

КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН И ТРЕНИЕ В ТОНКОМ ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА НЕПРОНИЦАЕМОЙ БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЗАТУПЛЕННЫХ КОНУСОВ МАЛОГО УДЛИНЕНИЯ

В.В. Горский^{1,2}

А.Г. Саввина¹

vpk@vpk.npomash.ru

¹ АО «ВПК «НПО машиностроения», г. Реутов, Московская обл.,
Российская Федерация

² МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Качественное решение задачи о расчете конвективного теплообмена в ламинарно-турбулентном пограничном слое сопряжено с необходимостью численного интегрирования дифференциальных уравнений этого слоя, дополненных теми или иными полуэмпирическими моделями турбулентной вязкости, которые должны быть апробированы на результатах экспериментальных исследований, выполненных в условиях, обеспечивающих моделирование газодинамической картины обтекания тела газовым потоком. Для практических приложений важным является разработка относительно простых методов расчета, имеющих достаточно высокую точность. К настоящему времени наиболее широкое распространение для решения указанной задачи в авиационной и ракетно-космической технике получил простой метод эффективной длины, который, как утверждается, характеризуется удовлетворительной точностью. Однако это утверждение не является корректным при больших числах Рейнольдса на полусфере. В этих условиях существенно более высокое качество описания экспериментальных данных наблюдается в рамках полуэмпирических моделей расчета кажущейся турбулентной вязкости. Проанализирована возможность применения аналогичного подхода для боковой поверхности затупленного конуса малого удлинения. Приведено описание нового эффективного подхода к решению данной задачи, имеющего высокую точность и максимальную простоту при его использовании на практике. Результаты систематических расчетов, проведенных с применением этого метода, срав-

Ключевые слова

Конвективный теплообмен, трение, толщина потери импульса, пограничный слой

ниваются с аналогичными данными, полученными в рамках наиболее часто цитируемых подходов к решению данной задачи

Поступила 04.12.2020
Принята 05.02.2021
© Автор(ы), 2021

Введение. Как известно [1], все методики, используемые для расчета ламинарно-турбулентного теплообмена, базируются либо на интегральных методах типа метода эффективной длины, либо на применении тех или иных полуэмпирических моделей расчета «кажущейся» турбулентной вязкости при численном интегрировании дифференциальных уравнений ламинарно-турбулентного пограничного слоя или уравнений Навье — Стокса.

При этом все указанные методики базируются на применении набора констант, подобранных на базе согласования расчетных и экспериментальных данных, однако получение последних сопряжено с большими техническими трудностями.

В работе [1] показано, что для расчета теплообмена на боковых поверхностях конусов применение метода эффективной длины и различных методик численного интегрирования уравнений ламинарно-турбулентного пограничного слоя находится в удовлетворительном соответствии с результатами трубных экспериментов, проведенных при умеренных числах Рейнольдса.

Однако вопросам, связанным с сопоставлением расчетных и экспериментальных данных для градиентных течений газа, а также и для безградиентных течений газа с большими числами Рейнольдса, не уделено должного внимания. На это обстоятельство, в частности, обращено внимание в работе [2].

Отметим, что применению любых полуэмпирических методов расчета ламинарно-турбулентного теплообмена должна предшествовать их апробация на экспериментальных данных, полученных как минимум в условиях газодинамического моделирования исследуемого явления.

Для расчета обтекания полусферы сверхзвуковым газовым потоком эта задача решена в [2] на базе расчетно-теоретического анализа экспериментальных данных, опубликованных в [3, 4]. При этом показано, что использование метода эффективной длины и численного интегрирования уравнений ламинарно-турбулентного пограничного слоя в сочетании с полуэмпирической моделью турбулентной вязкости Себечи — Смита [5] сопряжено с примерно полуторакратным превышением результатов расчетных исследований относительно экспериментальных данных.

Для безградиентных течений газа сопоставление расчетных и экспериментальных данных по конвективному теплообмену, приведенное, в част-

ности, в работе [1] для боковых поверхностей затупленных конусов, ограничено случаем низких чисел Рейнольдса, что недостаточно с точки зрения практических приложений.

Важно подчеркнуть, что произвольные константы, используемые в полуэмпирических моделях турбулентности и установленные на базе соответствия расчетных и экспериментальных данных, в общем случае могут отличаться для случаев градиентных и безградиентных течений газа.

Так, в работе [6] в более широком диапазоне изменения чисел Рейнольдса, чем было рассмотрено в работе [1], приведено наиболее качественное описание экспериментальных данных в рамках той же полуэмпирической модели турбулентности, что и в работе [2], но уже при других значениях произвольных констант. Поэтому представляет значительный интерес проведение исследований конвективного теплообмена и трения в безградиентных течениях газа, выполненное в рамках различных расчетных подходов. Решению этой задачи и посвящена настоящая работа.

Метод решения задачи. Рассмотрим задачу течения газа над непроницаемой поверхностью конусов с различными углами полураствора в рамках численного интегрирования дифференциальных уравнений тонкого ламинарно-турбулентного пограничного слоя.

Расчеты проведены для радиуса сферического затупления конуса, равного 0,05 м, с углами полураствора θ , равными 0, 5, 10, 15 и 20°, в широком диапазоне изменения определяющих факторов:

- число Маха M_∞ в набегающем газовом потоке изменялось от 4 до 25;
- число Рейнольдса $Re_{\infty, L}$, рассчитанное по параметрам воздуха в набегающем потоке и характерному размеру тела L , в качестве которого принят радиус полусферы, изменялось от 10^6 до 10^8 ;
- энтальпийный фактор R_h , равный отношению энтальпии газа при температуре стенки к энтальпии торможения набегающего газового потока, изменялся в определенных пределах, нижняя граница которых соответствовала температуре 300 К, а верхняя граница менялась от 0,1 до 0,4 пропорционально числу Маха.

При этом:

- длина конуса равна 10, 7 и 5 радиусам его сферического затупления соответственно при значениях угла θ меньших, равных и больших 10°;
- расчет давления и скорости идеального газа на поверхности тела проведен в рамках численного решения уравнений Эйлера;
- использовано допущение о термодинамическом равновесии воздуха;

- расчет диффузионного массопереноса выполнен в рамках применения уравнений Стефана — Максвелла [7];
- в качестве функции межмолекулярной потенциальной энергии использован потенциал Леннарда — Джонса [7], а для расчета переносных свойств газовой смеси применен метод Гиршфельдера [7];
- использованы кинетические константы потенциала Леннарда — Джонса, установленные в работе [8] на базе обеспечения оптимального описания коэффициента динамической вязкости равновесного воздуха, рассчитанного в четвертом приближении теории Чепмена — Энскога;
- численное интегрирование уравнений ламинарно-турбулентного пограничного слоя проведено при единичном значении коэффициента перемежаемости;
- расчет турбулентной составляющей в коэффициенте динамической вязкости выполнен в рамках алгебраической модели Себечи — Смита [5], модифицированной в работах [2, 6] для случаев градиентного и безградиентного течения газа.

Широко используемые на практике литературные рекомендации [1] по расчету интенсивности турбулентного теплообмена на боковой поверхности конуса, основанные на аппроксимации результатов систематических расчетов, полученных в рамках метода эффективной длины, записываются в виде следующих простых зависимостей:

$$\Xi_h = \frac{St_h}{St_h^*} = 2,2 R_{\infty, Wa}^{-0,4} r^{-0,2} \frac{p u}{p_0 V_{\infty}}; \quad (1)$$

$$St_h^* = \frac{16,4}{\rho_{\infty} V_{\infty}} (V_{\infty} / 1000)^{1,25} (\rho_{\infty} / 9,806)^{0,8} L^{-0,2} (1 + R_h)^{-2/3}; \quad (2)$$

$$St_h = q_w / [(h_r - h_w) \rho_{\infty} V_{\infty}].$$

Здесь St_h и St_h^* — число Стантона по теплообмену в текущем узле на боковой поверхности конуса и его максимальное значение на поверхности тела в целом; $R_{\infty, Wa}$ — отношение плотностей в набегающем газовом потоке и за прямой ударной волной; r — удаление текущего узла на боковой поверхности конуса от его оси симметрии в калибрах от характерного линейного размера L конуса, в качестве которого выступает радиус его сферического затупления; p и p_0 — значения давления газа в текущем узле на боковой поверхности конуса и в его критической точке; u и V_{∞} — значения скорости течения идеального газа в текущем узле на боковой поверхности конуса и скорости в набегающем газовом потоке; ρ_{∞} — плотность в набе-

гающем потоке; q_w — удельный конвективный тепловой поток; h_r , h_w — энтальпия восстановления и энтальпия на стенке.

Отметим, что несмотря на кажущуюся простоту, эти формулы содержат в качестве исходных данных значительный объем информации о результатах строгого газодинамического расчета.

В работе [9] предложен подход к описанию теплообмена в ламинарно-турбулентном пограничном слое, основанный на выделении из суммарной тепловой нагрузки той его части, которая обусловлена турбулентными пульсациями в газе.

Следуя этому подходу, в [10, 11] предложены эффективные численные методы расчета конвективного теплообмена и трения в ламинарно-турбулентном пограничном слое на полусфере.

В настоящей работе аналогичный подход применен для боковой поверхности конуса, что свидетельствует о его достаточной степени универсальности.

Рассмотрим задачу построения зависимостей, оптимально аппроксимирующих результаты систематических численных решений уравнений ламинарно-турбулентного пограничного слоя на боковой поверхности конуса, для функций вида

$$\varphi_h = \frac{St_h - St_{h,L}}{(St_h - St_{h,L})^*}; \quad \varphi_f = \frac{St_f - St_{f,L}}{(St_f - St_{f,L})^*}; \quad St_f = \frac{\tau_w}{\mu \rho_\infty V_\infty^2}.$$

Здесь τ — напряжение трения, а индексы L и звездочка относятся соответственно к ламинарному режиму течения газа в пограничном слое к максимуму функции на поверхности тела в целом (аппроксимационные формулы для расчета функций с этими индексами приведены в [10, 11]).

На базе результатов, полученных в рамках исследований, выполненных при численном интегрировании уравнений ламинарно-турбулентного пограничного слоя по описанной методологии, с использованием метода наименьших квадратов [12], построены оптимальные аппроксимационные формулы для расчета функций φ_h и φ_f :

$$\varphi_{h,a} = \begin{cases} \zeta_{1,h} / s^{\zeta_{2,h}}, & M_\infty \geq 10; \\ \left[\zeta_{1,h} + \zeta_{3,h} (M_\infty - 10) \right] / s^{\zeta_{2,h} + \zeta_{4,h}(M - 10)}, & M_\infty < 10; \end{cases} \quad (3)$$

$$\varphi_{f,a} = \begin{cases} \zeta_{1,f} / s^{\zeta_{2,f}}, & M_\infty \geq 10; \\ \left[\zeta_{1,f} + \zeta_{3,f} (M_\infty - 10) \right] / s^{\zeta_{2,f} + \zeta_{4,f}(M - 10)}, & M_\infty < 10. \end{cases} \quad (4)$$

Эти зависимости построены с использованием одного из вариантов эвристического метода прямого поиска Хука — Дживса [13], а оптимальные значения аппроксимационных коэффициентов $\zeta_{i,k}$ и соответствующие их использованию максимальные δ_k и среднеквадратические σ_k погрешности в процентах приведены в табл. 1.

Таблица 1

**Значения аппроксимационных коэффициентов (3), (4)
и погрешностей, соответствующих их применению**

$\theta, ^\circ$	j	$\zeta_{1,j}$	$\zeta_{2,j}$	$\zeta_{3,j}$	$\zeta_{4,j}$	$\delta_k, \%$	$\sigma_k, \%$
0	h	0,294	0,681	0,0127	0,0940	26	13
	f	0,231	0,527	0	0	60	25
5	h	0,369	0,609	0,0152	0,0916	26	11
	f	0,286	0,411	0	0	50	22
10	h	0,475	0,515	0,0178	0,0916	27	9
	f	0,408	0,338	0	0	42	19
15	h	0,604	0,387	0,0330	0,0916	30	10
	f	0,464	0,132	0	0	32	16
20	h	0,853	0,157	0,0650	0,0916	39	16
	f	0,704	0,0449	0	0	38	15

Приведенные данные по параметрам теплообмена и трения для отличных от табличных значений угла полураствора конуса можно использовать путем интерполяции затабулированных численных значений.

Однако наряду с этим могут быть использованы приближенные формулы для расчета аппроксимационных коэффициентов $\zeta_{i,j}$ в функции угла полураствора конуса.

Например, при выполнении условия $\theta \leq 10^\circ$ для вычисления коэффициентов $\zeta_{i,h}$ можно рекомендовать формулы:

$$\begin{aligned} \zeta_{1,h} &= 0,475 + 0,015(\theta - 10); \quad \zeta_{2,h} = 0,5 - 0,02(\theta - 10); \\ \zeta_{3,h} &= 0,0178 + 0,0005(\theta - 10); \quad \zeta_{4,h} = 0,0916. \end{aligned} \quad (5)$$

В свою очередь, при выполнении условия $\theta > 10^\circ$ данная задача может быть решена с использованием следующих формул:

$$\begin{aligned} \zeta_{1,h} &= 0,475 + 0,004(\theta - 10)^2; \quad \zeta_{2,h} = 0,5 - 0,003(\theta - 10)^2; \\ \zeta_{3,h} &= 0,0178 + 0,0005(\theta - 10)^2; \quad \zeta_{4,h} = 0,0916. \end{aligned} \quad (6)$$

В табл. 2 приведено сопоставление погрешностей, соответствующих применению формулы (3), имеющей место при использовании оптимальных значений аппроксимационных коэффициентов, и их приближенных значений, рассчитанных по формулам (5) и (6), результаты сопоставления свидетельствуют о том, что применение предложенных приближенных формул характеризуется уровнем погрешностей, крайне незначительно уступающих результатам оптимизационного расчета.

Таблица 2

Сопоставление погрешностей (3), соответствующих различным подходам к расчету аппроксимационных коэффициентов

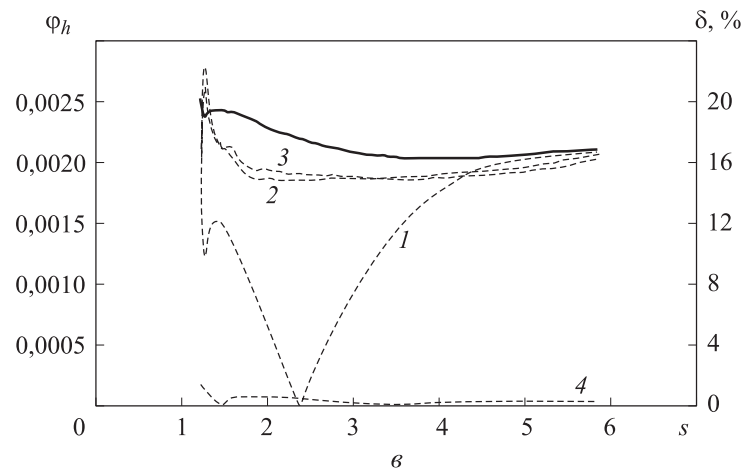
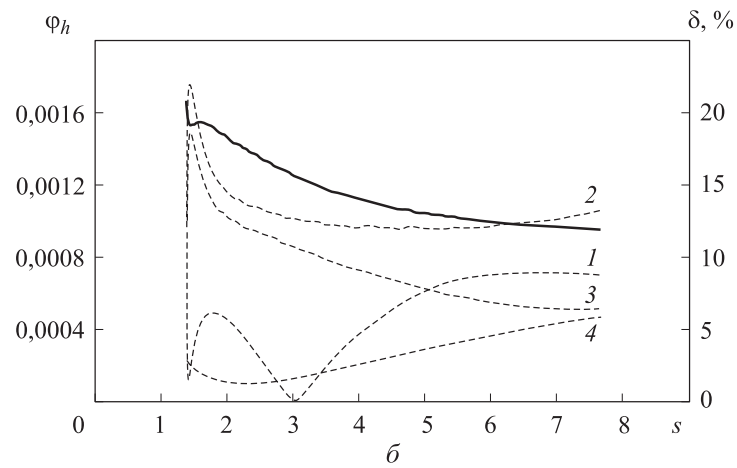
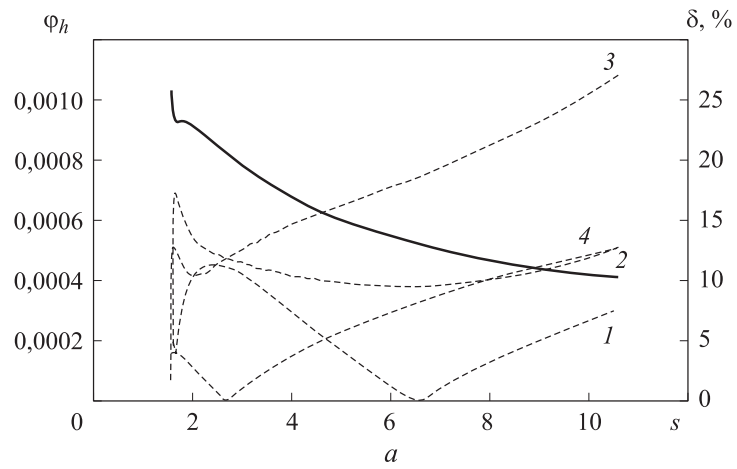
Коэффициенты ζ	$\theta, ^\circ$									
	0		5		10		15		20	
	$\delta, \%$	$\sigma, \%$	$\delta, \%$	$\sigma, \%$	$\delta, \%$	$\sigma, \%$	$\delta, \%$	$\sigma, \%$	$\delta, \%$	$\sigma, \%$
Оптимальные	26	13	26	11	27	9	30	10	38	16
Приближенные	32	11	43	11	28	9	40	18	42	16

Исследуемые параметры теплообмена и трения, полученные в результате численного интегрирования уравнений пограничного слоя на непроницаемой стенке и применения предложенной аппроксимационной процедуры, сравнивались с аналогичными данными, соответствующими использованию следующих инженерных методов, широко применяемых на практике:

- метода эффективной длины В.С. Авдеевского [1, 14];
- совокупность формул (1) и (2) из работы [1], основанной на аппроксимации результатов систематических исследований, выполненных по методу эффективной длины.

В качестве примера на рисунке приведена функция $\varphi_h(s)$ для непроницаемой боковой поверхности конусов с различными углами полураствора, полученная в результате численного моделирования уравнений пограничного слоя при $M_\infty = 6$, $\rho_\infty = 0,344752 \text{ кг/м}^3$, $T_\infty = 216,65 \text{ К}$, $Pr = 0,71$. Здесь ρ_∞ , T_∞ , Pr — плотность, температура и число Прандтля в набегающем потоке, сплошные кривые — функция φ_1 , штриховые — модуль относительной погрешности расчета δ для приближенных методов расчета.

При этом цифра 1 относится к использованию приведенных аппроксимационных формул, цифра 2 — к использованию метода эффективной длины, 3 — к использованию формул (1) и (2), цифрой 4 отмечена погрешность расчета для формул (1) и (2) по отношению к методу эффективной длины.



Пример сопоставления результатов приближенных подходов к расчету функции $\varphi_h(s)$ на непроницаемой поверхности конусов с углами полураствора $\theta = 0$ (а); 10° (б); 20° (в)

В табл. 3 приведена сводная информация по погрешностям расчета функций St_h и St_f , соответствующим всем рассмотренным методам и рассчитанным для всей указанной совокупности условий обтекания конуса газовым потоком.

Таблица 3

Сводная информация о точности приближенных методов расчета параметров теплообмена и трения на непроницаемой стенке

$\theta, ^\circ$	Номер метода расчета	St_h		St_f	
		$\delta, \%$	$\sigma, \%$	$\delta, \%$	$\sigma, \%$
0	1	22	10	50	19
	2	95	30	-	-
	3	56	16	-	-
	4	33	13	-	-
5	1	22	8	44	16
	2	63	23	-	-
	3	52	16	-	-
	4	16	7	-	-
10	1	19	7	34	13
	2	50	20	-	-
	3	35	16	-	-
	4	14	5	-	-
15	1	23	7	30	11
	2	50	21	-	-
	3	36	16	-	-
	4	13	5	-	-
20	1	30	12	37	10
	2	53	23	-	-
	3	46	17	-	-
	4	13	6	-	-

Заключение. Согласно результатам анализа данных для случая обтекания непроницаемой боковой поверхности конуса воздушным потоком можно сделать следующие выводы.

Предлагаемый метод расчета удельного теплового потока при ламинарно-турбулентном режиме течения характеризуется минимальным уровнем погрешности по сравнению с литературными аналогами и может быть рекомендован для широкого использования на практике; он характеризуется наибольшей простотой, поскольку не используется никакая информация о газодинамических параметрах течения.

Предложенный метод расчета напряжения трения, не имеющий аналогов в литературе, характеризуется удовлетворительной точностью.

Достаточно высокий уровень погрешностей, свойственных использованию формул (1) и (2) для удельного теплового потока, ограничивает возможность широкого практического применения данных формул

Предложен новый метод расчета конвективного теплообмена и трения в ламинарно-турбулентном пограничном слое на боковой поверхности затупленного конуса, обтекаемого сверхзвуковым воздушным потоком под нулевым углом атаки. Он пригоден для практических приложений. Метод также может применяться как для тел более сложной формы, так и в случае обтекания тел воздушным потоком при ненулевом угле атаки и использовании метода «локального конуса».

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Землянский Б.А., ред. Конвективный теплообмен летательных аппаратов. М., ФИЗМАТЛИТ, 2014.
- [2] Горский В.В. Методика численного решения уравнений ламинарно-турбулентного пограничного слоя на проницаемой стенке затупленного тела вращения. *Космонавтика и ракетостроение*, 2017, № 3, с. 90–98.
- [3] Уидхопф Дж.Ф., Холл Р. Измерение теплопередачи на затупленном конусе под углом атаки при переходном и турбулентном режиме течения. *Ракетная техника и космонавтика*, 1972, т. 10, № 10, с. 71–79.
- [4] Widhopf G.F., Hall R. Laminar, transitional and turbulent heat transfer measurement on a yawed blunt conical nosetip. *AIAA J.*, 1972, vol. 10, no. 10. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.50376>
- [5] Cebeci T., Smith A.M.O. Analysis of turbulent boundary layers. New York, Academic Press, 1974.
- [6] Горский В.В., Локтионова А.Г. Модифицированная алгебраическая модель турбулентной вязкости Себечи — Смита для всей поверхности затупленного конуса. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2020, № 4, с. 28–41. DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3941-2020-4-28-41>
- [7] Гиршфельдер Дж., Кертис Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. М., ИЛ, 1961.
- [8] Горский В.В., Федоров С.Н. Об одном подходе к расчету вязкости диссоциированных газовых смесей, образованных из кислорода, азота и углерода. *Инженерно-физический журнал*, 2007, т. 80, № 5, с. 97–101.
- [9] Горский В.В., Пугач М.А. Оценка влияния вдува газа на конвективный теплообмен в ламинарном и турбулентном пограничных слоях. *Ученые записки ЦАГИ*, 2016, т. 47, № 4, с. 34–43.

[10] Горский В.В., Локтионова А.Г. Моделирование теплообмена и трения в тонком воздушном ламинарно-турбулентном пограничном слое над поверхностью полусферы. *Математическое моделирование и численные методы*, 2019, № 2, с. 51–67.

[11] Горский В.В., Локтионова А.Г. Теплообмен и трение в тонком воздушном ламинарном пограничном слое над поверхностью полусферы. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2020, № 2, с. 17–33.

DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3941-2020-2-17-33>

[12] Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. М., ФИЗМАТГИЗ, 1958.

[13] Аоки М. Введение в методы оптимизации. Основы и приложения нелинейного программирования. М., Наука, 1977.

[14] Авдудевский В.С., Кошкин В.К., ред. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике. М., Машиностроение, 1975.

Горский Валерий Владимирович — д-р техн. наук, главный научный сотрудник АО «ВПК «НПО машиностроения» (Российская Федерация, 143966, Московская обл., г. Реутов, ул. Гагарина, д. 33); профессор кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, корп. 1).

Саввина Анастасия Геннадьевна — инженер АО «ВПК «НПО машиностроения» (Российская Федерация, 143966, Московская обл., г. Реутов, ул. Гагарина, д. 33).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Горский В.В., Саввина А.Г. Конвективный теплообмен и трение в тонком ламинарно-турбулентном пограничном слое на непроницаемой боковой поверхности затупленных конусов малого удлинения. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2021, № 3 (138), с. 25–37.

DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3941-2021-3-25-37>

**CONVECTIVE HEAT EXCHANGE AND FRICTION
IN A THIN LAMINAR-TO-TURBULENT BOUNDARY LAYER
ON THE IMPERMEABLE LATERAL SURFACES
OF BLUNTED CONES FEATURING A LOW ASPECT RATIO**

V.V. Gorskiy^{1,2}

A.G. Savvina¹

vpk@vpk.npomash.ru

¹ JSC “MIC “NPO Mashinostroyeniya”, Reutov, Moscow Region,
Russian Federation

² Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

In order to provide a high-quality solution to the problem of computing convective heat transfer parameters in a laminar-to-turbulent boundary layer, it is necessary to numerically integrate differential equations describing that layer, completed by semi-empirical turbulent viscosity models, said models having been tested by comparing their output to the results of experimental investigations where the gas dynamics of a gas flow around a body is correctly simulated. Developing relatively simple yet adequately accurate computation methods becomes crucial for practical applications. To date, the effective length method, being simple yet apparently boasting an acceptable accuracy, has become the most widespread technique for solving this problem in aircraft design and aerospace technology. However, this statement is not correct for large Reynolds numbers on a hemisphere. Under these conditions, semi-empirical apparent turbulent viscosity models provide significantly better matches to experimental data. The paper analyses the feasibility of using a similar approach for the lateral surface of a blunted cone featuring a low aspect ratio. We describe a new efficient approach to solving this problem, demonstrating a high accuracy and maximum simplicity when used in practice. We check the results of systematic computations using our method against comparable data obtained via the most frequently cited approaches to solving this problem

Keywords

Convective heat transfer, friction, impulse loss thickness, boundary layer

Received 04.12.2020

Accepted 05.02.2021

© Author(s), 2021

REFERENCES

- [1] Zemlyanskiy B.A., ed. *Konvektivnyy teploobmen letatel'nykh apparatov* [Convective heat transfer of aircraft]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 2014.
- [2] Gorskiy V.V. Method of numerical solution of two-dimensional laminar-turbulence boundary layer equations on permeable wall of blunt rotation body. *Kosmonavtika i raketostroyeniye*, 2017, no. 3, pp. 90–98 (in Russ.).
- [3] Uidkhopf Dzh.F., Khol R. Measurement of heat transfer on the blunted cone at the attack angle in transient and bypass flow state. *Raketnaya tekhnika i kosmonavtika*, 1972, vol. 10, no. 10, pp. 71–79 (in Russ.).
- [4] Widhopf G.F., Hall R. Laminar, transitional and turbulent heat transfer measurement on a yawed blunt conical nosetip. *AIAA J.*, 1972, vol. 10, no. 10.
DOI: <https://doi.org/10.2514/3.50376>
- [5] Cebeci T., Smith A.M.O. *Analysis of turbulent boundary layers*. New York, Academic Press, 1974.

- [6] Gorskiy V.V., Loktionova A.G. Modified algebraical Cebeci — Smith turbulent viscosity model for the entire surface of a blunted cone. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Mechanical Engineering*, 2020, no. 4, pp. 28–41 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3941-2020-4-28-41>
- [7] Hirschfelder J.O., Curtiss Ch.F., Bird R.B. *Molecular theory of gases and liquids*. Chapman and Hall, 1954.
- [8] Gorskiy V.V., Fedorov S.N. An approach to calculation of the viscosity of dissociated gas mixtures formed from oxygen, nitrogen, and carbon. *J. Eng. Phys. Thermophy.*, 2007, vol. 80, no. 5, pp. 948–953. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10891-007-0126-5>
- [9] Gorskiy V.V., Pugach M.A. Estimation of the effect of free-stream turbulence and solid particles on the laminar turbulent transition at hypersonic speeds. *TsAGI Science Journal*, 2016, vol. 47, no. 1, pp. 15–28. DOI: [10.1615/TsAGISciJ.2016017056](https://doi.org/10.1615/TsAGISciJ.2016017056)
- [10] Gorskiy V.V., Loktionova A.G. Heat exchange and friction in a thin air laminar-turbulent boundary layer over a hemisphere surface. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody* [Mathematical Modeling and Computational Methods], 2019, no. 2, pp. 51–67 (in Russ.).
- [11] Gorskiy V.V., Loktionova A.G. Heat transfer and friction in a thin air laminar boundary layer over semi-sphere surface. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Mechanical Engineering*, 2020, no. 2, pp. 17–33 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3941-2020-2-17-33>
- [12] Linnik Yu.V. *Metod naimen'shikh kvadratov i osnovy matematiko-statisticheskoy teorii obrabotki nablyudeniy* [Least squares method and fundamentals of mathematical-statistical observations processing theory]. Moscow, FIZMATGIZ Publ., 1958.
- [13] Aoki M. *Introduction to optimization techniques. Fundamentals and applications of nonlinear programming*. New York, Macmillan, 1971.
- [14] Avduevskiy V.S., Koshkin V.K., eds. *Osnovy teploperedachi v aviatsionnoy i raketno-kosmicheskoy tekhnike* [Foundations of heat transfer in aviation and rocket-space technics]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1975.

Gorskiy V.V. — Dr. Sc. (Eng.), Senior Research Fellow, JSC “MIC “NPO Mashinostroyeniya” (Gagarina ul. 33, Reutov, Moscow Region, 143966 Russian Federation); Professor, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5/1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Savvina A.G. — Engineer JSC “MIC “NPO Mashinostroyeniya” (Gagarina ul. 33, Reutov, Moscow Region, 143966 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Gorskiy V.V., Savvina A.G. Convective heat exchange and friction in a thin laminar-to-turbulent boundary layer on the impermeable lateral surfaces of blunted cones featuring a low aspect ratio. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Mechanical Engineering*, 2021, no. 3 (138), pp. 25–37 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3941-2021-3-25-37>