

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ ЭФФЕКТИВНОСТИ МАТЕРИАЛА И ПРИМЕР ЕГО ПРИМЕНЕНИЯ

О.В. Воронков¹

olegvoronkov@inbox.ru

Л.Н. Ерофеева²

vm@nntu.ru

¹ ООО «Саровский Инженерный Центр», г. Нижний Новгород,
Российская Федерация

² ФГБОУ ВО «Нижегородский государственный технический университет
им. Р.Е. Алексеева», г. Нижний Новгород, Российская Федерация

Аннотация

Предложен вывод функции плотности распределения вероятности случайной величины, представляющей собой сравнительный коэффициент эффективности материалов по массе или стоимости. Данный коэффициент на ранней стадии проектирования позволяет проводить научно обоснованный выбор материала, учитывая его прочностные или жесткостные, весовые или стоимостные характеристики. Отличительной особенностью коэффициента является возможность учета влияния на эффективность материала при применении его для тонкостенной кузовной конструкции важного технологического ограничения: дискретности стандартного ряда толщин тонколистового материала. Указанная функция позволяет с высокой точностью определять вероятность отклонения рассматриваемой случайной величины от своего математического ожидания не далее пределов заданного интервала. Применение данной функции ведет к существенному совершенствованию разработанной методики выбора эффективного материала на стадии проектирования тонкостенного изделия, ранее основанной на применении неравенства Чебышева. Приведен пример выбора эффективного материала для обшивки трехслойной панели, работающей на устойчивость

Ключевые слова

Вероятность, функция плотности вероятности, коэффициент эффективности материала, ранняя стадия проектирования, выбор материала

Поступила 15.05.2018

© Автор(ы), 2019

Кузова транспортных средств представляют собой тонкостенные несущие конструкции, стоимость которых зачастую составляет более половины стоимости комплектного транспортного средства. В связи с этим задача совершенствования кузовных несущих конструкций является важной и актуальной.

Вопросам совершенствования кузовных конструкций автотранспортных средств на стадии проектирования посвящены работы, например, [1, 2] и др.

Одним из важных вопросов ранней стадии проектирования тонкостенной несущей конструкции является выбор конструкционного материала, способного обеспечить высокие прочностные, весовые и стоимостные показатели нового изделия. Как было показано в работах [3–5], вопрос выбора материала сводится к возможности количественной оценки изменения прочностных, стоимостных или других свойств конструкции при замене базового материала на новый. Количественная оценка выполняется при условии конструктивной подобности новой и базовой конструкций путем расчета значений сравнительных коэффициентов эффективности.

В работе [3] рассмотрен коэффициент эффективности материала по реальной массе, рассчитываемый по формуле

$$K_{\text{м.р}} = \frac{1 + \Delta s_1 / s_1}{1 / K_{\text{п(ж)}} + (\rho_2 / \rho_1) (\Delta s_2 / s_1)}, \quad (1)$$

где $\Delta s_i \in [0; \delta s_i / 2]$ — отклонение реальной толщины листа от оптимального значения (случайная величина с равномерной плотностью распределения), δs_i — шаг стандартных толщин листов в окрестности оптимального значения; s_i — толщина листа рассматриваемой детали; $K_{\text{п(ж)}}$ — идеализированный коэффициент эффективности материала по прочности, жесткости, устойчивости, стоимости и другим параметрам [4], выражение для данного коэффициента зависит от критерия эффективности и нагрузочной ситуации, может принимать разнообразные формы записи; ρ_i — плотность материала; $\chi = \rho_1 / \rho_2$ — относительная плотность базового и нового материалов. Индексы 1 и 2 показывают, что параметр относится к базовой и новой конструкции.

Выражение (1) можно переписать так (рис. 1, а):

$$K_{\text{м.р}} = Z = Y / X = \text{tg } \alpha.$$

Здесь

$$X \in [a_1; a_2], \quad a_1 = 1 / K_{\text{п(ж)}}, \quad a_2 = 1 / K_{\text{п(ж)}} + \delta s_2 / (2s_1\chi);$$

$$Y \in [b_1; b_2], \quad b_1 = 1, \quad b_2 = \delta s_1 / (2s_1) + 1;$$

X и Y — случайные величины с равномерными плотностями распределения, так как линейно связаны с величинами Δs_i через константы. При этом в двумерном пространстве (X, Y) область определения случайной величины Z представляет собой прямоугольник (см. рис. 1, а).

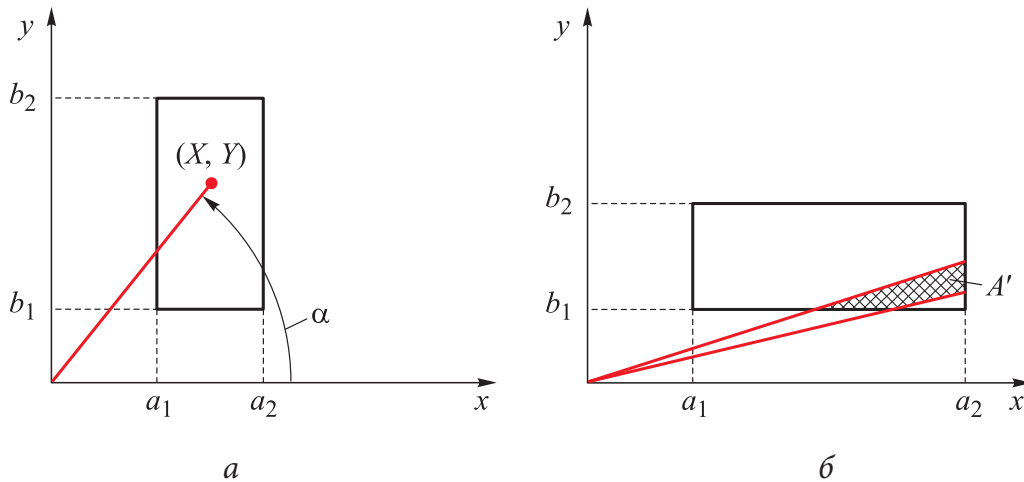


Рис. 1. Область определения случайной величины Z (*а*) и расчетная схема определения плотности вероятности (*б*)

Для нахождения плотности распределения вероятности случайной величины Z воспользуемся следующей зависимостью [6]:

$$\varphi(z) dz = P(z \leq Z \leq z + dz),$$

при этом возможны два случая: 1) $b_1 / a_1 \geq b_2 / a_2$; 2) $b_1 / a_1 < b_2 / a_2$.

Рассмотрим характерные точки (вершины) области определения, они определяются соотношениями из работ [3]

$$b_1 / a_2 = 1 / (1 / K_{\Pi(\text{ж})} + \delta s_2 / (2s_1 \chi)) = K_{\text{м.р}}^{\text{min}};$$

$$b_2 / a_1 = K_{\Pi(\text{ж})} (\delta s_1 / (2s_1) + 1) = K_{\text{м.р}}^{\text{max}}$$

и [4]

$$b_2 / a_2 = (\delta s_1 / (2s_1) + 1) / (1 / K_{\Pi(\text{ж})} + \delta s_2 / (2s_1 \chi)) = K_{\text{м}};$$

$$b_1 / a_1 = K_{\Pi(\text{ж})}.$$

Здесь $K_{\text{м.р}}^{\text{min}}$ и $K_{\text{м.р}}^{\text{max}}$ — возможные наименьшее и наибольшее значения $K_{\text{м.р}}$.

Таким образом, первый случай соответствует $K_{\Pi(\text{ж})} \geq K_{\text{м}}$, а второй — $K_{\Pi(\text{ж})} < K_{\text{м}}$.

В каждом рассматриваемом случае по мере возрастания Z можно выделить по три отдельных участка *а-в*, на которых функция плотности $\varphi(z)$ будет непрерывной (рис. 1, *б*). Пример нахождения функции плотности распределения вероятности для первого случая (участок *а*) приведен далее.

Площадь всей области определения

$$A = (a_2 - a_1)(b_2 - b_1) = (\delta s_1 \delta s_2) / (4s_1^2 \chi), \quad z \in [b_1 / a_2; b_2 / a_2]. \quad (2)$$

Площадь заштрихованной области (см. рис. 1, б)

$$A' = \frac{1}{2} \left\{ a_2(z + dz) - a_2 z \right\} a_2 - \frac{1}{2} \left\{ \frac{b_1}{z} - \frac{b_1}{z + dz} \right\} b_1 = \frac{1}{2} \left\{ a_2^2 - \left(\frac{b_1}{z} \right)^2 \right\} dz,$$

поскольку с точностью до величин первого порядка малости можно принять

$$\frac{b_1}{z} - \frac{b_1}{z + dz} = \frac{b_1 dz}{z(z + dz)} = \frac{b_1}{z^2} dz.$$

С учетом

$$\varphi(z) = \frac{d}{dz} \left(\frac{A'}{A} \right)$$

результаты определения функции плотности распределения вероятности на всех участках и для обоих случаев сведены в табл. 1.

Таблица 1

Функция плотности $\varphi(z)$ для разных случаев и участков

Участок	Первый случай	Второй случай
<i>a</i>	$\left\{ a_2^2 - (b_1 / z)^2 \right\} / (2A)$ $z \in [b_1 / a_2; b_2 / a_2]$	$z \in [b_1 / a_2; b_1 / a_1]$
<i>б</i>	$(b_2^2 - b_1^2) / (2Az^2)$ $z \in [b_2 / a_2; b_1 / a_1]$	$(a_2^2 - a_1^2) / (2A)$ $z \in [b_1 / a_1; b_2 / a_2]$
<i>в</i>	$\left\{ (b_2 / z)^2 - a_1^2 \right\} / (2A)$ $z \in [b_1 / a_2; b_2 / a_2]$	$z \in [b_2 / a_2; b_2 / a_1]$

Графики $\varphi(z)$ для первого и второго случаев приведены на рис. 2.

Найдем математическое ожидание случайной величины $K_{м.р}$

$$\mu_{Z1} = \int_{-\infty}^{+\infty} z \varphi(z) dz.$$

Опуская промежуточные математические выкладки, можно записать:

$$\mu_{Z1} = \frac{b_2^2 - b_1^2}{2A} \ln \left(\frac{a_2}{a_1} \right) = k_{\mu 1} \ln \left(\frac{a_2}{a_1} \right) \quad (3)$$

— для первого случая;

$$\mu_{Z2} = \mu_{Z1} + \frac{a_2^2 - a_1^2}{4A} \left(\left(\frac{b_2}{a_2} \right)^2 - \left(\frac{b_1}{a_1} \right)^2 \right) = \mu_{Z1} + k_{\mu 2} (K_M^2 - K_{\Pi(\text{ж})}^2) \quad (4)$$

— для второго случая.

Подставим значения a_i и b_i , тогда

$$\mu_{Z1} = \chi \left(\frac{\delta s_1}{2\delta s_2} + \frac{2s_1}{\delta s_2} \right) \ln \left(1 + \frac{K_{\Pi(\text{ж})}\delta s_2}{2\chi s_1} \right).$$

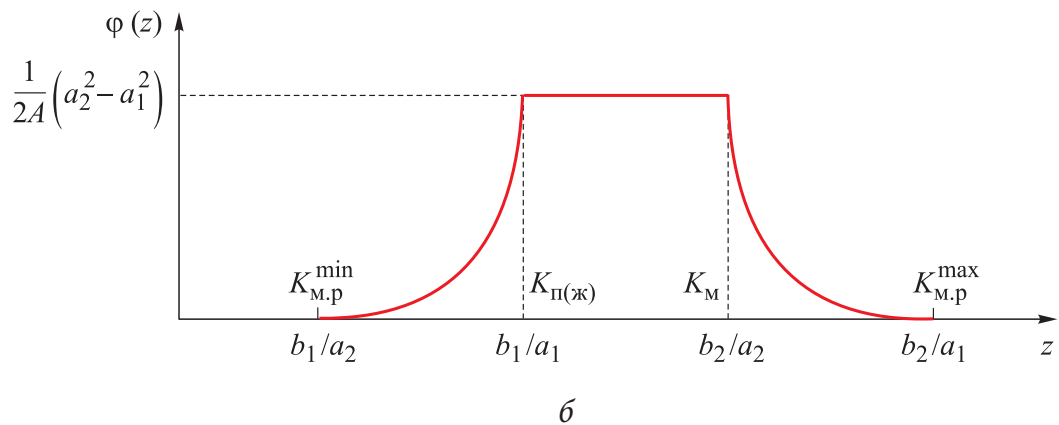
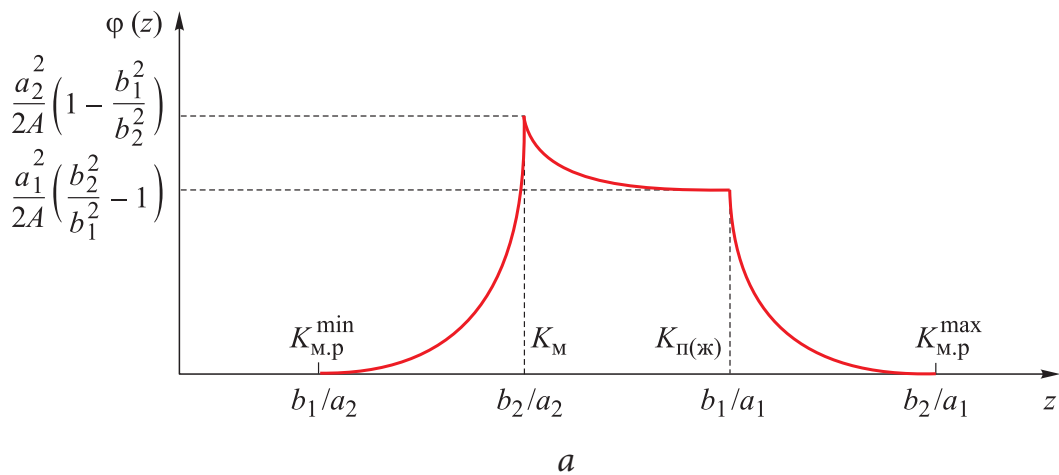


Рис. 2. Функция $\varphi(z)$ для первого (а) и второго (б) случаев

Выражение для μ_{Z1} сошлось с выражением, полученным в [3] другим методом, что подтверждает правильность математических выкладок:

$$\mu_{Z2} = \mu_{Z1} + \left(\frac{s_1}{\delta s_1} \frac{1}{K_{\Pi(\text{ж})}} + \frac{\delta s_2}{\delta s_1} \frac{1}{4\chi} \right) (K_M^2 - K_{\Pi(\text{ж})}^2).$$

Вероятность отклонения случайной величины от математического ожидания на некоторое значение

$$P(|z - \mu_Z| \leq \varepsilon) = \int_{\mu_Z - \varepsilon}^{\mu_Z + \varepsilon} \varphi(z) dz = p_\varepsilon. \quad (5)$$

Далее рассмотрим пример реализации методики выбора вариантов материалов на замену базовому, изложенной в [3], но с учетом приведенных новых соотношений.

Предположим, что перед конструктором стоит задача снижения на 50 % массы плоской обшивки трехслойной панели из Д-16, работающей на потерю устойчивости при сжатии, путем замены указанного материала на полимерный композиционный материал (ПКМ) из списка, приведенного в табл. 2. Характеристики волокон и связующего, применяемых для рассматриваемых из списка ПКМ, приведены в табл. 3 и 4.

Таблица 2

Характеристики базового материала и ПКМ на замену

Наименование	E^1 , ГПа	μ	E^* , ГПа [5]	ρ , кг/м ³	δs , мм	s_1 , мм
Д16 [11]	68,5	0,33	77	2800	0,2	2
Т300/РЕЕК	128,3		128,3	1533	0,25	-
Т400Н/РЕЕК	127,0		127,0	1550		
Т700S/РЕЕК	139,6		139,6	1600		
Т800Н/РЕЕК	120,0		120,0	1504		
М60J/РЕЕК	237,6		237,6	1552		
НСВМ/Т-26	63,0		63,0	1338		

¹ Для ПКМ характеристика приведена в направлении вдоль волокон.

Таблица 3

Характеристики волокон

Марка	Источник	E , ГПа	ρ , кг/м ³	Объемное содержание в ПКМ
Т300	[7]	230	1760	0,55
Т400Н		250	1800	0,50
Т700S		230	1800	0,60
Т800Н		294	1810	0,40
М60J		588	1930	0,40
НСВМ-29,4 (200)-2	[8]	103	1450	0,60

Таблица 4

Характеристики связующего

Марка	Источник	E , ГПа	ρ , кг/м ³
РЕЕК	[9]	4	1300
Т-26	[10]	3,1	1170

Значения рассчитываемых характеристик, необходимые для оценки эффективности применения рассматриваемых наименований ПКМ, сведены в табл. 5.

Таблица 5

Промежуточные значения характеристик

Наименование ПКМ	χ	β	a_1	a_2	b_1	$A \cdot 10^3$
T300/PEEK	1,803	0,599	0,468	0,502	1,05	1,733
T400H/PEEK	1,806	0,605	0,468	0,503		1,730
T700S/PEEK	1,750	0,551	0,468	0,504		1,786
T800H/PEEK	1,862	0,641	0,463	0,497		1,679
M60J/PEEK	1,804	0,324	0,381	0,415		1,732
HCVM/T-26	2,093	1,219	0,511	0,540		1,493

В табл. 5 и 6 использованы следующие обозначения [4, 5]: $\beta = E_1^* / E_2^*$ — относительная жесткость материалов; E_i^* — приведенный модуль упругости материала; $K_{ж} = \chi / \sqrt[3]{\beta}$ — идеализированный коэффициент эффективности по жесткости при изгибе; σ_{Z1} — среднеквадратическое отклонение случайной величины $K_{м.р}$ в первом случае [3].

Таблица 6

Коэффициенты эффективности

Наименование ПКМ	$K_{м.р}^{\min}$	K_m	$K_{ж}$	$K_{м.р}^{\max}$	$K_{п(ж)} \geq K_m$	μ_{Z1}	σ_{Z1} [3]
T300/PEEK	1,991	2,091	2,139	2,246	Да, для первого случая	2,115	0,053
T400H/PEEK	1,989	2,088	2,136	2,242		2,112	0,053
T700S/PEEK	1,984	2,083	2,135	2,242		2,109	0,054
T800H/PEEK	2,014	2,114	2,160	2,268		2,137	0,053
M60J/PEEK	2,409	2,529	2,628	2,759		2,578	0,074
HCVM/T-26	1,851	1,943	1,959	2,057		1,951	0,042

Сначала для сравнения выполним расчет по зависимостям, основанным на неравенстве Чебышева и приведенным в [3]. Величина доверительной вероятности для автомобилестроения $\alpha^* = 0,95$. В соответствии с условиями задания $d = 0,5$ (требуемый показатель снижения массы детали при сохранении критической силы на прежнем уровне). Значения расчетных величин сведены в табл. 7.

Таблица 7

Характеристики материалов на замену базовому

Характеристика	Наименование ПКМ					
	T300/ PEEK	T400H/ PEEK	T700S/ PEEK	T800H/ PEEK	M60J/ PEEK	HCBM/ T-26
β_{\max}	0,054	0,053	0,052	0,064	0,224	–
β , принятое значение	0,053					
$K_{M,P}^{\min} \geq 1/(1-d)$	Нет	Нет	Нет	Да	Да	Нет
$\mu_{Z1} \geq 1/[(1-d)(1-\beta)]$	Да	Да	Нет	Да	Да	Нет
Характеристика материала	Вер.	Вер.	Нет	Гарант.	Гарант.	Нет
<p><i>Примечание.</i> «Вер.» — материал обеспечивает требуемое снижение массы детали по вероятности; «Нет» — материал не обеспечивает требуемое снижение массы детали; «Гарант.» — материал гарантированно обеспечивает требуемое снижение массы детали.</p>						

В табл. 7 введены обозначения [3]: β — возможная относительная ошибка прогноза при заданной вероятности; $\beta_{\max} = \sigma/\mu$ — из граничного случая неравенства Чебышева и условия $\alpha_i \leq 1$, где α_i — вероятность того, что относительная ошибка прогноза не превысит β . По рекомендации в [3] для β принимаем минимальное значение из β_{\max} для материалов, обеспечивающих требуемое снижение массы детали по вероятности.

На данном этапе перед конструктором возникает следующий выбор: *a* — взять материал, который гарантированно обеспечит требуемое снижение массы детали; *b* — рассмотреть материалы, которые обеспечат требуемое снижение массы детали по вероятности, назовем их альтернативными материалами. В случае *a* — выбираемые материалы, как правило, являются относительно дорогостоящими, в случае *b* — есть вероятность, что придется рассматривать несколько вариантов конструкции (с разными материалами), чтобы обеспечить заданное требование. Оценка возможного числа таких вариантов по методике [3] приведена в табл. 8.

Таблица 8

Возможное число вариантов конструкции

Наименование ПКМ	α_i	n	q	n_1
T300/PEEK	0,777	2	0,222	1,992
T400H/PEEK	0,778			

В табл. 8 $n_1 \leq n$, что означает, что рассмотренное число из двух вариантов альтернативных материалов достаточно для выполнения требований поставленного задания с доверительной вероятностью. При этом величины вероятностей α_i рассчитываются на основе неравенства Чебышева.

Зависимости, приведенные в табл.1, а также зависимости (2)–(4) позволяют рассчитать величины α_i более точно, основываясь на функции плотности распределения вероятности случайной величины $K_{м.р.}$. Значения, рассчитанные по указанным зависимостям для той же величины β , сведены в табл. 9.

Таблица 9

Уточненные значения вероятностей

Наименование ПКМ	α_i
Т300/PEEK	0,985
Т400Н/PEEK	0,985

Видно, что в рассматриваемом случае каждый из альтернативных материалов обеспечивает выполнение требования поставленного задания с вероятностью более доверительной, т. е. возможное число вариантов конструкции при этом сокращается до одного.

Заключение. Выведенные в рамках настоящей работы зависимости позволяют более точно определять величины вероятностей α_i для методики [3]. Тем самым при использовании альтернативных материалов уменьшается возможное число рассматриваемых вариантов конструкции. В результате этого расширяется перечень материалов, которые конструктор может научно обоснованно использовать при разработке новой конструкции.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Орлов Л.Н. Оценка пассивной безопасности, прочности кузовных конструкций автомобилей и автобусов. Н. Новгород, НГТУ, 2005.
- [2] Зузов В.Н., Зияд А.Д. Поиск оптимальных решений для рамы грузового автомобиля на базе уточненных конечно-элементных моделей. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2005, № 12, с. 46–66.
- [3] Воронков О.В., Песков В.И. Коэффициент эффективности материала по реальной массе и методика его применения. *Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева*, 2016, № 3, с. 105–112.
- [4] Воронков О.В., Песков В.И. Методика выбора рационального сочетания материалов для трехслойной панели автобусного кузова. *Журнал ААИ*, 2010, № 5, с. 8–13.

- [5] Воронков О.В., Песков В.И. Снижение массы автобусного кузова за счет использования трехслойных панелей. Н. Новгород, Перо, 2015.
- [6] Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М., Юрайт, 2014.
- [7] Toray carbon fibers America, Inc. Quality carbon fiber, 2017.
- [8] ГОСТ 28007–88. Нить и жгут СВМ высокомодульные технические. Технические условия. М., Изд-во стандартов, 1989.
- [9] Ноздрин Л.В., Короткова В.И., Бейдер Э.Я. Термопластические полимеры для конструкционных композитных материалов (обзор). *Технология. Сер. Конструкции из композиционных материалов*, 1991, № 1, с. 3–10.
- [10] Эпоксидное и инфузионное связующее Т-26: технические характеристики. *inunit.ru: веб-сайт*. URL: http://www.inunit.ru/img/file/tds_t_26.pdf (дата обращения: 15.05.2019).
- [11] Кишкина С.И., Фридляндер И.Н. Авиационные материалы. Т. 4. Алюминиевые и бериллиевые сплавы. Ч. 1. Деформируемые алюминиевые сплавы и сплавы на основе бериллия. Кн. 1. М., ОНТИ, 1982.

Воронков Олег Викторович — канд. техн. наук, старший научный сотрудник, руководитель сектора прочностных расчетов ООО «Саровский Инженерный Центр» (Российская Федерация, 603105, г. Нижний Новгород, Ошарская ул., д. 77А, офис 410).

Ерофеева Лариса Николаевна — канд. физ.-мат. наук, доцент, заведующая кафедрой «Высшая математика» ФГБОУ ВО «Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева» (Российская Федерация, 603950, г. Нижний Новгород, ул. Минина, д. 24).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Воронков О.В., Ерофеева Л.Н. Вероятностный коэффициент эффективности материала и пример его применения. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2019, № 5, с. 34–45. DOI: 10.18698/0236-3941-2019-5-34-45

**PROBABILISTIC MATERIAL EFFICIENCY COEFFICIENT
AND APPLICATION EXAMPLE**

O.V. Voronkov¹

olegvoronkov@inbox.ru

L.N. Erofeeva²

vm@nntu.ru

¹ Sarov Engineering Centre Ltd., Nizhny Novgorod, Russian Federation

² Nizhny Novgorod State Technical University named after R.E. Alekseev,
Nizhny Novgorod, Russian Federation

Abstract

The paper introduces a mathematical derivation of probability density function for a random variable which is a comparative material's mass or cost efficiency coefficient. At early development stage, the coefficient allows a scientifically based selection of material, taking into account its strength or stiffness, weight or cost characteristics. A distinctive feature of the coefficient is the ability to take into account the effect on material efficiency when the material is applied to a thin-walled body structure of an important technological limitation: the discreteness of the standard range of sheet material thicknesses. This function makes it possible to determine with high accuracy the probability of the deviation of the considered random variable from its expectation not further than the limits of a given interval. The use of this function leads to a significant improvement in the developed methodology for selecting an effective material at the development stage of a thin-walled product, the methodology being previously based on the application of Chebyshev's inequality. We give an example of selecting an effective material from the list of materials considered for a cover sheet of a sandwich-panel under buckling condition

Keywords

Probability, probability density function, material efficiency coefficient, early development stage, selection of material

Received 15.05.2018

© Author(s), 2019

REFERENCES

- [1] Orlov L.N. Otsenka passivnoy bezopasnosti, prochnosti kuzovnykh konstruktsiy avtomobiley i avtobusov [Passive safety assessment and strength of automobile and bus bodies]. Nizhny Novgorod, NGTU Publ., 2005.
- [2] Zuzov V.N., Ziyad A.D. Search for optimum solution for track frame on base of refined finite element models. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building], 2005, no.12, pp. 46–66 (in Russ.).
- [3] Voronkov O.V., Peskov V.I. Coefficient of material real mass efficiency and application methods. *Trudy NGTU im. R.E. Alekseeva* [Transactions of NNSTU n. a. R.E. Alekseev], 2016, no. 3, pp. 105–112 (in Russ.).
- [4] Voronkov O.V., Peskov V.I. Effective combination of materials selection method for bus structure sandwich panel. *Zhurnal AAI*, 2010, no. 5, pp. 8–13 (in Russ.).
- [5] Voronkov O.V., Peskov V.I. Snizhenie massy avtobusnogo kuzova za schet ispol'zovaniya trekhslonnykh paneley [Reduction of bus body mass using sandwich panels]. Nizhny Novgorod, Pero Publ., 2015.

- [6] Gmurman V.E. Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika [Theory of probability and mathematical statistics]. Moscow, Yurayt Publ., 2014.
- [7] Toray carbon fibers America, Inc. Quality carbon fiber, 2017.
- [8] GOST 28007–88. Nit' i zhgut SVM vysokomodul'nye tekhnicheskie. Tekhnicheskie usloviya [State standard 28007–88. High-modulus industrial yarn and tow “CBM”. Specifications]. Moscow, Izd-vo standartov Publ., 1989.
- [9] Nozdrina L.V., Korotkova V.I., Beyder E.Ya. Termoplasticheskie polimery dlya konstruktsionnykh kompozitnykh materialov (obzor) [Thermoplastic polymers for structural composites (review)]. *Tekhnologiya. Ser. Konstruktsii iz kompozitsionnykh materialov* [Technology. Constructions from Composite Materials], 1991, no. 1, pp. 3–10 (in Russ.).
- [10] Epoxy and infusion matrix T-26: technical characteristics. *inunit.ru: website*. Available at: http://www.inunit.ru/img/file/tds_t_26.pdf (accessed: 15.05.2019).
- [11] Kishkina S.I., Fridlyander I.N. Aviatsionnye materialy. T. 4. Alyuminievye i berillievye splavy. Ch. 1. Deformiruemye alyuminievye splavy i splavy na osnove berilliya. Kn. 1 [Aviation materials. Vol. 4. Aluminum and beryllium alloys. P. 1. Deformable aluminum and beryllium alloys. Book 1]. Moscow, ONTI Publ., 1982.

Voronkov O.V. — Cand. Sc. (Eng.), Senior Research Scientist, Head of CSM Simulation Department, Sarov Engineering Centre Ltd. (Osharskaya ul. 77A, office 410, Nizhny Novgorod, 603105 Russian Federation).

Erofeeva L.N. — Cand. Sc. (Phys.-Math.), Assoc. Professor, Head of Department of Higher Mathematics, Nizhny Novgorod State Technical University named after R.E. Alekseev (Minina ul. 24, Nizhny Novgorod, 603950 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Voronkov O.V., Erofeeva L.N. Probabilistic material efficiency coefficient and application example. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Mechanical Engineering*, 2019, no. 5, pp. 34–45 (in Russ.).

DOI: 10.18698/0236-3941-2019-5-34-45