

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ, ПОДВОДИМЫХ К ПОВЕРХНОСТИ ВЫПУКЛЫХ ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ГАЗА

В.П. Котенев

v.p.kotenev@vpk.npomash.ru

В.Г. Реш

В.А. Сысенко

v.a.sysenko@vpk.npomash.ru

**АО «ВПК «НПО машиностроения», г. Реутов,
Московская обл., Российская Федерация**

Аннотация

Приведены аналитические зависимости, позволяющие определить ламинарный относительный тепловой поток, подводимый к поверхности выпуклых затупленных тел вращения, обтекаемых сверхзвуковым потоком газа. Поскольку решение соответствующих уравнений Навье — Стокса или пограничного слоя требует больших временных затрат, получение подобных зависимостей является важным инструментом для проведения предварительных оценок значимых параметров тепловых потоков. Существующие в настоящее время приближенные формулы получены в основном для сферических затуплений. При исследовании обтекания потоком газа эллипсоидов, параболоидов и других выпуклых поверхностей применяется правило «местных сфер», когда тепловой поток берется на теле таким же, как и на сфере при совпадении углов встречи потока с поверхностью рассматриваемого тела и сферы. Такой подход часто дает недопустимую для инженерных расчетов погрешность, поскольку формулы для сферы выведены на основе большого числа упрощений. Полученная зависимость не ограничивается сферической носовой частью затупленного тела вращения в случае холодной стенки и больших значений числа Рейнольдса. Путем сравнения с численными решениями показано, что полученная зависимость хорошо описывает относительный тепловой поток к стенке. Приведенные данные позволяют уже на ранних этапах проектирования оценивать критически важные для изделия значения тепловых потоков

Ключевые слова

Тепловой поток, пограничный слой, осесимметричные течения газа, звуковая точка

Поступила 05.04.2024

Принята 22.04.2024

© Автор(ы), 2024

Введение. В результате анализа большого числа работ, например [1–9], посвященных расчету обтекания выпуклых затупленных тел в рамках уравнений Навье — Стокса, выявлено, что определение параметров аэродинамики связано с большими вычислительными и временными затратами. Вместе с тем при использовании теоретического подхода часто принимают допущения, позволяющие быстро получить решение в замкнутом виде. Например, теория Ньютона дает возможность достаточно просто вычислить давление на поверхности затупленных тел. Однако часто эта теория дает большую ошибку, а более точные конечные формулы для расчета давления и тепловых потоков в научной литературе отсутствуют или ограничиваются сферой и пластиной [10–14]. Как известно, тепловой поток слабо зависит от параметров обтекания при $Re_\infty \geq 500$ и в случае холодной стенки, когда отношение температуры поверхности к температуре торможения не превышает 0,5. В связи с этим на ранних этапах проектирования в целях снижения временных затрат целесообразна разработка аналитической зависимости для расчета теплового потока на сфере и других затупленных телах.

В первом приближении тепловые потоки на произвольных выпуклых телах берутся такими же, как на сфере при соответствующем совпадении углов встречи набегающего потока с поверхностью исследуемого тела [14].

Между тем применение правила местных сфер часто сопряжено с большой погрешностью и оправдано далеко не всегда на таких притуплениях, как эллипсоиды с разным отношением полуосей, параболоиды, гиперболоиды и др. В настоящей работе предложена обобщенная аналитическая зависимость для приближенного расчета относительного теплового потока, подводимого к поверхности выпуклых затупленных тел вращения переменной кривизны достаточно произвольного очертания, обтекаемых сверхзвуковым потоком газа.

Результаты применения правила местных сфер [14] для эллипсоида с отношением полуосей $b/a = 3/2$ приведены на рис. 1. В этом случае погрешность расчета составляет более 50 % по сравнению с решением уравнений Навье — Стокса. При таком подходе тепловой поток значительно меньше, что является недопустимым для предварительной оценки.

Вывод формулы для расчета относительного теплового потока. Рассмотрим выпуклое затупленное тело, условная схема которого приведена на рис. 2. Запишем уравнения в системе координат, в которой ось OX направлена вдоль образующей тела, ось OY — по нормали к телу; $\delta(x)$ — толщина пограничного слоя; σ — угол наклона касательной.

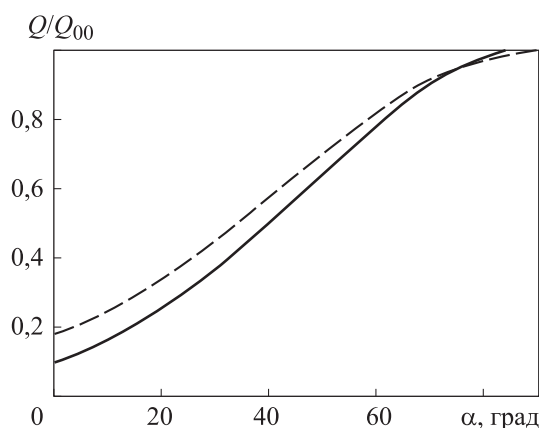
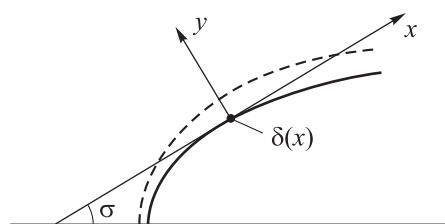


Рис. 1. Распределение теплового потока на эллипсоиде с отношением полуосей $b/a = 3/2$, полученное по формуле (5) из [14] (—) и по решению уравнений Навье — Стокса (---); α — центральный угол сферы

Рис. 2. Условная схема выпуклого затупленного тела



Представим тепловой поток в удобном для преобразований виде. Для пограничного слоя уравнение движения имеет вид:

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{dP}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right).$$

На «стенке» ($y = 0$) выполняется условие прилипания: $u = v = 0$, тогда

$$\frac{dP}{dx} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right).$$

Перейдем в новую систему координат $(x, y) \rightarrow (x, \eta)$, чтобы вывести функцию вязкости из-под знака производной:

$$\eta = \frac{\int_0^y \frac{\mu_1(x)}{\mu} dy}{\int_0^{\delta(x)} \frac{\mu_1(x)}{\mu} dy}, \quad \int_0^{\delta(x)} \frac{\mu_1(x)}{\mu} dy = \delta_1(x); \quad \eta = \frac{\int_0^y \frac{\mu_1(x)}{\mu} dy}{\delta_1(x)}.$$

В новой системе координат получим

$$\frac{dP}{dx} = \frac{\mu_1}{\mu_0 \delta_1} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\mu_1}{\delta_1} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right).$$

Здесь индекс 0 соответствует параметрам на «стенке», 1 — на границе пограничного слоя.

Запишем уравнение Эйлера на границе пограничного слоя:

$$-\rho_1 u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} = \frac{dP}{dx},$$

поскольку $\frac{\partial u}{\partial y} = 0$ (условие гладкого сопряжения газа в пограничном слое). Тогда

$$-\rho_1 u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} = \frac{dP}{dx} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\mu_1^2}{\delta_1^2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} \right)_0. \quad (1)$$

Полагаем, что рассматривается обтекание выпуклых тел и безотрывное течение, поэтому с увеличением x давление P уменьшается:

$$\frac{dP}{dx} < 0 \Rightarrow \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} \right)_0 < 0.$$

По определению теплового потока

$$Q = \frac{\mu_0}{Pr} \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)_0 = \frac{1}{Pr} \frac{\mu_1}{\delta_1} \left(\frac{\partial h}{\partial \eta} \right)_0.$$

Из выражения (1) получаем

$$\frac{\mu_1}{\delta_1} = \sqrt{\frac{-\rho_1 u_1 \frac{du_1}{dx} \mu_0}{\left(\frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} \right)_0}} = \sqrt{\rho_1 \frac{du_1}{dx} \mu_0} \sqrt{-\frac{u_1}{\left(\frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} \right)_0}},$$

тогда

$$Q = \sqrt{-\frac{u_1}{\left(\frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} \right)_0}} \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial h}{\partial \eta} \right)_0 \sqrt{\rho_1 \frac{du_1}{dx} \mu_0}.$$

Обозначим

$$\varphi(x) = \sqrt{-\frac{u_1}{\left(\frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2}\right)_0} \frac{1}{\text{Pr}} \left(\frac{\partial h}{\partial \eta}\right)_0}$$

и запишем

$$Q = \varphi(x) \sqrt{\rho_1 \frac{du_1}{dx} \mu_0}.$$

Учитывая, что $dx = -R(\sigma) d\sigma$, где $R(\sigma)$ — радиус кривизны образующей тела, получаем, что тепловой поток можно представить в виде

$$Q = \varphi(\sigma) \left(-\frac{\rho_1(\sigma)}{R(\sigma)} \frac{du_1}{d\sigma} \mu_0(\sigma) \right)^{1/2}.$$

Отметим, что $\varphi(\sigma)$ — функция, имеющая размерность.

Примем, что температура холодной стенки является постоянной величиной (т. е. μ_0 также не меняется).

За основу формирования $\varphi(\sigma)$ примем как гипотезу, однако требующую дальнейшей проверки путем сравнения с численными решениями, следующее отношение:

$$\frac{\varphi(\sigma)}{\varphi(\pi/2)} = \left(1 + \sin \left(\left(\frac{\pi}{2} - \sigma \frac{\pi}{180} \right)^2 \sqrt{\sigma_k \frac{\pi}{180}} \right) \right) \times \\ \times \left(\frac{h_1}{H} + 0,44 \left| \text{sign} \left(1 - \frac{R(\sigma)}{R(\pi/2)} \right) \right| \left(1 - \frac{h_1}{H} \right) \right)^{(b/a)^2}.$$

Эта гипотеза основана на предположении о том, что в качестве $\varphi(\sigma)$ можно использовать определяющую энтальпию [15].

При выявлении различия геометрии рассматриваемых тел учитывается квадрат отношения радиуса сечения миделя к расстоянию от точки торможения до этого сечения $(b/a)^2$ и угол наклона касательной σ_k в конечном сечении миделя тела по отношению к набегающему потоку. Например, для сферы и эллипсоидов $\sigma_k = 0$. Для случая сферы запишем, что

$$\left(\frac{b}{a} \right)^2 = 1 \text{ и } \left| \text{sign} \left(1 - \frac{R(\sigma)}{R(90^\circ)} \right) \right| = 0, \text{ т. е. } \frac{\varphi(\sigma)}{\varphi(90^\circ)} = \frac{h_1}{H}.$$

Тогда относительный тепловой поток можно представить так:

$$\frac{Q}{Q_{00}} = \frac{\varphi(\sigma) \left(-\frac{\rho_1(\sigma)}{R(\sigma)} \frac{du_1}{d\sigma}(\sigma) \right)^{1/2}}{\left(\varphi(\sigma) \left(-\frac{\rho_1(\sigma)}{R(\sigma)} \frac{du_1}{d\sigma}(\sigma) \right)^{1/2} \right)_{\sigma = \pi/2}}. \quad (2)$$

Для расчета параметров, входящих в (2), используются следующие соотношения:

$$\frac{u_1^2(\sigma)}{H} = 2(1 - \bar{h}_1(\sigma)); \quad \frac{\rho_1(\sigma)}{\rho_1(\pi/2)} = \left(\frac{P(\sigma)}{P_0'} \right)^{1/\gamma}; \quad \bar{h}_1 = \frac{h_1(\sigma)}{H} = \left(\frac{P(\sigma)}{P_0'} \right)^{(\gamma-1)/\gamma}.$$

Значения давления рассчитываем по формулам повышенной точности для затупленных тел [16–18], а также получаем из расчетов обтекания в невязкой постановке.

Если входящие в уравнение (2) производные аппроксимировать с помощью центральных разностей, то можно получить

$$\frac{Q(\sigma)}{Q_{00}} = \frac{\varphi(\sigma)}{\varphi(\pi/2)} \times \left[\frac{\left(\frac{P(\sigma)}{P_0'} \right)^{1/\gamma} \left(\frac{R(\pi/2)}{R(\sigma)} \right) \times \left[1 - \left(\frac{P(\sigma - \Delta\sigma)}{P_0'} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} \right]^{1/2} - \left[1 - \left(\frac{P(\sigma + \Delta\sigma)}{P_0'} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} \right]^{1/2}}{2 \left[1 - \left(\frac{P(\pi/2 - \Delta\sigma)}{P_0'} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} \right]^{1/2}} \right]. \quad (3)$$

Результаты. Примеры распределения тепловых потоков на сфере и других телах вращения, полученные по (3) (сплошные кривые), приведены на рис. 3. Там же приведены распределения тепловых потоков по численному решению уравнений Навье — Стокса и пограничного слоя (штриховая) [19, 20]. Кривые 1 соответствуют распределению теплового потока на сфере; решение уравнений Навье — Стокса соответствует режиму обтекания при числах Маха $M_\infty = 4,11$, Рейнольдса $Re_\infty = 500$, Прандтля $Pr = 0,72$, отношении постоянной температуры стенки к температуре торможения $T_w = 0,25$. Кривые 2 и 3 соответствуют распределению теп-

лового потока на эллипсоиде с отношением полуосей, равным 1/2 и 3/2; решение уравнений Навье — Стокса соответствует режиму обтекания при $M_\infty = 10$, $Re_\infty = 1000$, $Pr = 0,75$, $T_w = 0,16$. Кривые 4 соответствуют распределению теплового потока на эллипсоиде с отношением полуосей, равным 2; решение уравнений ламинарного пограничного слоя соответствует режиму обтекания при $M_\infty = 10$, $T_\infty = 260$ К, $Pr = 0,7$, $T_w = 0,05$. Кривые 5 соответствуют распределению теплового потока на параболоиде; решение уравнений Навье — Стокса соответствует режиму обтекания при $M_\infty = 10$, $Re_\infty = 1000$, $Pr = 0,75$, $T_w = 0,16$.

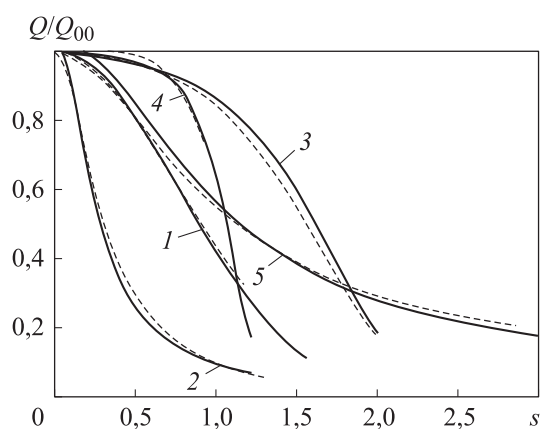


Рис. 3. Распределение теплового потока на сфере (1), эллипсоиде с соотношением полуосей 1/2 (2), 3/2 (3), 2 (4), параболоиде (5); s — длина дуги образующей

Получено, что максимальная относительная погрешность формулы (3) не более 18 %, при этом средняя относительная погрешность менее 8 % для всех вариантов.

Заключение. Использование предложенных аналитических зависимостей для определения ламинарных относительных тепловых потоков с достаточно приемлемой точностью позволяет провести предварительные оценки указанных параметров, что является весьма важным и актуальным на ранних этапах проектирования и не требует серьезных временных затрат, как в случае численного решения уравнений Навье — Стокса.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Димитриенко Ю.А., Коряков М.Н., Захаров А.А. Применение метода RKDG для численного решения трехмерных уравнений газовой динамики на неструктурированных сетках. *Математическое моделирование и численные методы*, 2015, № 4, с. 75–91.

- [2] Berger K., Greene F., Kimmel R., et al. Aerothermodynamic testing and boundary-layer trip sizing of the HIFire flight 1 vehicle. *JSR*, 2009, vol. 46, no. 2, pp. 473–480. DOI: <https://doi.org/10.2514/1.43927>
- [3] Toro E.F. *Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics*. Heidelberg, Springer, 2009.
- [4] Землянский Б.А., ред. *Конвективный теплообмен летательных аппаратов*. М., ФИЗМАТЛИТ, 2014.
- [5] Gross A., Fasel H.F. High-order-accurate numerical method for complex flows. *AAIA J.*, 2008, vol. 46, no. 1, pp. 204–214. DOI: <https://doi.org/10.2514/1.22742>
- [6] Горский В.В., ред. *Математическое моделирование тепловых и газодинамических процессов при проектировании летательных аппаратов*. М., Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011.
- [7] Белоцерковский О.М., Андрущенко В.А., Шевелев Ю.Д. *Динамика пространственных вихревых течений в неоднородной атмосфере*. М., Янус-К, 2000.
- [8] Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. *Вычислительная гидромеханика и теплообмен*. М., Мир, 1990.
- [9] Ширази С.А., Трумен К.Р. Сравнение алгебраических моделей турбулентности на примере расчета с помощью параболизированных уравнений Навье — Стокса сверхзвукового обтекания конуса со сферическим носком. *Аэрокосмическая техника*, 1990, № 10, с. 69–81.
- [10] Горский В.В., Локтионова А.Г. Теплообмен и трение в тонком воздушном ламинарном пограничном слое над поверхностью полусферы. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2020, № 2 (131), с. 17–33. DOI: <http://dx.doi.org/10.18698/0236-3941-2020-2-17-33>
- [11] Покровский А.Н., Фролов Л.Г. Приближенные зависимости для определения давления на поверхности сферы или цилиндра при произвольном числе Маха набегающего потока. *Изв. АН СССР, Механика жидкости и газа*, 1985, № 2, с. 185–188.
- [12] Котенев В.П. Точная зависимость для определения давления на сфере при произвольном числе Маха сверхзвукового набегающего потока. *Математическое моделирование*, 2014, т. 26, № 9, с. 141–148. EDN: TFRUWV
- [13] Горский В.В., Локтионова А.Г. Моделирование теплообмена и трения в тонком воздушном ламинарно-турбулентном пограничном слое над поверхностью полусферы. *Математическое моделирование и численные методы*, 2019, № 2, с. 51–67. EDN: UEEDIW
- [14] Котенев В.П., Сысенко В.А. Моделирование теплообмена на поверхности сферы в потоке газа. *Математическое моделирование и численные методы*, 2023, № 2, с. 90–99. EDN: HWBWIL
- [15] Лунёв В.В. *Течение реальных газов с большими скоростями*. М., ФИЗМАТЛИТ, 2007.

[16] Котенев В.П., Сысенко В.А. Аналитические формулы повышенной точности для расчета распределения давления на поверхности выпуклых затупленных тел вращения произвольного очертания. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 1, с. 68–82. EDN: STHGBD

[17] Котенев В.П. Определение положения звуковой точки на поверхности затупленного тела. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2011, Спец. выпуск «Математическое моделирование», с. 150–153. EDN: OXNCZH

[18] Котенев В.П., Сысенко В.А. Метод быстрой оценки параметров на поверхности затупленных тел, обтекаемых сверхзвуковым потоком, с учетом равновесных физико-химических превращений. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, № 7. DOI: <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2013-7-840>

[19] Брыкина И.Г., Сахаров В.И. Сравнение приближенных аналитических и численных решений для тепловых потоков при сверхзвуковом обтекании тел вязким газом. *Изв. АН СССР, Механика жидкости и газа*, 1996, № 1, с. 125–132.

[20] Башкин В.А., Колина Н.П. Ламинарный пограничный слой на эллипсоидах вращения. *Изв. АН СССР, Механика жидкости и газа*, 1966, № 6, с. 152–156.

Котенев Владимир Пантелеевич — д-р техн. наук, главный специалист АО «ВПК «НПО машиностроения» (Российская Федерация, 143960, Московская обл., г. Реутов, ул. Гагарина, д. 33).

Реш Владислава Георгиевна — канд. техн. наук, старший научный сотрудник АО «ВПК «НПО машиностроения» (Российская Федерация, 143960, Московская обл., г. Реутов, ул. Гагарина, д. 33).

Сысенко Валентина Алексеевна — канд. техн. наук, старший научный сотрудник АО «ВПК «НПО машиностроения» (Российская Федерация, 143960, Московская обл., г. Реутов, ул. Гагарина, д. 33).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Котенев В.П., Реш В.Г., Сысенко В.А. Моделирование тепловых потоков, подводимых к поверхности выпуклых затупленных тел вращения в сверхзвуковом потоке газа. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2024, № 2 (149), с. 109–120. EDN: SPXFBV

**SIMULATING HEAT FLOWS SUPPLIED TO THE SURFACE
OF A BLUNT CONVEX ROTATION BODY
IN THE SUPERSONIC GAS FLOW**

V.P. Kotenev

v.p.kotenev@vpk.npomash.ru

V.G. Resh

V.A. Sysenko

v.a.sysenko@vpk.npomash.ru

JSC “MIC “NPO Mashinostroyenia”, Reutov, Moscow Region, Russian Federation

Abstract

The paper presents analytical dependencies making it possible to determine the laminar relative heat flow supplied to the surface of a blunt rotation body flown around by the supersonic gas flow. Since solving the corresponding Navier — Stokes or boundary layer equations requires serious time effort, obtaining such dependencies becomes an important tool in preliminary estimation of the heat flow significant parameters. The currently existing approximate formulas were obtained primarily for the spherical bluntness. In the case of studying the gas flow around ellipsoids, paraboloids and other convex surfaces, the local spheres rule is applied, when the heat flow on the body is accepted to be the same as on the sphere with the angles of the flow meeting the body surface and the sphere under consideration coincide. This approach often produces an error unacceptable in the engineering calculations. This is because formulas for the sphere were obtained based on a large number of simplifications. The obtained dependence is not limited to the spherical noses and was obtained for the case of a cold wall and large values of the Reynolds number. By comparing with the numerical solutions, the paper shows that the obtained dependence perfectly describes relative heat flow to the wall. The data obtained makes it possible to assess the heat flow values that are critical for a product at the early design stages

Keywords

Heat flow, boundary layer, axisymmetric gas flow, sound point

Received 05.04.2024

Accepted 22.04.2024

© Author(s), 2024

REFERENCES

- [1] Dimitrienko Yu.A., Koryakov M.N., Zakharov A.A. Application of RKDG method for computational solution of three-dimensional gas-dynamic equations with non-structured grids. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody* [Mathematical Modeling and Computational Methods], 2015, no. 4, pp. 75–91 (in Russ.).
- [2] Berger K., Greene F., Kimmel R., et al. Aerothermodynamic testing and boundary-layer trip sizing of the HIFire flight 1 vehicle. *JSR*, 2009, vol. 46, no. 2, pp. 473–480. DOI: <https://doi.org/10.2514/1.43927>
- [3] Toro E.F. *Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics*. Heidelberg, Springer, 2009.
- [4] Zemlyanskiy B.A., ed. *Konvektivnyy teploobmen letatelnykh apparatov* [Convective heat transfer of aircraft]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 2014.
- [5] Gross A., Fasel H.F. High-order-accurate numerical method for complex flows. *AAIA J.*, 2008, vol. 46, no. 1, pp. 204–214. DOI: <https://doi.org/10.2514/1.22742>

- [6] Gorskiy V.V., ed. *Matematicheskoe modelirovanie teplovykh i gazodinamicheskikh protsessov pri proektirovanii letatelnykh apparatov* [Mathematical modeling of heat and gas dynamic processes in aircraft design]. Moscow, BMSTU Publ., 2011.
- [7] Belotserkovskiy O.M., Andrushchenko V.A., Shevelev Yu.D. *Dinamika prostranstvennykh vikhrevykh techeniy v neodnorodnoy atmosfere* [Dynamic of spatial turbulence flow in nonuniform atmosphere]. Moscow, Yanus-K Publ., 2000.
- [8] Anderson D.E., Tannehill J.C., Pletcher R.H. *Computational fluid mechanics and heat transfer*. Washington, Hemisphere, 1984.
- [9] Shirakhi S.A., Trumen K.R. Comparison of algebraic turbulence models using parabolized Navier — Stokes equations for supersonic flow of cone with spherical head. *Aerokosmicheskaya tekhnika*, 1990, no. 10, pp. 69–81 (in Russ.).
- [10] Gorskiy V.V., Loktionova A.G. Heat transfer and friction in a thin air laminar boundary layer over semi-sphere surface. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Mechanical Engineering*, 2020, no. 2 (131), pp. 17–33 (in Russ.). DOI: <http://dx.doi.org/10.18698/0236-3941-2020-2-17-33>
- [11] Pokrovskiy A.N., Frolov L.G. Approximate relationships for the determination of the pressure on the surface of a sphere or cylinder with an arbitrary Mach number in the free stream. *Fluid Dyn.*, 1985, vol. 20, no. 2, pp. 329–332. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01091054>
- [12] Kotenev V.P. Accurate dependence for determining the pressure distribution on a sphere at an arbitrary Mach number of a supersonic incoming flow. *Matematicheskoe modelirovanie* [Mathematical Modeling], 2014, vol. 26, no. 9, pp. 141–148 (in Russ.). EDN: TFRUWV
- [13] Gorskiy V.V., Loktionova A.G. Heat exchange and friction in a thin air laminar-turbulent boundary layer over a hemisphere surface. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody* [Mathematical Modeling and Computational Methods], 2019, no. 2, pp. 51–67 (in Russ.). EDN: UEEDIW
- [14] Kotenev V.P., Sysenko V.A. Heat transfer modeling on the surface of a sphere in a gas flow. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody* [Mathematical Modeling and Computational Methods], 2023, no. 2, pp. 90–99 (in Russ.). EDN: HWBWIL
- [15] Lunev V.V. *Techenie realnykh gazov s bolshimi skorostyami* [Real gas flows with high velocities]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 2007.
- [16] Kotenev V.P., Sysenko V.A. Analytical formula with improved accuracy for calculating pressure distribution on the surface of convex, blunt rotation bodies of arbitrary shape. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody* [Mathematical Modeling and Computational Methods], 2014, no. 1, pp. 68–82 (in Russ.). EDN: STHGBD
- [17] Kotenev V.P. Determining the position of a sound point on the surface of a blunted body. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*, 2011, spec. iss. “Mathematical Modeling”, pp. 150–153 (in Russ.). EDN: OXNCZH
- [18] Kotenev V.P., Sysenko V.A. Method of quick parameters estimation on the smooth blunt body surface with equilibrium physical and chemical conversion. *Inzhenernyy zhurnal*

nal: nauka i innovatsii [Engineering Journal: Science and Innovation], 2013, no. 7 (in Russ.). DOI: <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2013-7-840>

[19] Brykina I.G., Sakharov V.I. Comparison of approximate analytical and numerical solutions for heat fluxes in viscous supersonic flow past a body. *Fluid Dyn.*, 1996, vol. 31, no. 1, pp. 107–113. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF02230754>

[20] Bashkin V.A., Kolina N.P. Laminar boundary layer on ellipsoids of revolution. *Fluid Dyn.*, 1966, vol. 1, no. 6, pp. 99–101. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01022292>

Kotenev V.P. — Dr. Sc. (Eng.), Main Expert, JSC “MIC “NPO Mashinostroyenia” (Gagarina ul. 33, Reutov, Moscow Region, 143960 Russian Federation).

Resh V.G. — Cand. Sc. (Eng.), Senior Researcher Fellow, JSC “MIC “NPO Mashinostroyenia” (Gagarina ul. 33, Reutov, Moscow Region, 143960 Russian Federation).

Sysenko V.A. — Cand. Sc. (Eng.), Senior Researcher Fellow, JSC “MIC “NPO Mashinostroyenia” (Gagarina ul. 33, Reutov, Moscow Region, 143960 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Kotenev V.P., Resh V.G., Sysenko V.A. Simulating heat flows supplied to the surface of a blunt convex rotation body in the supersonic gas flow. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Mechanical Engineering*, 2024, no. 2 (149), pp. 109–120 (in Russ.). EDN: SPXFBV