

АЛГОРИТМ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО РАСЧЕТА АСИММЕТРИЧНЫХ КОНУСОВ МЕТОДОМ ЛОКАЛЬНЫХ КЛИНЬЕВ И КОНУСОВ

В.В. Горский^{1,2}

М.Ю. Бродский¹

m.yu.brodskij@vpk.npomash.ru

¹ АО «ВПК «НПО машиностроения», г. Реутов, Московская обл.,
Российская Федерация

² МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Исследования, связанные с изменением формы тела, движущегося в плотных слоях атмосферы Земли с большой скоростью, сопряжены с необходимостью рассмотрения целой совокупности задач, не имеющих строгого физико-математического описания. Для решения задач такого рода приходится использовать полуэмпирические подходы, апробированные на фундаментальных экспериментальных данных, полученных в достаточно широком диапазоне изменения определяющих факторов на моделях, характеризующихся, как правило, предельно простой картиной обтекания газовым потоком. Применение указанного математического описания в реальных условиях эксплуатации характеризуется необходимостью проведения исследований процессов газодинамики и теплообмена в трехмерной постановке при сочетании со сложным характером их протекания, обуславливающих изменение формы тела, что вызывает серьезные проблемы, связанные со строгим решением данной комплексной взаимно сопряженной задачи. Как следствие, существует большое число публикаций, посвященных приближенным методам расчета пространственного обтекания тел газовым потоком, которые используются для вычисления интенсивности конвективного теплообмена. Подробно изложен алгоритм решения задачи пространственного обтекания затупленных конусов методом локальных клиньев и конусов

Ключевые слова

Задачи пространственного обтекания, ламинарно-турбулентный теплообмен, пограничный слой, метод локальных клиньев и конусов

Поступила 03.02.2022

Принята 28.05.2022

© Автор(ы), 2023

Введение. Качественное решение задачи о невязком обтекании асимметричного конуса набегающим на него потоком газа может быть получено в рамках численного решения трехмерных уравнений Эйлера, однако такой метод расчета сопряжен с большой трудоемкостью вычислений.

Наибольшая проблематичность использования указанного метода решения рассматриваемой задачи имеет место при комплексном сопряженном расчете обтекания, нагрева и изменения формы конуса в процессе его движения в плотных слоях атмосферы Земли, а решение задач такого рода в настоящее время является актуальным [1].

Интенсивность конвективного теплообмена неразрывно связана с распределением давления на поверхности тела. Наиболее полно проблемы, связанные с построением численного решения трехмерных уравнений пограничного слоя, проанализированы в [2].

В качестве первого приближения к решению трехмерных уравнений пограничного слоя можно рассматривать их осесимметричную аналогию [3, 4], при этом, кроме распределения давления по поверхности, необходимо знать невязкие линии тока либо компоненты вектора скорости на поверхности тела [5].

Если распределение давления по поверхности трехмерного тела известно, то компоненты скорости на поверхности можно рассчитать. В методах решения этой задачи, предлагаемых ранее [6, 7], используются поверхностные системы координат (СК), в которых расчет коэффициентов Ламе представляет самостоятельную и достаточно сложную задачу [8].

В то же время для инженерных методов решения комплексных взаимно сопряженных задач обтекания, нагрева и обгара тел интерес представляет использование ряда приближенных подходов, наиболее качественным из которых является применение метода локальных клиньев и конусов [9].

Для задач рассматриваемого типа в рамках этого метода на поверхности исходного конуса вводится семейство его образующих. Каждой образующей ставится в соответствие локальный круговой конус, для которого задача решается в двумерной постановке с применением численных или приближенных методов расчета.

Несмотря на кажущуюся простоту решения данной задачи методом локальных клиньев и конусов, его реализация сопряжена с целым рядом проблем, рассмотрению которых и посвящена настоящая работа.

Физико-математическая постановка задачи. Рассмотрим обтекание сверхзвуковым потоком воздуха высокоскоростного летательного аппарата (ВЛА), высокотемпературный фрагмент конструкции которого вы-

полнен в виде сферически затупленного осесимметричного конуса, изменяющего в процессе полета свою форму.

При этом используют декартову СК $OXYZ$, в которой:

- центр O расположен в критической точке конуса исходной формы;
- ось OX коллинеарна со строительной горизонталью ВЛА и направлена в сторону полета;
- ось OY направлена вертикально вверх по нормали к оси OX ;
- ось OZ дополняет декартову СК до правой СК.

На поверхности исходного конуса выделено семейство его образующих. Каждая образующая задана набором декартовых координат расчетных узлов \tilde{x} , \tilde{y} , значения которых изменяются с течением времени. Первая координата отсчитывается от центра СК $OXYZ$ в сторону заднего торца конуса, а вторая — задает удаление образующей конуса от его оси.

Начало вектора \vec{V} скорости полета ВЛА совмещено с центром декартовой СК $OXYZ$, а его положение относительно этой системы характеризуется углом атаки α и углом скольжения β , α — угол между проекцией \vec{V}_{xy} вектора \vec{V} на плоскость OXY и осью OX ; β — угол между вектором \vec{V} и плоскостью OXY .

Положительное значение угла атаки α соответствует вектору \vec{V} , проекция \vec{V}_y которого на ось OY не совпадает с направлением этой оси.

В свою очередь положительное значение угла скольжения β соответствует вектору \vec{V} , проекция \vec{V}_z которого на ось OZ совпадает с направлением этой оси.

Формулы для расчета проекций на оси декартовой СК $OXYZ$ единичного вектора \vec{V}_g , равного $-\vec{V}$, имеют вид:

$$V_x = \cos \beta \cos \alpha; \quad V_y = \cos \beta \sin \alpha; \quad V_z = \sin \beta.$$

В конусе исходной формы дискретизирован набор различных полуплоскостей A_j , проходящих через его ось, в каждой j -й полуплоскости введена локальная ортогональная СК $OX_jY_jZ_j$. При этом принимается, что:

- ось конуса совпадает со строительной горизонталью ВЛА;
- суммарное число полуплоскостей равно N_ϕ ;
- в полуплоскости A_1 $y \leq 0 \wedge z = 0$;
- каждой полуплоскости соответствует расположенная в ней j -я образующая исходного конуса, геометрическая форма которой может изменяться с течением времени;

- ось OX_j направлена вдоль проекции $\vec{V}_{g,j}$ вектора \vec{V}_g на плоскость \mathbf{A}_j , ось OY_j направлена по нормали к оси OX_j в сторону j -й образующей, а ось OZ_j дополняет декартову СК до правой системы;
- полуплоскость \mathbf{A}_j получена путем поворота плоскости \mathbf{A}_1 вокруг оси OX_1 на угол φ_j ;
- вектор $\vec{V}_{g,j}$ пересекает ось OX_1 в точке с координатой x_C и отклонен от этой оси на локальный угол атаки $\tilde{\alpha}_j$.

Проекции вектора $\vec{V}_{g,j}$ на оси декартовой СК $OX_jY_jZ_j$ рассчитываются по формулам:

$$V_{j,x} = V_{1x};$$

$$V_{j,y} = V_{1y} \cos \varphi_j + V_{1z} \sin \varphi_j = \cos \beta \sin \alpha \cos \varphi_j + \sin \beta \sin \varphi_j;$$

$$V_{j,z} = -V_{1y} \sin \varphi_j + V_{1z} \cos \varphi_j = -\cos \beta \sin \alpha \sin \varphi_j + \sin \beta \cos \varphi_j.$$

Эффективный угол атаки j -й полуплоскости набегающим на ВЛА потоком воздуха рассчитывается так:

$$\tilde{\alpha}_j = \arcsin V_{j2} = \arcsin \theta (\cos \beta \sin \alpha \cos \varphi_j + \sin \beta \sin \varphi_j). \quad (1)$$

При выполнении условия $|\tilde{\alpha}_j \leq 10^{-6}|$ принимается, что $\tilde{\alpha}_j = 0$.

Методика расчета параметров невязкого обтекания образующей локального конуса. В предлагаемой методике используется изложенный в работе [1] инженерный подход к решению данной задачи, основанный на применении различных алгебраических соотношений на базе оптимальной аппроксимации результатов систематических численных решений двумерных уравнений Эйлера, полученных для сферически затупленных конусов с различными углами полураствора.

Принципиальным моментом является то обстоятельство, что одним (а зачастую, единственным) аргументом в этих алгебраических зависимостях является угол ϑ между касательной, проведенной к образующей конуса, и его осью.

Вследствие этого открывается возможность использования соотношений, предложенных для осесимметричных конусов и в данной задаче, если заменить в них угол ϑ углом ϑ_A между касательной, проведенной к j -й образующей локального конуса, и вектором $\vec{V}_{g,j}$, то можно получить

$$\vartheta_{A,j} = \vartheta_j + \tilde{\alpha}_j. \quad (2)$$

В соответствии с [1] для расчета давления p газа на j -й образующей конуса используется инженерная методика, в рамках которой на затуплении и боковой поверхности конуса применяются различные расчетные формулы.

Для затупленного локального конуса используется формула Лунёва [10]:

$$p_{j,i} = p_0 \left[1 - 0,017 \frac{\text{ctg}^2 \vartheta_{A,j,i}}{1 + \text{ctg}^2 \vartheta_{A,j,i}} + 0,235 \frac{\text{ctg}^6 \vartheta_{A,j,i}}{(1 + \text{ctg}^2 \vartheta_{A,j,i})^3} \right]. \quad (3)$$

Здесь i — номер расчетного узла на образующей конуса, а формула для расчета $\text{ctg} \vartheta_{A,j,i}$ в соответствии с формулой (2) имеет вид

$$\text{ctg} \vartheta_{A,j,i} = \frac{\cos \tilde{\alpha}_j \cos \vartheta_{j,i} - \sin \tilde{\alpha}_j \sin \vartheta_{j,i}}{\sin \tilde{\alpha}_j \cos \vartheta_{j,i} + \cos \tilde{\alpha}_j \sin \vartheta_{j,i}} = \frac{\text{ctg} \vartheta_{j,i} - \text{tg} \tilde{\alpha}_j}{1 + \text{ctg} \vartheta_{j,i} \text{tg} \tilde{\alpha}_j}. \quad (4)$$

В свою очередь на той части j -й образующей, которая отнесена к боковой поверхности локального конуса, применяется метод, который базируется на:

- результатах численного интегрирования двумерных уравнений Эйлера из [11], полученных для обтекания сферически затупленных конусов воздухом;

- использовании выборки из [11] табличных значений давления на боковой поверхности конуса, соответствующих допущению о равенстве показателя адиабаты величине $\gamma = 1,4$ во всей расчетной области, по полной совокупности углов полураствора конуса и числа Маха в набегающем потоке;

- получении оптимальных аппроксимационных зависимостей $p_{k,l}(x)$ для каждого сочетания k -го угла ϑ_k полураствора конуса и l -го значения десятичного логарифма числа Маха $\lg M_{\infty,l}$ в набегающем потоке в соответствии с предписанием метода наименьших квадратов [12] и с использованием одного из вариантов эвристического метода прямого поиска Хука — Дживса [13];

- применении в задаче оптимальной аппроксимации зависимости $p(x)$ формулы вида

$$p_{k,l}(x) = a_{1k,l} (\tilde{x} - \tilde{x}_1)^{a_{2k,l}}; \quad (5)$$

- расчете давления на j -й образующей конуса путем двумерной линейной интерполяции по аргументам ϑ , $\lg M_{\infty}$, выполненной примени-

тельно к результатам расчетов по формуле (5) для текущего значения угла ϑ_A (алгебраической суммы угла наклона касательной к образующей конуса и локального угла атаки полуплоскости, в которой она расположена, набегающим потоком воздуха).

Для расчета скорости течения газа на поверхности конуса применяется формула Бернулли:

$$u_i = \sqrt{2 h_{00} \left[1 - (p_i / p_0)^{(\gamma - 1) / \gamma} \right]}. \quad (6)$$

В формулах (5) и (6) обозначено: a_1 и a_2 — оптимальные аппроксимационные коэффициенты; \tilde{x}_1 — координата \tilde{x} первого расчетного узла, расположенного на оси конуса; h_{00} — энтальпия торможения в набегающем потоке воздуха; p_0 — давление торможения газа в критической точке конуса, рассчитанное с использованием давления за прямой ударной волной по уравнениям адиабаты Ренкина — Гюгонио в предположении, что показатель адиабаты γ соответствует воздуху, находящемуся в состоянии термодинамического равновесия, и формулы Рэля [10].

Наряду с изложенной инженерной методикой решения газодинамической задачи в рамках данного алгоритма допускается применение для каждой образующей результатов численного решения двумерных уравнений Эйлера [14], полученных с использованием соответствующей программы расчета. В частности, с этой целью могут применяться программы, используемые в процессе исследований, выполненных для осесимметричного обтекания конуса [15].

Методика уточненного расчета локальной точки торможения газового потока, набегающего на локальный конус. Решение задачи базируется на применении линейного закона изменения скорости газа по криволинейной координате s_j , отсчитываемой вдоль образующей конуса в окрестности локальной точки торможения набегающего потока с координатой $s_{j,C}$, под которой понимается точка, где скорость u_j невязкого течения газа равна нулю.

При этом соотношение, связывающее узловое значение $s_{j,i}$ координаты s с декартовыми координатами образующей конуса, имеет вид

$$s_{j,i} = \sum_{k=2}^i \sqrt{(x_{j,k} - x_{j,k-1})^2 + (y_{j,k} - y_{j,k-1})^2}, \quad x_{j1} = y_{j1} \equiv 0.$$

Применение такой постановки задачи ограничено достаточно малыми по модулю значениями эффективного угла атаки $\tilde{\alpha}_j$, которым соответству-

ет практически постоянное значение производной du_j/ds в окрестности локальной точки торможения газового потока s_{j0} . Далее эта производная обозначена как $u_{j,s}$.

Узловое значение скорости u_{j1} всегда больше или равно нулю, а знак производной $u_{j,s1}$ отрицателен при $\tilde{\alpha}_j > 0$ и положителен в противоположном случае. Зависимости $u(s, \tilde{\alpha})$, соответствующие обтеканию конуса с углом атаки 5° и нулевым углом скольжения, приведены на рис. 1. Значения скорости u и координаты s указаны в долях значений скорости V_∞ в набегающем потоке и радиуса сферического затупления конуса.

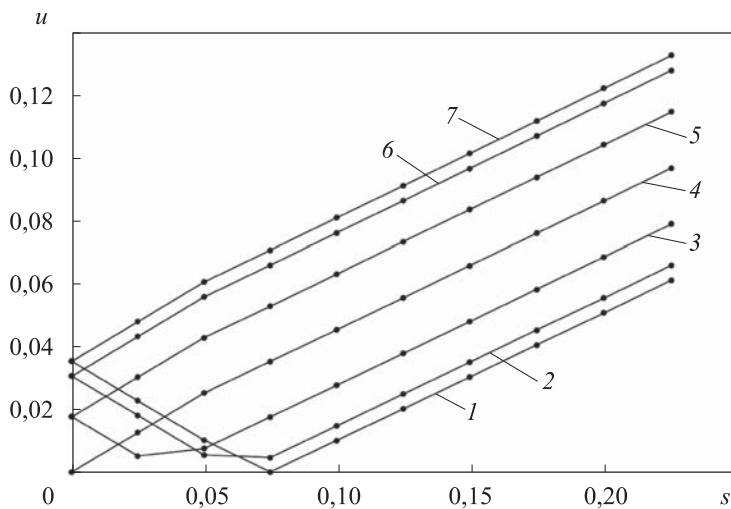


Рис. 1. Зависимости скорости газа от координаты s вблизи критической точки конуса:

1–7 — $\varphi = 0, 30, 60, 90, 120, 150$ и 180° соответственно

Поэтому при выполнении условия $\tilde{\alpha}_j < 0$ нулевому значению скорости u_j соответствует отрицательное значение s_{j0} , рассчитанное по формуле $s_{j0} = -u_{s1}/u_{j,s} < 0$.

При нулевом значении эффективного угла атаки имеет место тривиальное решение данной задачи вида $s_{j0} = 0$, а при положительном его значении выполняются следующие операции:

– в процессе цикла по номеру узла i фиксируется k -е минимальное значение, для которого выполняется условие $(u_{j,k} < u_{j,k-1}) \wedge (u_{j,k} < u_{j,k+1})$;

– расчет значения производной

$$u_{j,s} = (u_{j,k+3} - u_{j,k+2}) / (s_{j,k+3} - s_{j,k+2});$$

– расчет значения координаты $s_{j0} = s_{j,k+2} - u_{j,k+2} / u_{j,s}$ в точке торможения;

– корректировка ряда значений скорости $u_{j,i} = u_{j,s} (s_{j0} - s_{j,i})$, $i = \overline{1, k+1}$;

– если $s_{j0} > s_{j,k+1}$, то значение скорости $u_{j,k+1}$ пересчитывается по формуле $u_{j,k+1} = u_{j,s} (s_{j,k+1} - s_{j0})$.

Методика расчета коэффициента Ламе. Необходимым элементом расчета коэффициента Ламе c_{La} является наличие информации о точке C , расположенной на пересечении вектора скорости $\vec{V}_{g,j}$ с осью конуса. В рамках этого алгоритма получение информации зависит от локального угла атаки $\tilde{\alpha}_j$:

– если $\tilde{\alpha}_j > 0$, то значению координаты s_{j0} ставятся в соответствие значения координат x_{j0}, y_{j0} , и рассчитывается координата $x_{j,C}$ точки C по формуле $x_{j,C} = x_0 + y_0 \operatorname{ctg} \tilde{\alpha}_j$;

– если $\tilde{\alpha}_j = 0$, то $x_{j,C} = x_{j1}$;

– если $\tilde{\alpha}_j < 0$, то $x_{j,C} = x_{k,C}$, где k удовлетворяет условию $|\varphi_k - \varphi_j| = \pi$.

Наличие информации о локальном угле атаки и значении координаты $x_{j,C}$ позволяет рассчитать значение коэффициента Ламе c_{La} в i -м узле j -й образующей конуса (далее узел обозначается символом A).

Для этого требуется поставить в соответствие каждому узлу A , принадлежащему образующей этого конуса, узел B , расположенный на пересечении вектора $\vec{V}_{g,j}$ и перпендикуляра к нему, проходящего через узел A , что эквивалентно решению системы алгебраических уравнений:

$$y_B = (x_{j,C} - x_B) \operatorname{tg} \tilde{\alpha}_j;$$

$$y_B - y_A = (x_B - x_A) \operatorname{ctg} \tilde{\alpha}_j,$$

тогда

$$x_B = (x_{j,C} \operatorname{tg} \tilde{\alpha}_j + x_A \operatorname{ctg} \tilde{\alpha}_j - y_A) / (\operatorname{tg} \tilde{\alpha}_j + \operatorname{ctg} \tilde{\alpha}_j);$$

$$y_B = (x_{j,C} - x_B) \operatorname{tg} \tilde{\alpha}_j;$$

$$c_{La} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}. \quad (7)$$

Приведенная методика расчета коэффициента Ламе проиллюстрирована на примерах. Образующая конуса и расположение узлов A , B , C для локального угла атаки α показаны на рис. 2. Типичные зависимости коэффициента Ламе c_{La} от координаты s для образующих конуса, характеризующихся локальными углами атаки α различных знаков, приведены на рис. 3.

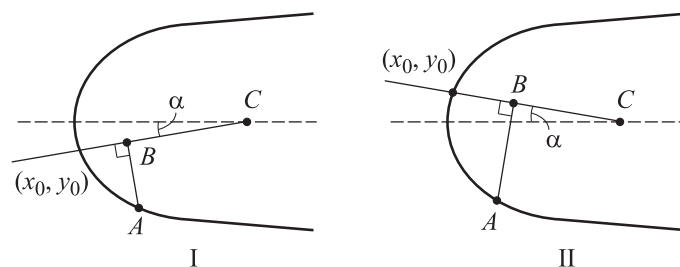


Рис. 2. Расположение характерных узлов A , B , C образующей конуса для положительного I и отрицательного II значений локальных углов атаки α

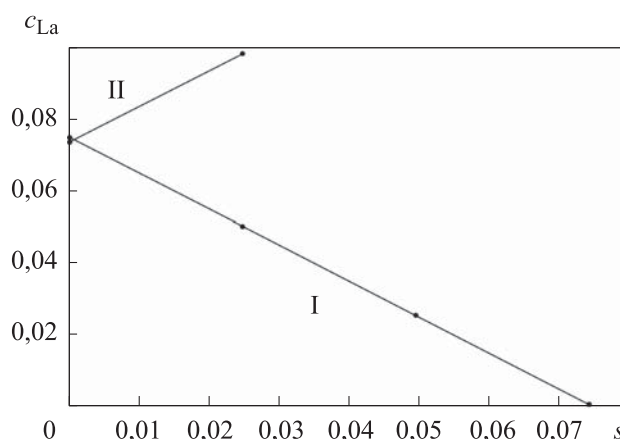


Рис. 3. Зависимости коэффициента Ламе c_{La} от координаты s для локальных углов атаки α (I и II — см. рис. 2)

Пример прикладного расчета тепловой защиты. В качестве примера использования методики проектирования выполнен расчет применительно к спуску тела в плотных слоях атмосферы Земли. Объект исследования — спуск в атмосфере Земли затупленного по сфере кругового конуса, у которого радиус затупления R_{sph} равен 0,04 м, угол полураствора конуса 7° ; длина высокотемпературного наконечника, изготовленного из углерод-углеродных композиционных материалов, $\sim 0,16$ м, длина корпуса с поверхностным слоем из углепластика 1 м; шероховатость стенки по отношению к усилению теплообмена и месторасположению переходной области составляет 20 и 50,1 мкм; эрозия углерода отсутствует.

Результаты исследования получены для параметров движения изделия, изменяющихся с течением времени, приведенных на рис. 4; здесь H , V , $\alpha \cdot 10$ — высота, скорость и умноженное на 10 значение угла атаки.

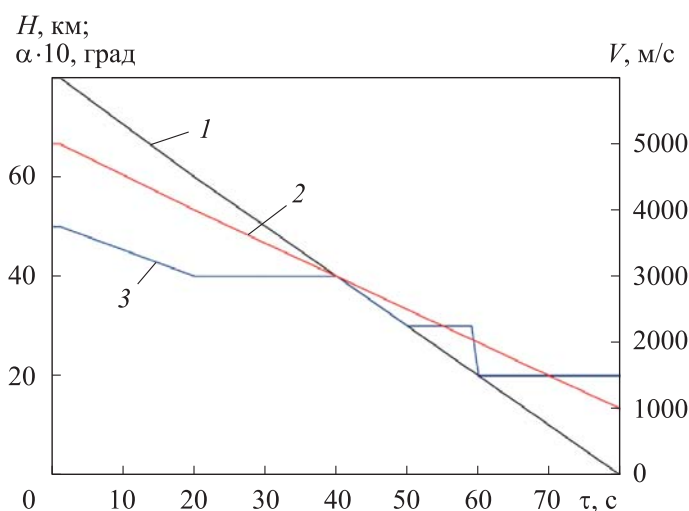


Рис. 4. Зависимости параметров движения H (1), V (2), $\alpha \cdot 10$ (3) ЛА от времени полета τ

Результаты расчетов, полученные для наветренной боковой и подветренной образующих конуса (для высоты полета 10 км), приведены на рис. 5–9. При этом на рис. 5 и 6 указаны данные по давлению и коэффициенту теплообмена, на рис. 7 и 8 — по температуре стенки и безразмерной массовой скорости абляции тепловой защиты, а на рис. 9 — по обгарным формам, кривой желтого цвета показана исходная форма конуса. Линейные размеры приведены в долях от R_{sph} .

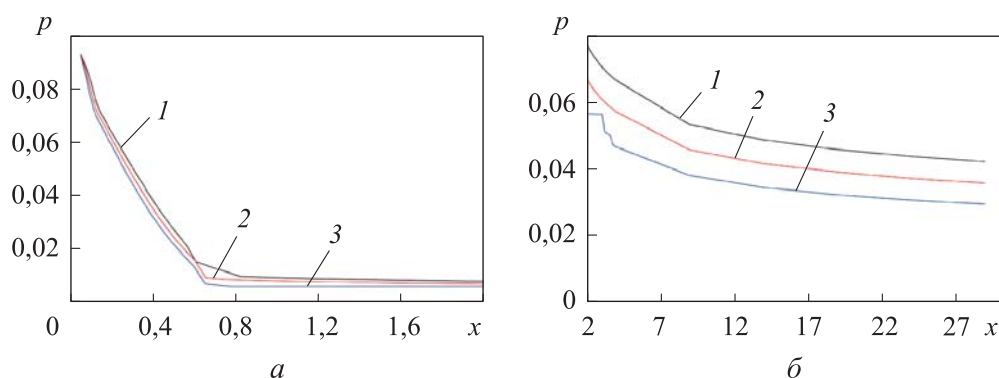


Рис. 5. Распределение безразмерного давления по наветренной боковой (а) и подветренной (б) образующим конуса (1, 2, 3 — см. рис. 4)

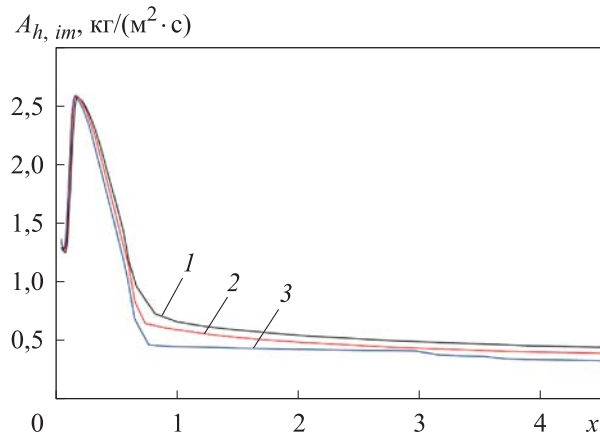


Рис. 6. Распределение коэффициента теплообмена на непроницаемой стенке по образующим конуса (1, 2, 3 — см. рис. 4)

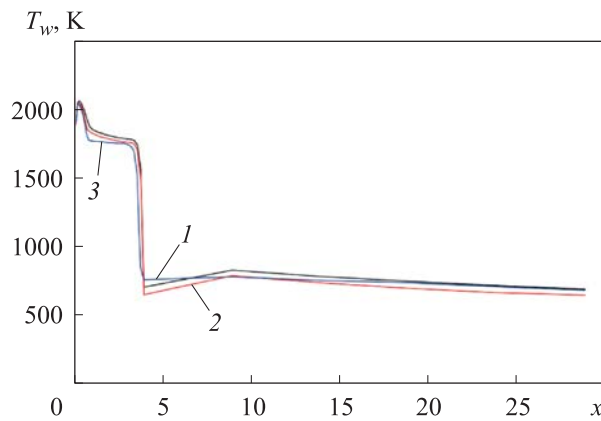


Рис. 7. Распределение температуры стенки по образующим конуса (1, 2, 3 — см. рис. 4)

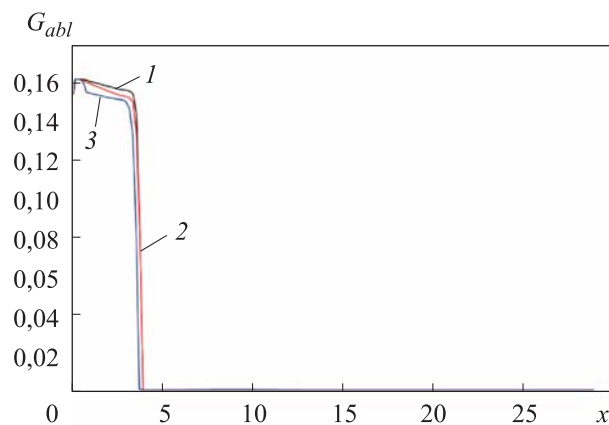


Рис. 8. Распределение безразмерной массовой скорости абляции тепловой защиты по образующим конуса (1, 2, 3 — см. рис. 4)

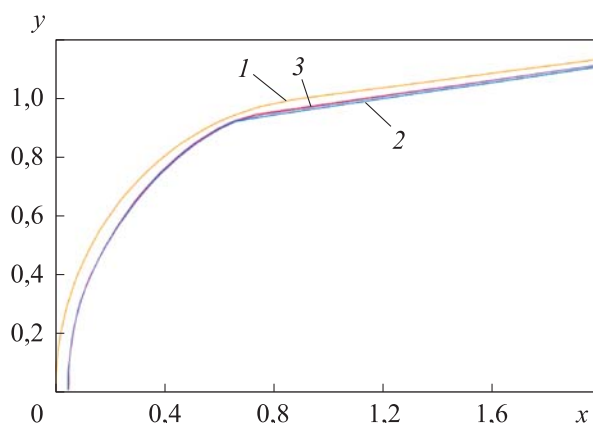


Рис. 9. Обгарная и исходная формы образующих конуса (1 — исходная форма конуса; 2, 3 — см. рис. 4)

Выводы. Сформулирована методика решения газодинамической задачи для затупленного асимметричного конуса методом локальных конусов, в рамках которой выполняется следующая последовательность операций.

1. Расчет локального угла атаки $\tilde{\alpha}_j$ по формуле (1).

2. Каждому i -му расчетному узлу образующей локального конуса ставятся в соответствие:

– криволинейная координата $s_{j,i}$ и котангенс угла наклона касательной к поверхности конуса $\text{ctg } \vartheta_i$, равный производной dx/du (по заданным декартовым координатам $x_{j,i}$ и $y_{j,i}$);

– котангенс суммы угла наклона касательной к поверхности конуса и локального угла атаки, найденный по формуле (4);

– давление газа, рассчитанное по формулам (3) или (5);

– скорость течения невязкого газа на поверхности конуса, определенная по формуле (6);

– энтальпия газа на стенке, полученная в термохимическом приближении и соответствующая значениям давления и температуры стенки;

– коэффициент Ламе c_{La} , рассчитанный по формуле (7).

3. Формирование значения $s_{j,C}$ координаты s_j , в котором $u_j = 0$, и соответствующего значения $x_{j,C}$ координаты x .

Решение задачи находят сначала для всех образующих конуса, которые в текущий момент времени характеризуются неотрицательными значениями локального угла атаки, и только затем — для остальных его образующих.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Горский В.В., ред. Математическое моделирование тепловых и газодинамических процессов при проектировании летательных аппаратов. М., Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011.
- [2] Шевелев Ю.Д. Трехмерные задачи теории ламинарного пограничного слоя. М., Наука, 1977.
- [3] Valio-Laurin R. Laminar heat transfer on three-dimensional blunt nosed bodies in hypersonic flow. *ARSJ*, 1959, vol. 29, no. 2, pp. 123–129. DOI: <https://doi.org/10.2514/8.4698>
- [4] Авдудевский В.С. Приближенный метод расчета трехмерного пограничного слоя на линии растекания. *Известия АН СССР. Механика и машиностроение*, 1962, № 2, с. 11–16.
- [5] Rakish J.V., Matter G.G. Calculation of metric coefficients for streamline coordinates. *AIAA J.*, 1972, vol. 10, no. 11, pp. 1538–1540. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.6659>
- [6] Майкапар Г.И. Вычисление линий тока по известному распределению давления на поверхности твердого тела. *ПММ*, 1964, т. 28, № 2, с. 381–382.
- [7] Лей Д.К., Росс Б.Б. Геометрия линий тока в трехмерном невязком гиперзвуковом течении. *Ракетная техника и космонавтика*, 1969, т. 7, № 1, с. 145–152.
- [8] Знаменский В.В., Зубарев А.В. Расчет конвективных тепловых потоков при трехмерном обтекании по заданному распределению давления. *Известия АН СССР. Механика жидкости и газа*, 1987, № 3, с. 160–167.
- [9] Лунёв В.В. Течение реальных газов с большими скоростями. М., ФИЗМАТЛИТ, 2007.
- [10] Лунёв В.В. Гиперзвуковая аэродинамика. М., Машиностроение, 1975.
- [11] Лунёв В.В., Магомедов К.М., Павлов В.Г. Гиперзвуковое обтекание притупленных конусов с учетом равновесных физико-химических превращений. М., Вычислительный центр АН СССР, 1968.
- [12] Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений. М., ФИЗМАТЛИТ, 1958.
- [13] Аоки М. Введение в методы оптимизации. М., Наука, 1977.
- [14] Знаменский В.В. О расчете конвективных тепловых потоков при трехмерном обтекании. *Космонавтика и ракетостроение*, 2006, № 3, с. 111–115.
- [15] Горский В.В. Теоретические основы расчета абляционной тепловой защиты. М., Научный мир, 2015.

Горский Валерий Владимирович (1936–2022) — д-р техн. наук, профессор, работал главным научным сотрудником АО «ВПК «НПО машиностроения» (Российская Федерация, 143966, Московская обл., г. Реутов, ул. Гагарина, д. 33); работал на кафедре «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Бродский Марк Юрьевич — аспирант, инженер-конструктор 3-й категории АО «ВПК «НПО машиностроения» (Российская Федерация, 143966, Московская обл., г. Реутов, ул. Гагарина, д. 33).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Горский В.В., Бродский М.Ю. Алгоритм газодинамического расчета асимметричных конусов методом локальных клиньев и конусов. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2023, № 1 (144), с. 22–37.

DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3941-2023-1-22-37>

**THE ALGORITHM OF GAS DYNAMIC CALCULATION
ON ASYMMETRIC CONES BY THE METHOD
OF LOCAL WEDGES AND CONES**

V.V. Gorskiy^{1,2}

M.Yu. Brodskiy¹

m.yu.brodskij@vpk.npomash.ru

¹ JSC “MIC “NPO Mashinostroyenia”, Reutov, Moscow Region,
Russian Federation

² Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

Studies related to alteration in the shape of a body moving in the dense layers of the Earth’s atmosphere at high speed are associated with the need to consider an entire set of problems having no strict physical and mathematical description. To solve problems of this kind, it becomes necessary to use semi-empirical approaches tested on fundamental experimental data obtained in a fairly wide range of determining factors on the models characterized, as a rule, by an extremely simple pattern of the gas flow. Introduction of this mathematical description in real operating conditions is characterized by the need to study the processes of gas dynamics and heat transfer in the three-dimensional formulation combined with the complex nature of their course. These processes determine alteration in the shape of a body causing serious problems associated with rigorous solution of this complex mutually conjugate problem. As a result, there appeared a large number of publications devoted to approximate methods for calculating the spatial flow around bodies by the gas flow used to calculate

Keywords

Problems of spatial flow, laminar turbulent heat transfer, boundary layer, method of local wedges and cones

intensity of the convective heat transfer. This article describes in detail the algorithm for solving the problem of spatial flow around blunt cones by the method of local wedges and cones

Received 03.02.2022

Accepted 28.05.2022

© Author(s), 2023

REFERENCES

- [1] Gorskiy V.V., ed. *Matematicheskoe modelirovanie teplovykh i gazodinamicheskikh protsessov pri proektirovanii letatelnykh apparatov* [Mathematical modeling of thermal and gas-dynamic processes in the design of aircraft]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2011.
- [2] Shevelev Yu.D. *Trekhmernye zadachi teorii laminarnogo pogrannichnogo sloya* [Three-dimensional problems of the theory of the laminar boundary layer]. Moscow, Nauka Publ., 1977.
- [3] Valio-Laurin R. Laminar heat transfer on three-dimensional blunt nosed bodies in hypersonic flow. *ARSJ*, 1959, vol. 29, no. 2, pp. 123–129. DOI: <https://doi.org/10.2514/8.4698>
- [4] Avduevskiy V.S. Approximate method for calculating a three-dimensional boundary layer on a spreading line. *Mekhanika i mashinostroenie*, 1962, no. 2, pp. 11–16 (in Russ.).
- [5] Rakish J.V., Matter G.G. Calculation of metric coefficients for streamline coordinates. *AIAA J.*, 1972, vol. 10, no. 11, pp. 1538–1540. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.6659>
- [6] Maykapar G.I. Calculation of current lines according to a known pressure distribution. *PMM*, 1964, vol. 28, no. 2, pp. 381–382 (in Russ.).
- [7] Ley D.K., Ross B.B. Geometry of current lines in a three-dimensional inviscid hypersonic flow. *Raketnaya tekhnika i kosmonavtika*, 1969, vol. 7, no. 1, pp. 145–152 (in Russ.).
- [8] Znamenskiy V.V., Zubarev A.V. Calculation of convective heat flows in three-dimensional flow over a given pressure distribution. *Izvestiya AN SSSR. Mekhanika zhidkosti i gaza*, 1987, no. 3, pp. 160–167 (in Russ.).
- [9] Lunev V.V. *Techenie realnykh gazov s bolshimi skorostyami* [Flow of real gases with high velocities]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 2007.
- [10] Lunev V.V. *Giperzvukovaya aerodinamika* [Hypersonic aerodynamics]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1975.
- [11] Lunev V.V., Magomedov K.M., Pavlov V.G. *Giperzvukovoe obtekanie prituplennykh konusov s uchetom ravnovesnykh fiziko-khimicheskikh prevrashcheniy* [Hypersonic flow around blunted cones taking into account equilibrium physico-chemical transformations]. Moscow, Vychislitelnyy tsentr AN SSSR Publ., 1968.
- [12] Linnik Yu.V. *Metod naimenshikh kvadratov i osnovy teorii obrabotki nablyudeniya* [The method of least squares and the basics of the theory of processing observations]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 1958.
- [13] Aoki M. *Introduction to optimization techniques*. Macmillan, 1971.
- [14] Znamenskiy V.V. On the calculation of convective heat flows in three-dimensional flow. *Kosmonavtika i raketostroenie* [Cosmonautics and Rocket Engineering], 2006, no. 3, pp. 111–115 (in Russ.).

[15] Gorskiy V.V. Teoreticheskie osnovy rascheta ablyatsionnoy teplovoy zashchity [Theoretical basis for calculating ablative thermal protection]. Moscow, Nauchnyy mir Publ., 2015.

Gorskiy V.V. (1936–2022) — Dr. Sc. (Eng.), Professor, worked at JSC “MIC “NPO Mashinostroyeniya” (Gagarina ul. 33, Reutov, Moscow Region, 143966 Russian Federation); worked at Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Brodskiy M.Yu. — Post-Graduate Student, Desing Engineer of the 3rd category, JSC “MIC “NPO Mashinostroyeniya” (Gagarina ul. 33, Reutov, Moscow Region, 143966 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Gorskiy V.V., Brodskiy M.Yu. The algorithm of gas dynamic calculation on asymmetric cones by the method of local wedges and cones. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Mechanical Engineering*, 2023, no. 1 (144), pp. 22–37 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3941-2023-1-22-37>