

МОДЕЛЬ ИДЕАЛЬНОГО ВЫТЕСНЕНИЯ С ПОПЕРЕЧНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬЮ ПОТОКОВ ТЕПЛОНОСИТЕЛЕЙ В ПРЯМОТОЧНЫХ ПЛАСТИНЧАТЫХ ТЕПЛООБМЕННИКАХ

А.В. Ряжских

А.А. Краснов

В.И. Ряжских

ryazhskihav@bk.ru

fillin19956@mail.ru

ryazhskih_vi@mail.ru

ВГТУ, г. Воронеж, Российская Федерация

Аннотация

Решена задача Гретца для гидродинамического режима идеального вытеснения с учетом поперечной теплопроводности теплоносителей при постоянных теплофизических параметрах в теплоизолированной секции прямоточного пластинчатого 2D теплообменника, теплопередача в котором осуществляется через термически тонкую поверхность. Предположено, что числа Рейнольдса потоков обеспечивают их ламинарное течение, причем длина теплового начального участка намного больше длины гидродинамического начального участка. Локальные коэффициенты теплоотдачи идентифицированы на основании закона Ньютона — Рихмана с последующим осреднением по длине секции пластинчатого теплообменника. Сравнение результатов расчетов интегрального числа Нуссельта и по формуле Михеева для ламинарного режима течения показало несколько заниженные значения числа Нуссельта, вычисленные по формуле Михеева, которая не учитывает сопряженный характер теплообмена в пластинчатом теплообменнике. Полученное решение задачи Гретца позволило оценить корректность модели идеального вытеснения без учета поперечной теплопроводности потоков теплоносителей в прямоточном пластинчатом теплообменнике по аксиальным профилям температур в потоках горячего и холодного теплоносителей. Установлено, что их отличие наблюдается во входной области вследствие наличия нормального градиента температур к разделительной границе между теплоносителями. Показано, что с удовлетворительной точностью можно описать температурные

Ключевые слова

Пластинчатый теплообменник, прямоток, идеальное вытеснение, ламинарное течение

профили потоков теплоносителей в прямоточном
пластинчатом теплообменнике моделью идеального
вытеснения без учета их поперечной теплопровод-
ности

Поступила 27.11.2023

Принята 12.03.2024

© Автор(ы), 2024

Введение. Пластинчатые теплообменники нашли широкое применение в химической, фармацевтической, пищевой и во многих других отраслях промышленности [1], так как они имеют повышенные характеристики теплопередачи, которые позволяют создать компактные конструкции по сравнению с кожухотрубными теплообменниками. Прогресс в их анализе обусловлен простой геометрией и понятной структурой потоков теплоносителей [2]. Идентификация температурных полей стационарного ламинарного теплообмена между потоками через разделяющую непроницаемую границу называется сопряженной задачей Гретца [3]. При определенных упрощающих допущениях (потоки теплоносителей с постоянными теплофизическими свойствами и полностью развитое ламинарное течение) задача становится линейной и поддается аналитическому решению с использованием специально подобранных собственных значений и функций [4]. Допущения такого рода упрощают физическую картину теплопередачи, но математическая формализация остается сложной как с точки зрения интерпретации результатов, так и с точки зрения практического применения [5, 6].

Синтез моделей теплообмена при ламинарных потоках теплоносителей в пластинчатых теплообменниках с верификацией определяющих параметров для оценки их эффективности при выборе конструкции и режимов функционирования остается все еще актуальной проблемой [7].

Цель настоящей работы — проанализировать на примере прямоточного пластинчатого теплообменника корректность решения сопряженной задачи Гретца для осредненных скоростей горячего и холодного теплоносителей и провести сравнительную оценку с моделью идеального вытеснения без учета поперечной теплопроводности потоков.

Постановка задачи. Рассмотрим отдельную теплоизолированную секцию прямоточного пластинчатого 2D теплообменника длиной l с горячим и холодным параллельными ламинарными потоками ньютоновских теплоносителей, которые разделены термически тонкой пластиной (рис. 1).

Предположим постоянство теплофизических параметров теплоносителей (плотности $\rho_{1,2}$, теплопроводности $\lambda_{1,2}$, теплоемкости $c_{p1,2}$ и кинематической вязкости $\nu_{1,2}$), а также их температуры t_h и t_c на входе в секцию, причем скорости потоков $v_{1,2}$ интерпретируются как осредненные по поперечному сечению каналов. С учетом гидравлических диаметров

каналов $2h_i$ в секции числа Рейнольдса $Re_i = 2h_i v_i / \nu_i$ будут считаться достаточно малыми для обеспечения ламинарного режима течения теплоносителей [8], для которых числа Прандтля $Pr_i = \rho_i c_{p_i} \nu_i / \lambda_i \gg 1$, т. е. длина теплового начального участка, намного больше длины гидродинамического начального участка (это вполне корректное приближение для большинства неметаллических жидкостей с полностью развитым потоком Пуазейля). Кроме того, если диапазон чисел Re_i и Pr_i таков, что числа Пекле $Pe_i = Re_i Pr_i \gg 1$, то в первом приближении аксиальной теплопроводностью потоков теплоносителей можно пренебречь [9].

С учетом принятых допущений сопряженная задача Гретца [10] формализуется следующим образом:

$$\nu_1 \rho_1 c_{p1} \frac{\partial t_1(y, z)}{\partial z} = \lambda_1 \frac{\partial^2 t_1(y, z)}{\partial y^2}, \quad 0 < y < h_1; \quad (1)$$

$$\nu_2 \rho_2 c_{p2} \frac{\partial t_2(y, z)}{\partial z} = \lambda_2 \frac{\partial^2 t_2(y, z)}{\partial y^2}, \quad h_1 < y < h_1 + h_2; \quad (2)$$

$$t_1(y, 0) = t_h; \quad t_2(y, 0) = t_c; \quad (3)$$

$$t_1(h_1, z) = t_2(h_1, z); \quad (4)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial t_1(h_1, z)}{\partial y} = \lambda_2 \frac{\partial t_2(h_1, z)}{\partial y}; \quad (5)$$

$$\frac{\partial t_1(0, z)}{\partial y} = \frac{\partial t_2(h_1 + h_2, z)}{\partial y} = 0. \quad (6)$$

Систему (1)–(6) в безразмерном виде можно представить так:

$$\frac{\partial T_1(Y, Z)}{\partial Z} = \frac{1}{Pe_1} \frac{\partial^2 T_1(Y, Z)}{\partial Y^2}, \quad 0 < Y < 1; \quad (7)$$

$$\frac{\partial T_2(Y, Z)}{\partial Z} = \frac{\xi}{Pe_2} \frac{\partial^2 T_2(Y, Z)}{\partial Y^2}, \quad 1 < Y < 1 + \xi; \quad (8)$$

$$T_1(Y, 0) = 1; \quad T_2(Y, 0) = 0; \quad (9)$$

$$T_1(1, Z) = T_2(1, Z); \quad (10)$$

$$\frac{\partial T_1(1, Z)}{\partial Y} = \Lambda \frac{\partial T_2(1, Z)}{\partial Y}; \quad (11)$$

$$\frac{\partial T_1(0, Z)}{\partial Y} = \frac{\partial T_2(1 + \xi, Z)}{\partial Y} = 0, \quad (12)$$

где $Y = y/h_1$; $Z = z/h_1$; $T_{1,2} = (t_{1,2} - t_c)/(t_h - t_c)$; $\xi = h_2/h_1$; $\Lambda = \lambda_2/\lambda_1$;
 $Pe_{1,2} = \nu_{1,2} h_{1,2}/a_{1,2}$; $a_{1,2} = \lambda_{1,2}/(\rho_{1,2} c_{p1,2})$.

Решение. К системе (7)–(12) применено одностороннее интегральное преобразование Лапласа [11] по переменной Z , тогда

$$\frac{d^2 T_1^{(L)}(Y, s)}{dY^2} - sPe_1 T_1^{(L)}(Y, s) = -Pe_1; \quad (13)$$

$$\frac{d^2 T_2^{(L)}(Y, s)}{dY^2} - \frac{sPe_2}{\xi} T_2^{(L)}(Y, s) = 0; \quad (14)$$

$$T_1^{(L)}(1, s) = T_2^{(L)}(1, s); \quad (15)$$

$$\frac{dT_1^{(L)}(1, s)}{dY} = \Lambda \frac{dT_2^{(L)}(1, s)}{dY}; \quad (16)$$

$$\frac{dT_1^{(L)}(0, s)}{dY} = \frac{dT_2^{(L)}(1 + \xi, s)}{dY} = 0, \quad (17)$$

где $T_{1,2}^{(L)}(Y, s)$ — изображения $T_{1,2}(Y, Z)$.

Запишем общее решение соотношений (13) и (14) следующим образом:

$$T_1^{(L)}(Y, s) = C_1 \text{sh}(\sqrt{sPe_1} Y) + C_2 \text{ch}(\sqrt{sPe_1} Y) + 1/s; \quad (18)$$

$$T_2^{(L)}(Y, s) = C_3 \text{sh}(\sqrt{sPe_2/\xi} Y) + C_4 \text{ch}(\sqrt{sPe_2/\xi} Y). \quad (19)$$

Причем константы интегрирования C_i ($i = 2, 4$) определены из системы ($C_1 = 0$):

$$\begin{aligned} C_2 \text{ch}\sqrt{sPe_1} + 1/s &= C_3 \text{sh}\sqrt{sPe_2/\xi} + C_4 \text{ch}\sqrt{sPe_2/\xi}; \\ C_2 \text{sh}\sqrt{sPe_1} &= (\Lambda/\sqrt{\xi})(C_3 \text{ch}\sqrt{sPe_2/\xi} + C_4 \text{sh}\sqrt{sPe_2/\xi}); \\ C_3 \text{ch}[\sqrt{sPe_2/\xi}(1 + \xi)] &+ C_4 \text{sh}[\sqrt{sPe_2/\xi}(1 + \xi)] = 0, \end{aligned}$$

которая следует из (15)–(19),

$$C_2 = \frac{-\text{sh}\sqrt{sPe_2}\xi}{\left[s \left(\frac{1}{\Lambda} \sqrt{\xi} \frac{Pe_1}{Pe_2} \text{sh}\sqrt{sPe_1} \text{ch}\sqrt{sPe_2\xi} + \text{sh}\sqrt{sPe_2\xi} \text{ch}\sqrt{sPe_1} \right) \right]}; \quad (20)$$

$$C_3 = -\frac{1}{s\Lambda} \sqrt{\xi \frac{Pe_1}{Pe_2}} \frac{\text{sh}\sqrt{sPe_1}}{\text{ch}\sqrt{sPe_1}} \frac{\text{sh}\left[\sqrt{sPe_2/\xi}(1+\xi)\right]}{\text{ch}\left[\sqrt{sPe_2/\xi}(1+\xi)\right]} /$$

$$/ \left\{ \frac{1}{\Lambda} \sqrt{\xi \frac{Pe_1}{Pe_2}} \frac{\text{sh}\sqrt{sPe_1}}{\text{ch}\sqrt{sPe_1}} \frac{\text{ch}\sqrt{sPe_2\xi}}{\text{ch}\left[\sqrt{sPe_2/\xi}(1+\xi)\right]} + \frac{\text{sh}\sqrt{sPe_2\xi}}{\text{ch}\left[\sqrt{sPe_2/\xi}(1+\xi)\right]} \right\}; \quad (21)$$

$$C_4 = -\frac{\text{ch}\left[\sqrt{sPe_2/\xi}(1+\xi)\right]}{\text{sh}\left[\sqrt{sPe_2/\xi}(1+\xi)\right]} C_3. \quad (22)$$

Учитывая (18)–(22), решение в изображениях можно представить как

$$T_1(Y, s) = \frac{1}{s} - \frac{\varphi_1(Y, s)}{\psi(s)}; \quad T_2(Y, s) = \frac{\varphi_2(Y, s)}{\psi(s)}, \quad (23)$$

где

$$\varphi_1(Y, s) = \frac{\text{sh}\sqrt{sPe_2\xi}}{\sqrt{s}} \text{ch}(\sqrt{sPe_1}Y);$$

$$\varphi_2(Y, s) = \frac{1}{\Lambda} \sqrt{\xi \frac{Pe_1}{Pe_2}} \frac{\text{sh}\sqrt{sPe_1}}{\sqrt{s}} \text{ch}\left\{\sqrt{sPe_2\xi}\left[1+(1-Y)/\xi\right]\right\};$$

$$\psi(s) = s \left(\frac{1}{\Lambda} \sqrt{\xi \frac{Pe_1}{Pe_2}} \frac{\text{sh}\sqrt{sPe_1}}{\sqrt{s}} \text{ch}\sqrt{sPe_2\xi} + \frac{\text{sh}\sqrt{sPe_2\xi}}{\sqrt{s}} \text{ch}\sqrt{sPe_1} \right).$$

Применение второй теоремы обращения одностороннего интегрального преобразования [11] к (23) позволило найти оригинал:

$$T_{1,2}(Y, Z) = \frac{Pe_1}{Pe_1 + \Lambda Pe_2} \mp 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n^{(1,2)}(Y)}{B_n} \exp(-\mu_n^2 Z), \quad (24)$$

где

$$A_n^{(1)}(Y) = \frac{\sin(\mu_n \sqrt{Pe_2\xi})}{\mu_n} \cos(\mu_n \sqrt{Pe_1}Y);$$

$$A_n^{(2)}(Y) = \frac{1}{\Lambda} \sqrt{\xi \frac{Pe_1}{Pe_2}} \frac{\sin(\mu_n \sqrt{Pe_1})}{\mu_n} \cos\left\{\mu_n \sqrt{Pe_2\xi}\left[1+(1-Y)/\xi\right]\right\};$$

$$B_n(Y) = \frac{1}{\Lambda} \sqrt{\xi \frac{Pe_1}{Pe_2}} \left[-\frac{\sin(\mu_n \sqrt{Pe_1})}{\mu_n} \cos(\mu_n \sqrt{Pe_2\xi}) + \sqrt{Pe_1} \cos(\mu_n \sqrt{Pe_1}) \times \right.$$

$$\left. \times \cos(\mu_n \sqrt{Pe_2\xi}) - \sqrt{Pe_2\xi} \sin(\mu_n \sqrt{Pe_1}) \sin(\mu_n \sqrt{Pe_2\xi}) \right] -$$

$$-\frac{\sin(\mu_n \sqrt{\text{Pe}_2} \xi)}{\mu_n} \cos(\mu_n \sqrt{\text{Pe}_1}) + \sqrt{\text{Pe}_2} \xi \cos(\mu_n \sqrt{\text{Pe}_2} \xi) \cos(\mu_n \sqrt{\text{Pe}_1}) - \\ - \sqrt{\text{Pe}_1} \sin(\mu_n \sqrt{\text{Pe}_2} \xi) \sin(\mu_n \sqrt{\text{Pe}_1});$$

μ_n — корни характеристического уравнения

$$\text{tg}(\mu_n \sqrt{\text{Pe}_2} \xi) + \frac{1}{\Lambda} \sqrt{\xi \frac{\text{Pe}_1}{\text{Pe}_2}} \text{tg}(\mu_n \sqrt{\text{Pe}_1}) = 0. \quad (25)$$

Анализ. Для определения коэффициента теплоотдачи будем исходить из формулировки закона Ньютона — Рихмана [12] со стороны горячего и холодного теплоносителей:

$$-\lambda_{1,2} \frac{\partial t_{1,2}(y,z)}{\partial y} \Big|_{y=h_1 \mp 0} = \alpha_{1,2}(z) [t_{1,2}(h_1, z) - t_c], \quad (26)$$

где $\alpha_{1,2}(z)$ — локальные коэффициенты теплоотдачи. В безразмерном виде (26) можно представить так:

$$\text{Nu}_i(Z) = -\xi^{i-1} \frac{\partial T_i(1, Z)}{\partial Y} \Big/ T_i(1, Z), \quad i = \overline{1, 2}, \quad (27)$$

где $\text{Nu}_i(Z) = \alpha_i(Z) h_i / \lambda_i$. Среднее интегральное значение числа Нуссельта по длине теплообменника составляет

$$\text{Nu}_{1,2} = L^{-1} \int_0^L \text{Nu}_{1,2}(Z) dZ, \quad (28)$$

где $L = l/h_1$. Сравнение результатов расчетов числа Нуссельта по формуле (28) и по классической формуле Михеева [13]

$$\text{Nu} = 0,15 \text{Re}^{0,33} \text{Pr}^{0,43} \quad (\text{Re} < 2300) \quad (29)$$

для различных теплоносителей приведено в табл. 1.

Таблица 1

Результаты расчетов числа Нуссельта для различных теплоносителей

Тепло-носитель	ρ , кг/м ³	$\mu \cdot 10^6$, Па · с	c_p , Дж/(кг · К)	λ , Вт/(м · К)	Nu, расчет по	
					(28)	(29)
Пентан	606,0	204	2400	0,107	1,77	1,88
Гексан	642,5	260	2300	0,110	1,76	1,88
Гептан	669,0	332	2250	0,119	1,71	1,90
Октан	687,0	428	2220	0,123	1,69	1,92
Вода	992,2	654	4170	0,635	1,21	1,47

В случае, если гидравлические диаметры каналов теплообменника и их длины равны 0,01 и 2 м, скорость теплоносителей составляет 0,01 м/с, температура для расчета теплофизических характеристик равна 313 К. Различие результатов объясняется разными тепловыми условиями при оценке коэффициентов теплоотдачи: формула Михеева не учитывает сопряженный характер теплообмена в теплообменнике, поэтому коэффициент теплоотдачи имеет завышенное значение.

В связи с этим оценим корректность модели идеального вытеснения без поперечной теплопроводности потоков теплоносителей [14–16] в прямоточном пластинчатом теплообменнике:

$$\frac{dT_1}{dZ} + K_1(T_1 - T_2) = 0; \quad (30)$$

$$\frac{dT_2}{dZ} - \xi^{-1}K_2(T_1 - T_2) = 0; \quad (31)$$

$$T_1(0) = 1, \quad T_2(0) = 0, \quad (32)$$

где $K_{1,2} = F k h_{1,2} / (v_{1,2} \rho_{1,2} S_{1,2} c_{p1,2} l)$; F и k — площадь и коэффициент теплопередачи; $S_{1,2}$ — площадь поперечных сечений проточных каналов теплообменника.

Интегрируя (30)–(32), получаем

$$T_1(Z) = \frac{\xi^{-1}K_2}{K_1 + \xi^{-1}K_2} \left\{ 1 + \xi \frac{K_1}{K_2} \exp[-(K_1 + \xi^{-1}K_2)Z] \right\}; \quad (33)$$

$$T_2(Z) = \frac{\xi^{-1}K_2}{K_1 + \xi^{-1}K_2} \{ 1 - \exp[-(K_1 + \xi^{-1}K_2)Z] \}. \quad (34)$$

Используем ту же геометрию теплообменника и $t_h = 343$ К, $t_c = 283$ К. Структура поля температур в прямоточном пластинчатом теплообменнике, рассчитанная по (24), приведена на рис. 2.

Сопоставление аксиальных температурных профилей в потоках теплоносителей, осредненных по поперечному сечению каналов:

$$\bar{T}_1(Z) = \int_0^1 T_1(Y, Z) dY \quad \text{и} \quad \bar{T}_2(Z) = \xi^{-1} \int_1^{1+\xi} T_2(Y, Z) dY$$

с выражениями (33) и (34) приведено на рис. 3. Их отличие существенно во входной области вследствие наличия нормального градиента темпе-

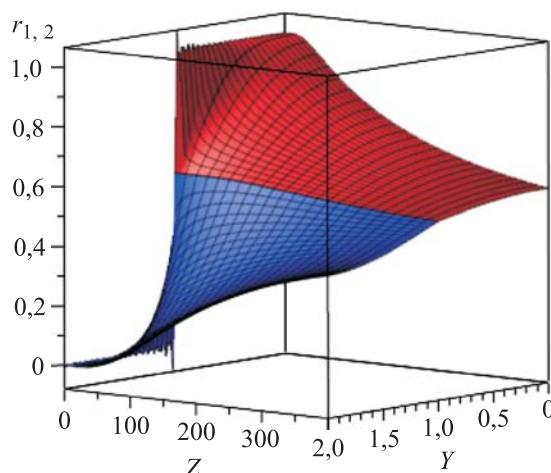
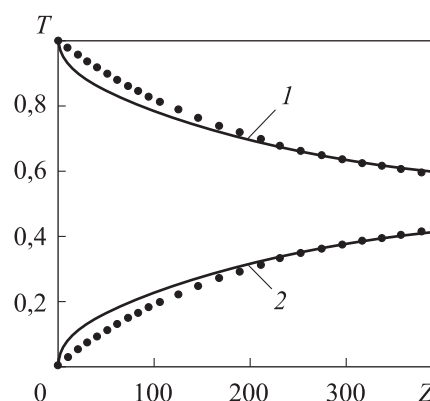


Рис. 2. Поле температур в прямоточном пластинчатом теплообменнике, рассчитанное по формуле (24)

Рис. 3. Профили температур моделей идеального вытеснения с учетом поперечной теплопроводности (сплошные кривые) и без учета (точки):
1 — $\bar{T}_1$, T_1 ; 2 — $\bar{T}_2$, T_2



ратур к разделительной границе между горячим и холодным потоками теплоносителей. Отметим, что это отличие нивелируется с увеличением расстояния от входа в каналы и практически исчезает на выходе из теплообменника.

Влияние скоростного режима теплоносителей на термическую обстановку в теплообменнике приведено на рис. 4. Увеличение скорости холодного теплоносителя уменьшает время его пребывания в аппарате, соответственно, температура на выходе снижается (рис. 4, а; см. рис. 3, кривая 2). Однако температурный напор между теплоносителями становится больше, поэтому теплосъем с горячего теплоносителя возрастает (см. рис. 4, а и рис. 3, кривая 1). Если скорость горячего теплоносителя больше скорости холодного, то термическая обстановка в теплообменнике противоположная (рис. 4, б; см. рис. 3, кривая 1). Это подтверждает наблюдаемую на практике ситуацию: для более интенсивного охлаждения горячего потока необходимо

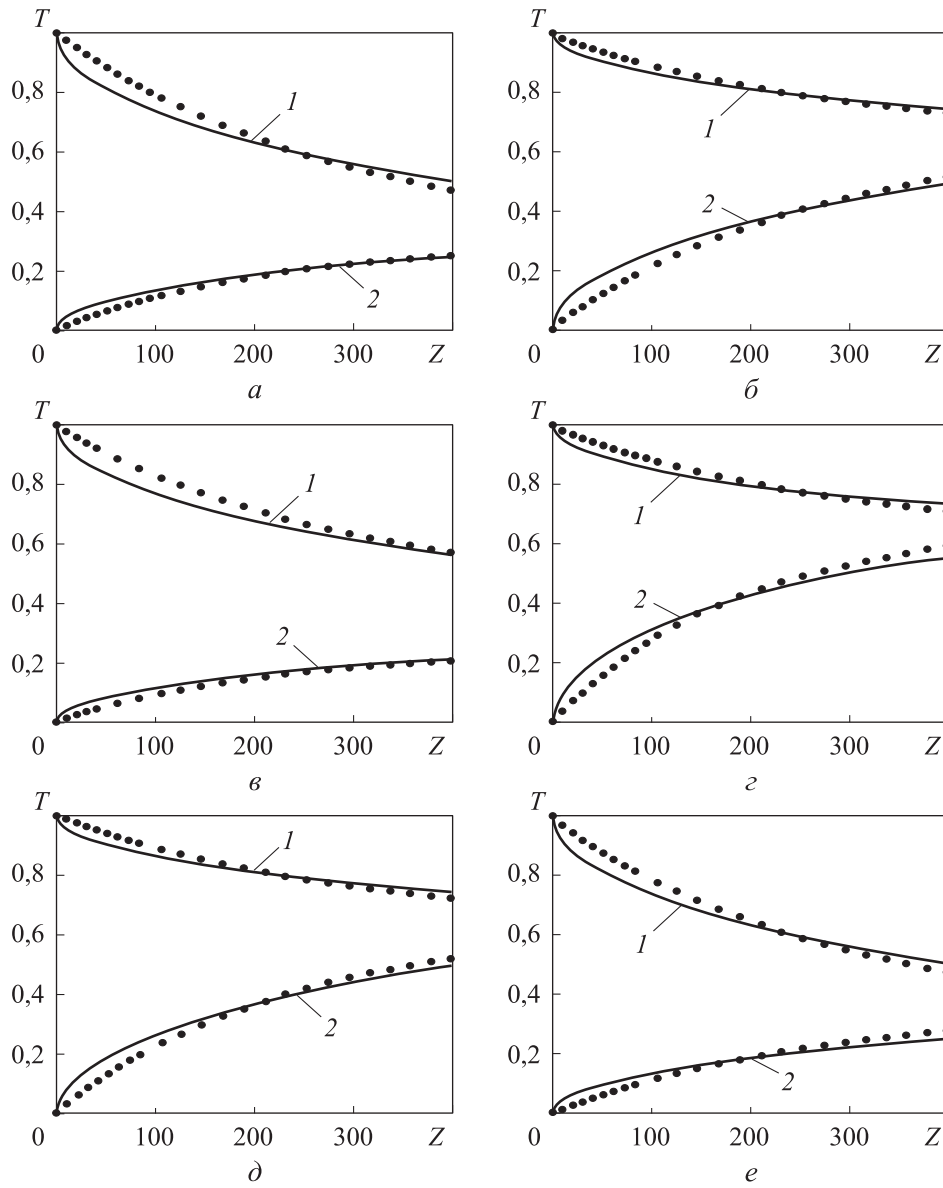


Рис. 4. Профили температур моделей идеального вытеснения с учетом поперечной теплопроводности (сплошные кривые) теплоносителей и без ее учета (точки) при различных скоростях потоков $v_1 = 0,01$ м/с, $v_2 = 0,02$ м/с (а), $v_1 = 0,02$ м/с, $v_2 = 0,01$ м/с (б), характерных размерах проходных сечений проточных каналов $h_1 = 5 \cdot 10^{-3}$ м, $h_2 = 10^{-2}$ м (в), $h_1 = 10^{-2}$ м, $h_2 = 5 \cdot 10^{-3}$ м (г), теплоемкостях потоков $c_{p1} > c_{p2}$ (д), $c_{p1} < c_{p2}$ (е) (1 — $\bar{T}_1$, T_1 ; 2 — $\bar{T}_2$, T_2)

увеличивать расход холодного теплоносителя, а для нагрева холодного потока необходимо, чтобы расход горячего теплоносителя был больше. При различных скоростных режимах теплоносителей с идентичными теплофизическими характеристиками их недорекуперация выше, чем при одинаковых.

Вариация размеров проходных сечений проточных каналов теплоносителей в прямоточном пластинчатом теплообменнике приводит к аналогичным результатам (рис. 4, в, г). Использование горячего теплоносителя с более высокой теплоемкостью, чем у холодного теплоносителя, повышает эффективность теплообменника, используемого для нагрева (рис. 4, д). Если теплообменник применять для охлаждения потока, то для этого лучше использовать холодный теплоноситель с более высокой теплоемкостью, чем горячий теплоноситель (рис. 4, е).

Применение теплоносителя с повышенной теплопроводностью может быть достигнуто, например, добавлением наночастиц [17–20]. Влияние теплопроводности теплоносителей на компактность теплообменника приведено в табл. 2.

Таблица 2

**Влияние теплопроводности теплоносителей
на компактность теплообменника**

Λ	$Z = 400$		$Z = 300$	
	T_1	T_2	T_1	T_2
0,5	0,555	0,445	0,589	0,411
1,0	0,589	0,411	–	–
2,0	0,555	0,445	0,589	0,411

Заключение. Показано, что корректно с удовлетворительной точностью описать аксиальные изменения температур потоков теплоносителей в прямоточном пластинчатом теплообменнике можно моделью идеального вытеснения без учета поперечной теплопроводности.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Abu-Khadar M.M. Plate heat exchangers: recent advances. *Renew. Sust. Energ. Rev.*, 2012, vol. 16, no. 4, pp. 1883–1891. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2012.01.009>
- [2] Shah R.K., London A.L. Laminar flow forced convection in ducts. New York, Academic Press, 1978.
- [3] Papoutsakis E., Ramkrishna D. Conjugated Graetz problems. II. Fluid-fluid problems. *Chem. Eng. Sc.*, 1981, vol. 36, no. 8, pp. 1393–1399. DOI: [https://doi.org/10.1016/0009-2509\(81\)80173-X](https://doi.org/10.1016/0009-2509(81)80173-X)

- [4] Dezfoli A.R.A., Mehrabian M.A., Saffaripour M.H. Two dimensional temperature distributions in plate heat exchangers: an analytical approach. *Mathematics*, 2015, vol. 3, no. 4, pp. 1255–1273. DOI: <https://doi.org/10.3390/math3041255>
- [5] Sunden B. Computational fluid dynamics in research and design of heat exchangers. *Heat Transf. Eng.*, 2007, vol. 28, no. 11, pp. 898–910. DOI: <https://doi.org/10.1080/01457630701421679>
- [6] Wang Y.N., Lee J.P., Park M.H., et al. A study on 3D numerical model for plate heat exchanger. *Procedia Eng.*, 2017, vol. 174, pp. 188–194. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.01.203>
- [7] Joybari M.M., Selvn H., Sevault A., et al. Potentials and challenges for pillow-plate heat exchangers: state-of-the-art review. *Appl. Therm. Eng.*, 2022, vol. 214, no. 9, art. 118739. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2022.118739>
- [8] Schmid P.J., Henningson D.S. Linear inviscid analysis. In: *Stability and transition in shear flows*. Cham, Springer Nature, 2001, pp. 15–53. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-1-4613-0185-1>
- [9] Nunge R., Porta E.W., Gill W.N. Axial conduction in the fluid streams of multistream heat exchangers. *Chem. Eng. Progr. Symp. Series*, 1966, vol. 63, no. 77, pp. 80–91.
- [10] Vera M., Linan A. Laminar counterflow parallel-plate heat exchangers: exact and approximate solutions. *Int. J. Heat Mass Transf.*, 2010, vol. 53, no. 21-22, pp. 4885–4898. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2010.06.004>
- [11] Yang X.S. Engineering mathematics with example and applications. London, Elsevier, 2016.
- [12] Zhang L.Z. Conjugate heat and mass transfer in heat mass exchanger ducts. London, Elsevier, 2014.
- [13] Исаченко В.П., Осипов В.А., Сукомея А.С. Теплопередача. М., Энергоиздат, 1981.
- [14] Bandara T., Nguyen N.-T., Rosengaten G. Slug flow heat transfer without phase change in microchannels: a review. *Chem. Eng. Sci.*, 2015, vol. 156, pp. 283–295. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ces.2014.12.007>
- [15] Бондарь А.Г. Математическое моделирование в химической технологии. Киев, Вища школа, 1973.
- [16] Пикина Г.А., Жук Т.И. Аналитические модели конвективного теплообменника с однофазными теплоносителями. *Теплоэнергетика*, 2003, № 10, с. 21–26. EDN: PGAJQX
- [17] Pandya N.S., Shahb H., Molana M., et al. Heat transfer enhancement with nanofluids in plate heat exchangers: a comprehensive review. *Eur. J. Mech. B Fluids*, 2020, vol. 81, pp. 173–190. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2020.02.004>
- [18] Amani M., Amani P., Bahiraei M., et al. Latest developments in nanofluid flow and heat transfer between parallel surfaces: a critical review. *Adv. Colloid Interface Sci.*, 2021, vol. 294, art. 102450. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cis.2021.102450>

[19] Salman B.H., Mohammed H.A., Munisumy K.M., et al. Characteristics of heat transfer and fluid flow in microtube and microchannel using conventional fluids and nanofluids: a review. *Renew. Sust. Energ. Rev.*, 2013, vol. 28, pp. 248–880.

DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2013.08.012>

[20] Mohammed H.A., Bhaskaran G., Shuaib N.H., et al. Heat transfer and fluid flow characteristics in microchannels heat exchanger using nanofluids: a review. *Renew. Sust. Energ. Rev.*, 2011, vol. 15, no. 3, pp. 1502–1512.

Ряжских Александр Викторович — канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры прикладной математики и механики ВГТУ (Российская Федерация, 394006, г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, д. 84).

Краснов Андрей Андреевич — аспирант кафедры прикладной математики и механики ВГТУ (Российская Федерация, 394006, г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, д. 84).

Ряжских Виктор Иванович — д-р техн. наук, заведующий кафедрой прикладной математики и механики ВГТУ (Российская Федерация, 394006, г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, д. 84).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Ряжских А.В., Краснов А.А., Ряжских В.И. Модель идеального вытеснения с поперечной теплопроводностью потоков теплоносителей в прямоточных пластинчатых теплообменниках. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2024, № 4 (151), с. 160–174. EDN: ZTHRUH

**A MODEL OF THE COOLANT TRANSVERSE THERMAL
CONDUCTIVITY IDEAL DISPLACEMENT
IN THE DIRECT-FLOW PLATE HEAT EXCHANGERS**

A.V. Ryazhskikh

A.A. Krasnov

V.I. Ryazhskikh

ryazhskihav@bk.ru

fillin19956@mail.ru

ryazhskih_vi@mail.ru

VSTU, Voronezh, Russian Federation

Abstract

The paper presents solution to the Graetz problem for the ideal displacement hydrodynamic mode taking into account the heat carrier transverse thermal conductivity at the constant thermophysical parameters in the 2d direct-flow plate heat exchanger heat-insulated section, where heat is transferred through a thermally thin surface. It supposes that the flows Reynolds numbers provide their laminar flow, while the

Keywords

Plate heat exchanger, direct flow, ideal displacement, laminar flow

thermal initial section length is much longer than the hydrodynamic initial section length. Local heat transfer coefficients are identified based on the Newton — Richmann law with subsequent averaging along the plate heat exchanger section length. Comparing computation results of the integral Nusselt number and computation using the Mikheev formula for the laminar flow regime shows somewhat underestimated values of the Nusselt number computed using the Mikheev formula, which is not considering conjugate nature of the heat transfer in a plate heat exchanger. The obtained solution of the Graetz problem makes it possible to assess correctness of the ideal displacement model without taking into account the coolant flow transverse thermal conductivity in a direct-flow plate heat exchanger based on the axial temperature profiles in the hot and cold coolant flows. The paper shows that their difference is observed in the input region due to the normal temperature gradient to the dividing boundary between the coolants. It demonstrates that it becomes possible to describe the coolant flows temperature profiles in a direct-flow plate heat exchanger with satisfactory accuracy using the ideal displacement model without taking into account their transverse thermal conductivity

Received 27.11.2023

Accepted 12.03.2024

© Author(s), 2024

REFERENCES

- [1] Abu-Khadar M.M. Plate heat exchangers: recent advances. *Renew. Sust. Energ. Rev.*, 2012, vol. 16, no. 4, pp. 1883–1891. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2012.01.009>
- [2] Shah R.K., London A.L. Laminar flow forced convection in ducts. New York, Academic Press, 1978.
- [3] Papoutsakis E., Ramkrishna D. Conjugated Graetz problems. II. Fluid-fluid problems. *Chem. Eng. Sc.*, 1981, vol. 36, no. 8, pp. 1393–1399. DOI: [https://doi.org/10.1016/0009-2509\(81\)80173-X](https://doi.org/10.1016/0009-2509(81)80173-X)
- [4] Dezfoli A.R.A., Mehrabian M.A., Saffaripour M.H. Two dimensional temperature distributions in plate heat exchangers: an analytical approach. *Mathematics*, 2015, vol. 3, no. 4, pp. 1255–1273. DOI: <https://doi.org/10.3390/math3041255>
- [5] Sunden B. Computational fluid dynamics in research and design of heat exchangers. *Heat Transf. Eng.*, 2007, vol. 28, no. 11, pp. 898–910. DOI: <https://doi.org/10.1080/01457630701421679>
- [6] Wang Y.N., Lee J.P., Park M.H., et al. A study on 3D numerical model for plate heat exchanger. *Procedia Eng.*, 2017, vol. 174, pp. 188–194. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.01.203>

- [7] Joybari M.M., Selvn H., Sevault A., et al. Potentials and challenges for pillow-plate heat exchangers: state-of-the-art review. *Appl. Therm. Eng.*, 2022, vol. 214, no. 9, art. 118739. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2022.118739>
- [8] Schmid P.J., Henningson D.S. Linear inviscid analysis. In: *Stability and transition in shear flows*. Springer, 2001, pp. 15–53. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-1-4613-0185-1>
- [9] Nunge R., Porta E.W., Gill W.N. Axial conduction in the fluid streams of multistream heat exchangers. *Chem. Eng. Progr. Symp. Series*, 1966, vol. 63, no. 77, pp. 80–91.
- [10] Vera M., Linan A. Laminar counterflow parallel-plate heat exchangers: exact and approximate solutions. *Int. J. Heat Mass Transf.*, 2010, vol. 53, no. 21-22, pp. 4885–4898. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2010.06.004>
- [11] Yang X.S. Engineering mathematics with example and applications. London, Elsevier, 2016.
- [12] Zhang L.Z. Conjugate heat and mass transfer in heat mass exchanger ducts. London, Elsevier, 2014.
- [13] Isachenko V.P., Osipov V.A., Sukomeya A.S. Teploperedacha [Heat transfer]. Moscow, Energoizdat Publ., 1981.
- [14] Bandara T., Nguyen N.-T., Rosengaten G. Slug flow heat transfer without phase change in microchannels: a review. *Chem. Eng. Sc.*, 2015, vol. 156, pp. 283–295. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ces.2014.12.007>
- [15] Bondar A.G. Matematicheskoe modelirovanie v khimicheskoy tekhnologii [Mathematical modeling in chemical technology]. Kiev, Vishcha shkola Publ., 1973 (in Russ.).
- [16] Pikina G.A., Zhuk T.I. Analytical models of a convective heat exchanger with single-phase coolants. *Therm. Eng.*, 2003, vol. 50, no. 10, pp. 807–814.
- [17] Pandya N.S., Shahb H., Molana M., et al. Heat transfer enhancement with nanofluids in plate heat exchangers: a comprehensive review. *Eur. J. Mech. B Fluids*, 2020, vol. 81, pp. 173–190. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2020.02.004>
- [18] Amani M., Amani P., Bahiraei M., et al. Latest developments in nanofluid flow and heat transfer between parallel surfaces: a critical review. *Adv. Colloid Interface Sci.*, 2021, vol. 294, art. 102450. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cis.2021.102450>
- [19] Salman B.H., Mohammed H.A., Munisumy K.M., et al. Characteristics of heat transfer and fluid flow in microtube and microchannel using conventional fluids and nanofluids: a review. *Renew. Sust. Energ. Rev.*, 2013, vol. 28, pp. 248–880. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2013.08.012>
- [20] Mohammed H.A., Bhaskaran G., Shuaib N.H., et al. Heat transfer and fluid flow characteristics in microchannels heat exchanger using nanofluids: a review. *Renew. Sust. Energ. Rev.*, 2011, vol. 15, no. 3, pp. 1502–1512.

Ryazhskikh A.V. — Cand. Sc. (Phys.-Math.), Assoc. Professor, Department of Applied Mathematics and Mechanics, VSTU (20-letiya Oktyabrya ul. 84, Voronezh, 394006 Russian Federation).

Krasnov A.A. — Post-Graduate Student, Department of Applied Mathematics and Mechanics, VSTU (20-letiya Oktyabrya ul. 84, Voronezh, 394006 Russian Federation).

Ryazhskikh V.I. — Dr. Sc. (Eng.), Head of the Department of Applied Mathematics and Mechanics, VSTU (20-letiya Oktyabrya ul. 84, Voronezh, 394006 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Ryazhskikh A.V., Krasnov A.A., Ryazhskikh V.I. A model of the coolant transverse thermal conductivity ideal displacement in the direct-flow plate heat exchangers. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Mechanical Engineering*, 2024, no. 4 (151), pp. 160–174 (in Russ.). EDN: ZTHRUH