [4] Rubinstein D., Hitron R. A detailed multi-body model for dynamic simulation of off-road tracked vehicles. *J. Terramechanics*, 2004, vol. 41, no. 2-3, pp. 163–173. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jterra.2004.02.004>
- [5] Poddubnyy V.I. Mathematical modeling of the movement of a tracked vehicle using the RecurDyn application package. *Traktory i selkhoz mashiny* [Tractors and Agricultural Machinery], 2021, no. 6, pp. 68–75 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.17816/0321-4443-2021-6-68-75>
- [6] Omar M.A. Modular multibody formulation for simulating off-road tracked vehicles. *Stud. Eng. Technol.*, 2014, vol. 1, no. 2, pp. 77–100. DOI: <https://doi.org/10.11114/set.v1i2.462>
- [7] Nicolini A., Mocera F., Soma A. Multibody simulation of a tracked vehicle with deformable ground contact model. *Proc. Inst. Mech. Eng. K*, 2019, vol. 233, no. 1, pp. 152–162. DOI: <https://doi.org/10.1177/1464419318784293>
- [8] Morita S., Hiramatsu T., Niccolini M., et al. Kinematic track modelling for fast multiple body dynamics simulation of tracked vehicle robot. *23rd MMAR*, 2018, pp. 910–915. DOI: <https://doi.org/10.1109/MMAR.2018.8486133>
- [9] Lee J.H. A real-time simulation model for tracked vehicles. PhD Thesis. Ann Arbor, University of Michigan, 2006.
- [10] Kciuk S., Mężyk A. Modelling of tracked vehicle dynamics. *J. of KONES*, 2010, vol. 17, no. 1, pp. 223–232.
- [11] McCullough M.K., Haug E.J. Dynamics of high mobility track vehicles. *J. Mech., Trans., and Automation*, 1986, vol. 108, no. 2, pp. 189–196. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.3260801>
- [12] Sandu C., Freeman J.S. Military tracked vehicle model. Part I: multibody dynamics formulation. *IJVSMT*, 2005, vol. 1, no. 1-3, pp. 48–67. DOI: <https://doi.org/10.1504/IJVSMT.2005.008572>
- [13] Ma Z.D., Perkins N.C. A super-element of track-wheel-terrain interaction for dynamic simulation of tracked vehicles. *Multibody Syst. Dyn.*, 2006, vol. 15, no. 4, pp. 347–368. DOI: <https://doi.org/10.1007/S11044-005-9001-3>
- [14] Agapov D., Kovalev R., Pogorelov D. Real-time model for simulation of tracked vehicles. *Proc. ECCOMAS Thematic Conf. Multibody Dynamics*, 2011, pp. 1–8.

- [15] Meywerk M., Fortmüller T., Fuhr B., et al. Real-time model for simulating a tracked vehicle on deformable soils. *Adv. Mech. Eng.*, 2016, vol. 8, no. 5, pp. 1–13.  
DOI: <https://doi.org/10.1177/1687814016647889>
- [16] Yi K.S., Yi S.J. Real-time simulation of a high speed multibody tracked vehicle. *Int. J. Automot. Technol.*, 2005, vol. 6, no. 4, pp. 351–357.
- [17] Sarach E.B., Stadukhin A.A. Mathematical model of track chain. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie MGTU im. N.E. Baumana* [Science and Education: Scientific Publication], 2011, no. 10 (in Russ.). EDN: OIUBYH
- [18] Mahalingam I., Padmanabhan C. Planar multi-body dynamics of a tracked vehicle using imaginary wheel model for tracks. *Defence Sc. J.*, 2017, vol. 67, no. 4, pp. 460–464.  
DOI: <https://doi.org/10.14429/DSJ.67.11548>
- [19] Sak V.A., Pogorelov D.Yu., Kovalev R.V. [Simulation of the dynamics of tracked and wheeled machines in the software complex “Universal mechanism”]. *Mater. XXVI Mezhdunar. nauch.-tekh. konf. “INTERSTROYMEKh–2022”* [Proc. XXVI Int. Sc.-Tech. Conf. INTERSTROYMEKh–2022]. Yaroslavl, YaGTU Publ., 2022, pp. 143–155 (in Russ.). EDN: AFEPHZ
- [20] Gorelov V.A., Komissarov A.I. Mathematical model of the straight-line rolling tire-rigid terrain irregularities interaction. *Procedia Eng.*, 2016, vol. 150, pp. 1322–1328.  
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.07.309>
- [21] Gorelov V.A., Komissarov A.I., Miroshnichenko A.V. 8 × 8 wheeled vehicle modeling in a multibody dynamics simulation software. *Procedia Eng.*, 2015, vol. 129, pp. 300–307.  
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2015.12.066>
- [22] Gorelov V., Komissarov A., Vozmishcheva I. Analysis of the cornering stiffness uncertainty impact on the steering sensitivity of a two-axle automobile. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sc. Eng.*, 2020, vol. 820, art. 012024. DOI: <https://doi.org/10.1088/1757-899X/820/1/012024>

**Komissarov A.I.** — Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Multi-Purpose Caterpillar Machines and Mobile Robots, BMSTU (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

**Please cite this article in English as:**

Komissarov A.I. Economical simulation model of a tracked running gear. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Mechanical Engineering*, 2025, no. 4 (155), pp. 72–89 (in Russ.). EDN: JCUUFV