

УЧЕТ ВЛИЯНИЯ НЕРЕГУЛЯРНОЙ КАЧКИ В НАВИГАЦИОННОМ ОБЕСПЕЧЕНИИ ПУСКОВ БАЛЛИСТИЧЕСКИХ РАКЕТ ПОДВОДНЫХ ЛОДОК

Г.В. Анцев^{1,2}

ancevgv@radar-mms.local

Л.Н. Лысенко³

В.А. Петров¹

¹ АО «НПП «Радар ммс», Санкт-Петербург, Российская Федерация

² АО «Концерн «Моринформсистема-Агат», Москва, Российская Федерация

³ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Рассмотрено решение задачи определения начальных условий по скорости баллистических ракет подводных лодок оптимальным фильтром Винера. Решение приведено для известных и предлагаемой эмпирических моделей нерегулярной качки. Для типовых условий предстартовой подготовки баллистических ракет подводных лодок показана возможность существенного повышения точности решения задачи определения начальных условий по скорости за счет использования предлагаемой модели модифицированной нерегулярной качки

Ключевые слова

Модель нерегулярной качки, оптимальная фильтрация, баллистическая ракета, подводная лодка, инерциальная навигационная система, предстартовая подготовка, определение начальных условий по скорости

Поступила 13.11.2017

© Автор(ы), 2019

Введение. В отличие от сухопутных межконтинентальных баллистических ракет, пуск которых производится из стационарного положения [1], старт баллистических ракет подводных лодок (БРПЛ) не исключает возможности их запуска во время движения носителя при любом курсе и волнении моря, даже в условиях существенной качки ПЛ.

Для подтверждения этого достаточно вспомнить первую БРПЛ (Р-11ФМ) конструкции С.П. Королёва, принятую на вооружение ВМФ в 1959 г.

Ракета Р-11ФМ, имевшая полетную дальность всего 150 км, могла стартовать только из надводного положения при скорости до 20 узлов (~ 37 км/ч) и волнении моря до 5 баллов (качка с амплитудой порядка 12°).

Перед пуском БР для повышения точности стрельбы (при достигаемом круговом вероятном отклонении ~ 8 км) предписывалось сохранять боевой курс ПЛ не менее трех часов без изменения скорости хода и глубины погружения и всплывать для проведения надводного пуска с минимальным дифферентом.

Как следствие, с момента создания ПЛ, оснащенных БР морского базирования, а тем более в процессе их последующей модернизации и совершенствования возникла необходимость [2] решения целого ряда научно-технических задач, среди которых в контексте обсуждаемой проблемы следующие:

- обеспечение безаварийного подводного старта БР с поступательно перемещающегося и подверженного качке основания;
- стабилизация движения БР на неуправляемом начальном, тем более подводном и переходном участках движения;
- предстартовая ориентация комплекса командных приборов (ККП) системы управления (СУ) по азимуту и горизонту;
- согласование координатных систем навигационного комплекса ПЛ и СУ БР;
- определение достоверных координат ПЛ в инерциальном пространстве;
- точное определение начальной скорости приборной системы координат ККП в момент пуска БР с движущейся ПЛ.

Решение перечисленных задач усложнялось необходимостью учета того, что ошибки навигационного комплекса ПЛ в знании координат, угла азимута и скорости ПЛ в точке старта непосредственно влияют на точность стрельбы БРПЛ, а предстартовая ориентация, периодические и предстартовые тарировки ККП, проводимые в условиях качки, требуют компенсации соответствующих динамических ошибок.

Начиная с середины 1970-х гг. (практически с принятия и постановки на вооружение комплекса РСМ-40) стало очевидным, что резервы повышения точности стрельбы БРПЛ исключительно на основе совершенствования инерциальных навигационных систем (ИНС) в значительной степени исчерпаны.

С этого времени при решении навигационных задач БРПЛ стали переходить [2] на принцип реализации корректируемых систем, согласно которому траекторные параметры БРПЛ на активном участке должны подвергаться коррекции с использованием естественных (астроинерциальных систем) и/или искусственно созданных (спутниковых систем) навигационных полей. Использование астро- и радиокоррекции на основе ГЛОНАСС тем не менее не снимает необходимости в проведении исследований и работ по дальнейшему совершенствованию точностных характеристик СУ БР в инерциальном режиме ее работы как наиболее защищенном от внешних и внутренних специфических возмущающих факторов.

Приоритетными, естественно, следует считать исследования, направленные на снижение тех погрешностей, которые в современных условиях наибольшим образом влияют на точностные параметры БРПЛ.

Формулировка и методы решения задачи точного определения начальной скорости ИНС при нерегулярной качке. Среди такого рода задач этапа предстартовой подготовки (ПСП) БРПЛ одно из основных мест занимает задача определения начальной скорости (ОНУС), решаемая в контуре приведения гиросtabilизированной платформы (ГСП) ККП в горизонт (либо в аналогичной задаче БИНС) [1, 3]. В целях упрощения изложения существа вопроса рассмотрим ее решение только в автономном режиме продольного канала. Структурная схема соответствующего канала выставки ККП приведена на рис. 1.

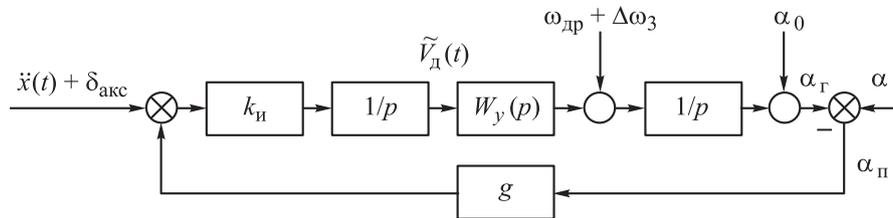


Рис. 1. Структурная схема продольного канала выставки ККП

На рисунке приняты следующие обозначения: $\omega_{др}(t)$ — скорость дрейфа гироскопа в продольном канале, реализующем рассматриваемое горизонтальное направление; $\Delta\omega_3$ — ошибка программной компенсации скорости вращения Земли и движения носителя; α_0 — начальная ошибка горизонтирования ККП (БИНС); $\ddot{x}(t)$ — продольное горизонтальное ускорение чувствительного элемента (ЧЭ) ККП из-за движения и качки носителя; $\delta_{акс}(t)$ — собственная ошибка акселерометра; $\alpha_{г}(t)$ — угловое движение гироскопа в инерциальной системе координат; $\alpha(t)$ — уход вертикали места из-за вращения Земли и хода носителя; $\alpha_{п}(t)$ — погрешность приведения платформы (либо определения положения расчетной плоскости БИНС) в горизонт.

Представленные на схеме блоки имеют следующее значение: $k_{и}$ — пропорциональное звено с коэффициентом передачи акселерометра, $k_{и} \approx 1$; $1/p$ — первый интегратор; $W_y(p)$ — управляющее устройство, реализующее оптимальный фильтр Винера задачи ОНУС; $1/p$ — второй интегратор — гироскоп продольного канала ИНС с передаточной функцией в рамках прецессионной теории; g — пропорциональное звено с коэффициентом передачи, равным значению ускорения силы тяжести.

В период ПСП носителю, как было указано на примере БРПЛ Р-11ФМ, обычно рекомендовано движение с постоянным вектором скорости, в связи с этим $\dot{x}(t)$ будем считать порождаемым только качкой ПЛ. Если через $q(t)$ обозначить угол килевой качки, то вызываемые ею динамическая скорость $V_d(t)$ и динамическое ускорение $a_d(t)$ центра подвеса ЧЭ ИНС будут равны:

$$V_d(t) = L\dot{q}(t);$$

$$a_d(t) = L\ddot{q}(t),$$

где L — высота установки ЧЭ ККП относительно центра масс ПЛ.

Последовательно структурно преобразуем схему, приведенную на рис. 1, в интересах оптимального решения задачи ОНУС.

Схема на рис. 2 приводится к схеме на рис. 3, позволяющей поставить задачу выработки $V_d(t)$ оптимальным фильтром Винера [4, 5] при контроле выработки только $\tilde{V}_d(t)$ и $\Delta\tilde{V}_d(t)$.

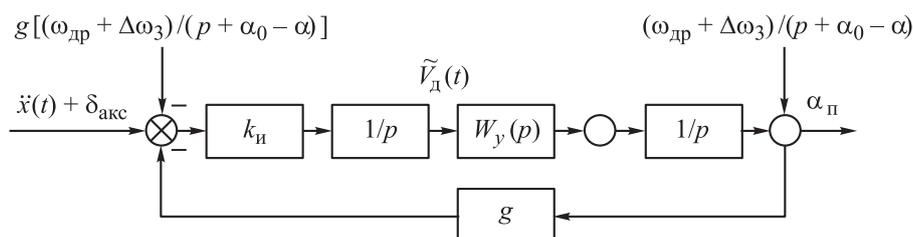


Рис. 2. Структурно преобразованная схема продольного канала

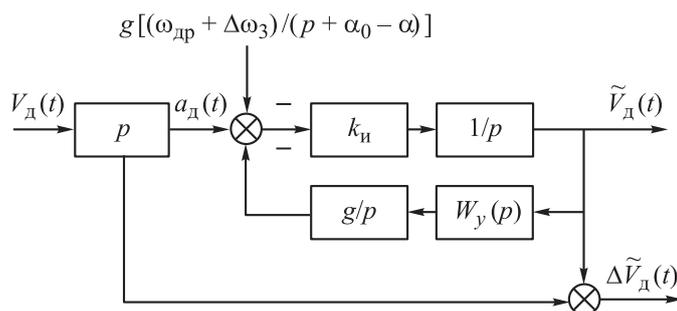


Рис. 3. Схема, позволяющая поставить задачу выработки оптимальным фильтром Винера

Обратимся к исследованию точности решения задачи ОНУС аналоговым фильтром, памятуя, что аналоговый линейный оптимальный фильтр дает оценку потенциальной точности (статистически предельно достижи-

мой в условиях располагаемой информации о характеристиках случайных сигналов) решения задачи в классе линейных систем. Цифровой (импульсный) линейный фильтр может лишь к ней стремиться [5].

Передаточная функция контура (см. рис. 3), замкнутого отрицательной обратной связью, имеет вид

$$W(p) = \frac{k_{и}p}{p^2 + gk_{и}W_{y}(p)} = pW_{опт}(p),$$

где

$$W_{опт}(p) = \frac{k_{и}}{p^2 + gk_{и}W_{y}(p)}$$

— искомый оптимальный фильтр Винера.

Определив его структуру и параметры, найдем желаемую функцию $W_{y}(p)$, реализующую данный фильтр. Обозначим

$$\omega_{др}^*(t) = (\omega_{др}(t) + \Delta\omega_3 - \dot{\alpha}(t)).$$

С учетом введенных определений можно представить изображение оценки $V_d(t)$, т. е. $\tilde{V}_d(t)$, в виде:

$$\begin{aligned} \tilde{V}_d(p) &= pW_{опт}(p) \left(pV_d(p) + \delta_{акс}(p) - g \left(\omega_{др}^*(p) / p + \alpha_0(p) \right) \right) = \\ &= p^2W_{опт}(p)V_d(p) - gW_{опт}(p)\omega_{др}^*(p) + pW_{опт}(p) (\delta_{акс}(p) - g\alpha_0(p)); \\ \Delta\tilde{V}_d(p) &= V_d(p) - \tilde{V}_d(p) = (1 - p^2W_{опт}(p))V_d(p) + \\ &+ gW_{опт}(p)\omega_{др}^*(p) - pW_{опт}(p) (\delta_{акс}(p) - g\alpha_0(p)). \end{aligned}$$

Напомним, что рассматривается задача определения $W_{опт}(p)$ — оптимального фильтра Винера, минимизирующего СКО $\Delta\tilde{V}_d(t)$. Ограничимся рассмотрением влияния только качки и $\omega_{др}(t)$ ГП ККП (БИНС),

$$\begin{aligned} \Delta\tilde{V}_d(p) &= (1 - p^2W_{опт}(p))V_d(p) + gW_{опт}(p)\omega_{др}(p) = \\ &= (1 - p^2W_{опт}(p))L(pq(p)) + gW_{опт}(p)\omega_{др}(p). \end{aligned}$$

Найдем спектральную плотность ошибки $\Delta\tilde{V}_d(t)$, полагая, как обычно, качку и дрейф ГП независимыми случайными процессами:

$$\begin{aligned} S_{\Delta V_d}(-jp) &= E(\Delta\tilde{V}_d(p)\Delta\tilde{V}_d(-p)) = \\ &= (1 - p^2W_{опт}(p) - p^2W_{опт}(-p) + p^4W_{опт}(p)W_{опт}(-p))L^2(-p^2)S_q(-jp) + \\ &+ g^2W_{опт}(p)W_{опт}(-p)S_{\omega}(-jp); \end{aligned}$$

E — символ операции математического ожидания.

Обозначив [6]

$$|F(p)|^2 = F(p)F(-p),$$

можем представить следующее:

$$\begin{aligned} S_{hh}(-jp) &= -p^2 L^2 S_q(-jp); \\ S_{xx}(-jp) &= g^2 S_\omega(-jp) - p^6 L^2 S_q(-jp) = \Psi(p)\Psi(-p); \\ S_{hx}(-jp) &= -p^4 L^2 S_q(-jp) = S_{xh}(jp) = S_{xh}(-jp) = S_{hx}(jp). \end{aligned}$$

В этих обозначениях несложно показать справедливость записи

$$S_{\Delta V_d}(-jp) = \left| W_{\text{опт}}(p)\Psi(p) - \frac{S_{xh}(-jp)}{\Psi(-p)} \right|^2 + \left\{ -\frac{S_{xh}(-jp)S_{hx}(-jp)}{S_{xx}(-jp)} + S_{hh}(-jp) \right\}.$$

Отсюда, с учетом физической реализуемости [4], найдем, что передаточная функция оптимального фильтра Винера определяется формулой

$$W_{\text{опт}}(p) = \frac{1}{\Psi(p)} \left\{ \frac{-p^4 L^2 S_q(-jp)}{\Psi(-p)} \right\}^+ = \frac{-1}{\Psi(p)} \left\{ \frac{p^4 L^2 S_q(-jp)}{\Psi(-p)} \right\}^+, \quad (1)$$

где выражение $\{\dots\}^+$ означает операцию расщепления и сохранения лишь его устойчивого слагаемого.

Выражения спектральных плотностей рассматриваемых эмпирических моделей нерегулярной качки можно представить следующим образом:

$$S_q^{nk}(-jp) = \frac{\sigma_q^2 \cdot 2\eta_k \omega_k (-p^2 + \omega_k^2)}{(p^2 + 2\eta_k \omega_k p + \omega_k^2)(p^2 - 2\eta_k \omega_k p + \omega_k^2)} \quad (2)$$

— для недифференцируемой модели качки;

$$S_q^{kk}(-jp) = \frac{\sigma_q^2 \cdot 4\eta_k \omega_k^3}{(p^2 + 2\eta_k \omega_k p + \omega_k^2)(p^2 - 2\eta_k \omega_k p + \omega_k^2)} \quad (3)$$

— для классической (дифференцируемой) модели качки;

$$\begin{aligned} S_q^{mk}(-jp) &= \\ &= \frac{\theta}{\left[(p + k_r \omega_k)(p^2 + 2\eta_k \omega_k p + \omega_k^2) \right] \left[(-p + k_r \omega_k)(p^2 - 2\eta_k \omega_k p + \omega_k^2) \right]} \end{aligned}$$

— для предлагаемой модифицированной модели качки, допускающей двойное дифференцирование, где

$$\theta = \sigma_q^2 A / \left[\omega_k^3 \left(2\eta_k + k_r \left(1 + k_r^2 - 4\eta_k^2 \right) \right) \right];$$

$$A = 4\eta_k k_r \omega_k^8 \left(k_r^2 + 2\eta_k k_r + 1 \right) \left(k_r^2 - 2\eta_k k_r + 1 \right).$$

При этом дисперсии всех моделей равны

$$R_q^{nk}(0) = R_q^{kk}(0) = R_q^{mk}(0) = \sigma_q^2.$$

Для оценки влияния случайного дрейфа ГСП корреляционную функцию его скорости допустимо принять равной

$$R_\omega(\tau) = \sigma_\omega^2 \exp(-\mu_\omega |\tau|),$$

этой функции соответствует спектральная плотность

$$S_\omega(-jp) = \frac{2\sigma_\omega^2 \mu_\omega}{(-p^2 + \mu_\omega^2)},$$

величина $(1/\mu_\omega) = T_\omega$ — время корреляции данного случайного процесса.

Особенностью приведенной корреляционной функции является ее соответствие двум моделям случайного процесса [5]. Во-первых, она характеризует случайный процесс на выходе апериодического звена, на вход которого поступает белый шум. Во-вторых [4], эта корреляционная функция справедлива и для последовательности импульсов, амплитуды которых являются случайными величинами, распределенными по нормальному закону, а длительности статистически независимы с амплитудами и распределены по закону Пуассона, что в некоторых конструкциях свойственно скорости дрейфа гиросприборов. Размерность σ_ω^2 , используемая в расчетах, принята $(\text{рад/с})^2$, однако в инженерной практике размерность скорости дрейфа, как правило, оценивается величиной, измеряемой в град/ч. Установим между ними соотношение.

Дрейф гиросприбора за время t составляет $\alpha(t) = \int_0^t \omega(\tau) d\tau$. Отсюда дисперсия дрейфа для рассматриваемого процесса равна

$$D_\alpha(t) = \int_0^t \int_0^t R_\omega(\eta - \tau) d\eta d\tau =$$

$$= \sigma_\omega^2 (2/\mu_\omega) \left[t - (1/\mu_\omega)(1 - \exp(-\mu_\omega t)) \right] \cong 2\sigma_\omega^2 T_\omega t.$$

Пусть приращение дисперсии дрейфа ГП за один час (3600 с) составляет n^2 (град)². В этом случае

$$\sigma_{\omega} = n \left(\frac{\pi}{(180 \cdot 60)} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{(2T_{\omega}[c])}} \right).$$

В качестве примера здесь принято $T_{\omega} = 423$ с, согласно приведенному соотношению, для показательных значений n_i будем иметь:

- 1) $n_1 = 0,2$ [град] $\rightarrow \sigma_{\omega 1} = 2.0E-6$ [рад/с]; $\sigma_{\omega 1}^2 = 4.0E-12$ [(рад/с)²];
- 2) $n_2 = 1$ [град] $\rightarrow \sigma_{\omega 2} = 1.0E-5$ [рад/с]; $\sigma_{\omega 2}^2 = 1.0E-10$ [(рад/с)²];
- 3) $n_3 = 5$ [град] $\rightarrow \sigma_{\omega 3} = 5.0E-5$ [рад/с]; $\sigma_{\omega 3}^2 = 2.5E-09$ [(рад/с)²].

Построение оптимальных фильтров ОНУС. Предварительно рассмотрим модифицированную качку. Спектральная плотность

$$S_{xx}^{mk}(-jp) = g^2 S_{\omega}(-jp) - p^6 L^2 S_q^{mk}(-jp) = g^2 \frac{2\sigma_{\omega}^2 \mu_{\omega}}{(-p^2 + \mu_{\omega}^2)} - \frac{p^6 L^2 \theta}{\left[(p + k_r \omega_k)(p^2 + 2\eta_k \omega_k p + \omega_k^2) \right] \left[(-p + k_r \omega_k)(p^2 - 2\eta_k \omega_k p + \omega_k^2) \right]} = \frac{L\theta \left\{ p^8 - p^6(\mu_{\omega} + \xi) + p^4 \xi \omega_k^2 \left[k_r^2 - 2(1 - 2\eta_k^2) \right] - p^2 \xi \omega_k^4 \left[1 - 2k_r^2(1 - 2\eta_k^2) \right] + \xi \omega_k^6 k_r^2 \right\}}{\left| (p + \mu_{\omega})(p + k_r \omega_k)(p^2 + 2\eta_k \omega_k p + \omega_k^2) \right|^2},$$

где

$$\xi = 2\sigma_{\omega}^2 \mu_{\omega} g^2 / (L^2 \theta).$$

Для факторизации $S_{xx}^{mk}(-jp)$ необходимо найти корни числителя. Подстановкой $-p^2 = z$ числитель $S_{xx}^{mk}(-jp)$ приводится к полиному 4-й степени. Последующие операции удобнее выполнять численно, следуя рекомендациям Загускина В.Л. [7, с. 176]. В результате оказалось, что

$$\Psi(p) = \left(\sqrt{L^2 \theta} \right) \frac{(p^2 + 2\alpha_1 p + \omega_1^2)(p^2 + 2\alpha_2 p + \omega_2^2)}{(p + \mu_{\omega}) \left[(p + k_r \omega_k)(p^2 + 2\eta_k \omega_k p + \omega_k^2) \right]}.$$

Согласно определению оптимального фильтра, необходимо расщепить выражение

$$\left\{ \frac{p^4 L^2 S_q^{mk}(-jp)}{\Psi(-p)} \right\} = \frac{(-p^5 + \mu_{\omega} p^4)}{\left(\sqrt{L^2 \theta} \right) (p + k_r \omega_k)(p^2 + 2\eta_k \omega_k p + \omega_k^2)(p^2 - 2\alpha_1 p + \omega_1^2)(p^2 - 2\alpha_2 p + \omega_2^2)} = \left(\sqrt{L^2 \theta} \right) \left[\frac{(ap^2 + bp + c)}{(p + k_r \omega_k)(p^2 + 2\eta_k \omega_k p + \omega_k^2)} + \frac{(dp^3 + ep^2 + fp + i)}{(p^2 - 2\alpha_1 p + \omega_1^2)(p^2 - 2\alpha_2 p + \omega_2^2)} \right].$$

Числитель $M_{chisl}(p)$ выражения в квадратных скобках равен

$$\begin{aligned}
 M_{chisl}(p) = & p^6 a - p^5 (a \cdot 2(\alpha_1 + \alpha_2) - b) + \\
 & + p^4 (a(\omega_1^2 + \omega_2^2 + 4\alpha_1\alpha_2) - b \cdot 2(\alpha_1 + \alpha_2)) - \\
 & - p^3 (a \cdot 2(\omega_1^2\alpha_2 + \omega_2^2\alpha_1) - b(\omega_1^2 + \omega_2^2 + 4\alpha_1\alpha_2) + c \cdot 2(\alpha_1 + \alpha_2)) + \\
 & + p^2 (a\omega_1^2\omega_2^2 - b \cdot 2(\omega_1^2\alpha_2 + \omega_2^2\alpha_1) + c(\omega_1^2 + \omega_2^2 + 4\alpha_1\alpha_2)) - \\
 & - p(-b\omega_1^2\omega_2^2 + c \cdot 2(\omega_1^2\alpha_2 + \omega_2^2\alpha_1)) + c\omega_1^2\omega_2^2 + \\
 & + p^6 (d + p^5 (d(k_r + 2\eta_k)\omega_k) + e) + p^4 (d(2\eta_k k_r + 1)\omega_k^2 + e(k_r + 2\eta_k)\omega_k + f) + \\
 & + p^3 (dk_r\omega_k^3 + e(2\eta_k k_r + 1)\omega_k^2 + f(k_r + 2\eta_k)\omega_k + i) + \\
 & + p^2 (ek_r\omega_k^3 + f(2\eta_k k_r + 1)\omega_k^2 + i(k_r + 2\eta_k)\omega_k) + \\
 & + p(fk_r\omega_k^3 + i(2\eta_k k_r + 1)\omega_k^2) + ik_r\omega_k^3 = -p^5 + \mu_\omega p^4.
 \end{aligned}$$

Приравнявая значения коэффициентов при одинаковых степенях p в левой и правой частях последнего выражения и обозначив

$$\begin{aligned}
 2(\alpha_1 + \alpha_2) = k_1; \quad (k_r + 2\eta_k)\omega_k = k_2; \quad (\omega_1^2 + \omega_2^2 + 4\alpha_1\alpha_2) = k_3; \\
 (2\eta_k k_r + 1)\omega_k^2 = k_4; \quad 2(\omega_1^2\alpha_2 + \omega_2^2\alpha_1) = k_5; \quad k_r\omega_k^3 = k_6; \quad \omega_1^2\omega_2^2 = k_7,
 \end{aligned}$$

перепишем эти равенства в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -k_1 & 1 & 0 & k_2 & 1 & 0 & 0 \\ k_3 & -k_1 & 1 & k_4 & k_2 & 1 & 0 \\ -k_5 & k_3 & -k_1 & k_6 & k_4 & k_2 & 1 \\ k_7 & -k_5 & k_3 & 0 & k_6 & k_4 & k_2 \\ 0 & k_7 & -k_5 & 0 & 0 & k_6 & k_4 \\ 0 & 0 & k_7 & 0 & 0 & 0 & k_6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ \mu \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Обращение матрицы коэффициентов данного уравнения целесообразно выполнить методом Фробениуса обращения блочных матриц [8], применяя его последовательно. Отметим, итоговый результат дает левый верхний блок обратной матрицы размером (3×3) . При этом поскольку последние четыре компонента матрицы-столбца параметров равны нулю, то значения параметров фильтра определяются именно верхним левым блоком.

Выполняя указанные действия, найдем, что

$$\left\{ \frac{p^4 L^2 S_q^{mk}(-jp)}{\Psi(-p)} \right\}^+ = \left(\sqrt{L^2 \theta} \right) \left[\frac{(ap^2 + bp + c)}{(p + k_r \omega_k)(p^2 + 2\eta_k \omega_k p + \omega_k^2)} \right].$$

Подставив этот результат в (1), получим передаточную функцию оптимального фильтра

$$W_{\text{опт}}^{mk}(p) = \frac{-1}{\Psi(p)} \left\{ \frac{p^4 L^2 S_q^{mk}(-jp)}{\Psi(-p)} \right\}^+ = \frac{-(ap^2 + bp + c)(p + \mu_\omega)}{(p^2 + 2\alpha_1 p + \omega_1^2)(p^2 + 2\alpha_1 p + \omega_1^2)} = \frac{M(p^3)}{M(p^4)},$$

представляющую собой отношение полиномов 3-й и 4-й степени.

Спектральная плотность ошибки выработки ОНУС равна

$$\begin{aligned} S_{\Delta V_d}^{mk}(-jp) &= E(\Delta \tilde{V}_d(p) \Delta \tilde{V}_d(-p)) = \\ &= (1 - p^2 W_{\text{опт}}^{mk}(p))(1 - p^2 W_{\text{опт}}^{mk}(-p)) L^2(-p^2) S_q^{mk}(-jp) + \\ &\quad + g^2 W_{\text{опт}}^{mk}(p) W_{\text{опт}}^{mk}(-p) S_\omega(-jp) = \\ &= (S_{\Delta V_d}^q(-jp))_{mk} + (S_{\Delta V_d}^\omega(-jp))_{mk}. \end{aligned}$$

Поскольку качка и дрейф ГП приняты независимыми случайными процессами, то порождаемые ими составляющие дисперсии вычисляются отдельно, а затем дается оценка полной ошибки.

Полученные определения спектральных плотностей представляют собой дробно-рациональные функции от p , степень числителя которых меньше степени соответствующего знаменателя. Соответствующая программа расчета выдает для заданных значений исходных данных следующее:

D_mof — значение дисперсии полной ошибки определения ОНУС оптимальным фильтром Винера при модифицированной качке;

D_mvп — значение дисперсии ошибки определения ОНУС из-за модифицированной качки;

D_mvω — значение дисперсии ошибки определения ОНУС из-за дрейфа ГП в случае модифицированной качки.

Теперь рассмотрим классическую (дифференцируемую) модель качки.

Задача ставится и решается аналогично. Отличие состоит лишь в определении $S_q^{kk}(-jp)$, которое дано в виде (3).

В этой части задачи определяются:

D_kof — значение дисперсии полной ошибки нахождения ОНУС оптимальным фильтром Винера при классической (дифференцируемой) качке;

D_kvп — значение дисперсии ошибки определения ОНУС из-за классической (дифференцируемой) качки;

D_{kvw} — значение дисперсии ошибки определения ОНУС из-за дрейфа ГП в случае (дифференцируемой) качки.

Наконец, перейдем к модели недифференцируемой качки. Задача ставится аналогично предыдущим случаям, но с использованием вычисления спектральной плотности $S_q^{nk}(-jp)$ недифференцируемой качки, определенной в (2). В данном случае

$$\begin{aligned} S_{xx}^{nk}(-jp) &= g^2 S_\omega(-jp) - p^6 L^2 S_q^{nk}(-jp) = \\ &= g^2 \frac{2\sigma_\omega^2 \mu_\omega}{(-p^2 + \mu_\omega^2)} - \frac{p^6 L^2 \sigma_q^2 2\eta_k \omega_k (-p^2 + \omega_k^2)}{\left[(p^2 + 2\eta_k \omega_k p + \omega_k^2)(p^2 - 2\eta_k \omega_k p + \omega_k^2) \right]} = \\ &= \frac{\sigma_m^2 (p^2 + 2\eta_k \omega_k p + \omega_k^2)(p^2 - 2\eta_k \omega_k p + \omega_k^2) - \sigma_n^2 p^6 (-p^2 + \omega_k^2)(-p^2 + \mu_\omega^2)}{(-p^2 + \mu_\omega^2) \left[(p^2 + 2\eta_k \omega_k p + \omega_k^2)(p^2 - 2\eta_k \omega_k p + \omega_k^2) \right]} = \\ &= \sigma_n^2 \left| \frac{(p + \mu_1)(p^2 + 2\alpha_1 p + \omega_1^2)(p^2 + 2\alpha_2 p + \omega_2^2)}{(p + \mu_\omega)(p^2 + 2\eta_k \omega_k p + \omega_k^2)} \right|^2 = \\ &= \sigma_n^2 \frac{M(p^{10})}{M(p^6)} = \sigma_n^2 \Psi_{nk}(p) \Psi_{nk}(-p). \end{aligned}$$

Здесь $\sigma_m^2 = 2\sigma_\omega^2 \mu_\omega g^2$; $\sigma_n^2 = L^2 \sigma_q^2 2\eta_k \omega_k$, параметры $\mu_1, \alpha_1, \omega_1^2, \alpha_2, \omega_2^2$ полинома 10-й степени p определяются последовательно: сначала численно μ_1 , а затем остальные параметры по аналогии с использованными ранее, к тому же, как будет показано далее, их определение излишне.

Следовательно,

$$\begin{aligned} &\left\{ \frac{p^4 L^2 S_q^{nk}(-jp)}{\Psi_{nk}(-p)} \right\} = \\ &= \sigma_n \frac{p^4 (p + \omega_k)(-p + \omega_k)(-p + \mu_\omega)}{(p^2 + 2\eta_k \omega_k p + \omega_k^2)(-p + \mu_1)(p^2 - 2\alpha_1 p + \omega_1^2)(p^2 - 2\alpha_2 p + \omega_2^2)} = \\ &= \sigma_n \left[\frac{(ap^2 + bp + c)}{(p^2 + 2\eta_k \omega_k p + \omega_k^2)} + \frac{(dp^4 + ep^3 + fp^2 + ip + k)}{(-p + \mu_1)(p^2 - 2\alpha_1 p + \omega_1^2)(p^2 - 2\alpha_2 p + \omega_2^2)} \right]. \end{aligned}$$

Тогда, пользуясь этим результатом, можем представить:

$$\begin{aligned} W_{\text{онт}}^{nk}(p) &= \frac{1}{\Psi_{nk}(p)} \left\{ \frac{p^4 L^2 S_q^{nk}(-jp)}{\Psi_{nk}(-p)} \right\}^+ = \\ &= \frac{(p + \mu_\omega)(ap^2 + bp + c)}{(p + \mu_1)(p^2 + 2\alpha_1 p + \omega_1^2)(p^2 + 2\alpha_2 p + \omega_2^2)} = \frac{M(p^3)}{M(p^5)}. \end{aligned}$$

$$\left(S_{\Delta V_d}^q(-jp) \right)_{nk} = \left| \left(1 - p^2 W_{\text{опт}}^{nk}(p) \right) \right|^2 L^2(-p^2) S_q^{nk}(-jp) = \left| \frac{M(p^7)}{M(p^7)} \right|^2.$$

Вследствие равенства степеней p многочленов числителя и знаменателя спектральной плотности ее интеграл по частоте в бесконечных пределах возрастает до бесконечности и порождает неограниченно возрастающую дисперсию ошибки выработки ОНУС из-за недифференцируемой качки. Отмеченная особенность определяет вариант оптимального фильтра с недифференцируемой качкой как неработоспособный, поэтому далее он не обсуждается.

Результаты разработанной программы синтеза оптимальных фильтров для эмпирических моделей классической (дифференцируемой) и модифицированной (дважды дифференцируемой) нерегулярной качки и оценки их потенциальной точности применительно к исходным данным, сформулированным ранее, следующие.

Оценка эффективности модели качки (Kef = D_kof / D_mof)

$g = 9,81; L = 7; T_k = 1/\omega_k = 12; \eta_k = 0,21; T\omega = 423$

n = 0,2

Sq = 0,2

kr - not D_kof[m/s]^2 = 5.640E-006 Kef = 1.0 D_kvn = 4.707E-006 D_kvz = 9.321E-007
 kr = 0.50 D_mof[m/s]^2 = 3.534E-006 Kef = 1.60 D_mvn = 2.464E-006 D_mvz = 1.069E-006
 kr = 1.00 D_mof[m/s]^2 = 2.937E-006 Kef = 1.92 D_mvn = 1.980E-006 D_mvz = 9.564E-007
 kr = 1.50 D_mof[m/s]^2 = 2.739E-006 Kef = 2.06 D_mvn = 1.822E-006 D_mvz = 9.173E-007
 kr = 2.00 D_mof[m/s]^2 = 2.665E-006 Kef = 2.12 D_mvn = 1.759E-006 D_mvz = 9.058E-007
 kr = 3.00 D_mof[m/s]^2 = 2.623E-006 Kef = 2.15 D_mvn = 1.718E-006 D_mvz = 9.056E-007

Sq = 1

kr - not D_kof[m/s]^2 = 6.283E-005 Kef = 1.0 D_kvn = 5.552E-005 D_kvz = 7.310E-006
 kr = 0.50 D_mof[m/s]^2 = 3.180E-005 Kef = 1.98 D_mvn = 2.128E-005 D_mvz = 1.051E-005
 kr = 1.00 D_mof[m/s]^2 = 2.482E-005 Kef = 2.53 D_mvn = 1.621E-005 D_mvz = 8.607E-006
 kr = 1.50 D_mof[m/s]^2 = 2.259E-005 Kef = 2.78 D_mvn = 1.462E-005 D_mvz = 7.975E-006
 kr = 2.00 D_mof[m/s]^2 = 2.169E-005 Kef = 2.90 D_mvn = 1.396E-005 D_mvz = 7.729E-006
 kr = 3.00 D_mof[m/s]^2 = 2.105E-005 Kef = 2.99 D_mvn = 1.347E-005 D_mvz = 7.576E-006

Sq = 5

kr - not D_kof[m/s]^2 = 6.807E-004 Kef = 1.0 D_kvn = 6.246E-004 D_kvz = 5.607E-005
 kr = 0.50 D_mof[m/s]^2 = 2.650E-004 Kef = 2.57 D_mvn = 1.719E-004 D_mvz = 9.301E-005
 kr = 1.00 D_mof[m/s]^2 = 1.981E-004 Kef = 3.44 D_mvn = 1.264E-004 D_mvz = 7.168E-005
 kr = 1.50 D_mof[m/s]^2 = 1.774E-004 Kef = 3.84 D_mvn = 1.125E-004 D_mvz = 6.491E-005
 kr = 2.00 D_mof[m/s]^2 = 1.688E-004 Kef = 4.03 D_mvn = 1.067E-004 D_mvz = 6.214E-005
 kr = 3.00 D_mof[m/s]^2 = 1.623E-004 Kef = 4.19 D_mvn = 1.022E-004 D_mvz = 6.012E-005

n = 1**Sq = 0,2**

kr - not D_kof[m/s]^2 = 1.180E-005 Kef = 1.0 D_kvn = 8.842E-006 D_kvz = 2.956E-006
 kr = 0.50 D_mof[m/s]^2 = 8.798E-006 Kef = 1.34 D_mvn = 6.497E-006 D_mvz = 2.301E-006
 kr = 1.00 D_mof[m/s]^2 = 7.982E-006 Kef = 1.48 D_mvn = 5.643E-006 D_mvz = 2.339E-006
 kr = 1.50 D_mof[m/s]^2 = 7.717E-006 Kef = 1.53 D_mvn = 5.353E-006 D_mvz = 2.364E-006
 kr = 2.00 D_mof[m/s]^2 = 7.657E-006 Kef = 1.54 D_mvn = 5.255E-006 D_mvz = 2.402E-006
 kr = 3.00 D_mof[m/s]^2 = 7.698E-006 Kef = 1.53 D_mvn = 5.222E-006 D_mvz = 2.476E-006

Sq = 1

kr - not D_kof[m/s]^2 = 1.410E-004 Kef = 1.0 D_kvn = 1.177E-004 D_kvz = 2.330E-005
 kr = 0.50 D_mof[m/s]^2 = 8.834E-005 Kef = 1.60 D_mvn = 6.161E-005 D_mvz = 2.673E-005
 kr = 1.00 D_mof[m/s]^2 = 7.341E-005 Kef = 1.92 D_mvn = 4.951E-005 D_mvz = 2.391E-005
 kr = 1.50 D_mof[m/s]^2 = 6.849E-005 Kef = 2.06 D_mvn = 4.555E-005 D_mvz = 2.293E-005
 kr = 2.00 D_mof[m/s]^2 = 6.663E-005 Kef = 2.12 D_mvn = 4.398E-005 D_mvz = 2.265E-005
 kr = 3.00 D_mof[m/s]^2 = 6.558E-005 Kef = 2.15 D_mvn = 4.294E-005 D_mvz = 2.264E-005

Sq = 5

kr - not D_kof[m/s]^2 = 1.571E-003 Kef = 1.0 D_kvn = 1.388E-003 D_kvz = 1.827E-004
 kr = 0.50 D_mof[m/s]^2 = 7.949E-004 Kef = 1.98 D_mvn = 5.321E-004 D_mvz = 2.629E-004
 kr = 1.00 D_mof[m/s]^2 = 6.205E-004 Kef = 2.53 D_mvn = 4.053E-004 D_mvz = 2.152E-004
 kr = 1.50 D_mof[m/s]^2 = 5.648E-004 Kef = 2.78 D_mvn = 3.654E-004 D_mvz = 1.994E-004
 kr = 2.00 D_mof[m/s]^2 = 5.422E-004 Kef = 2.90 D_mvn = 3.489E-004 D_mvz = 1.932E-004
 kr = 3.00 D_mof[m/s]^2 = 5.261E-004 Kef = 2.99 D_mvn = 3.368E-004 D_mvz = 1.894E-004

n = 5**Sq = 0,2**

kr - not D_kof[m/s]^2 = 2.388E-005 Kef = 1.0 D_kvn = 1.342E-005 D_kvz = 1.046E-005
 kr = 0.50 D_mof[m/s]^2 = 1.861E-005 Kef = 1.28 D_mvn = 1.489E-005 D_mvz = 3.712E-006
 kr = 1.00 D_mof[m/s]^2 = 1.895E-005 Kef = 1.26 D_mvn = 1.441E-005 D_mvz = 4.538E-006
 kr = 1.50 D_mof[m/s]^2 = 1.927E-005 Kef = 1.24 D_mvn = 1.430E-005 D_mvz = 4.970E-006
 kr = 2.00 D_mof[m/s]^2 = 1.968E-005 Kef = 1.21 D_mvn = 1.439E-005 D_mvz = 5.284E-006
 kr = 3.00 D_mof[m/s]^2 = 2.042E-005 Kef = 1.17 D_mvn = 1.469E-005 D_mvz = 5.723E-006

Sq = 1

kr - not D_kof[m/s]^2 = 2.950E-004 Kef = 1.0 D_kvn = 2.210E-004 D_kvz = 7.391E-005
 kr = 0.50 D_mof[m/s]^2 = 2.199E-004 Kef = 1.34 D_mvn = 1.624E-004 D_mvz = 5.752E-005
 kr = 1.00 D_mof[m/s]^2 = 1.995E-004 Kef = 1.48 D_mvn = 1.411E-004 D_mvz = 5.848E-005
 kr = 1.50 D_mof[m/s]^2 = 1.929E-004 Kef = 1.53 D_mvn = 1.338E-004 D_mvz = 5.909E-005
 kr = 2.00 D_mof[m/s]^2 = 1.914E-004 Kef = 1.54 D_mvn = 1.314E-004 D_mvz = 6.005E-005
 kr = 3.00 D_mof[m/s]^2 = 1.925E-004 Kef = 1.53 D_mvn = 1.306E-004 D_mvz = 6.191E-005

Sq = 5

kr - not D_kof[m/s]^2 = 3.525E-003 Kef = 1.0 D_kvn = 2.942E-003 D_kvz = 5.826E-004
 kr = 0.50 D_mof[m/s]^2 = 2.209E-003 Kef = 1.60 D_mvn = 1.540E-003 D_mvz = 6.682E-004
 kr = 1.00 D_mof[m/s]^2 = 1.835E-003 Kef = 1.92 D_mvn = 1.238E-003 D_mvz = 5.977E-004
 kr = 1.50 D_mof[m/s]^2 = 1.712E-003 Kef = 2.06 D_mvn = 1.139E-003 D_mvz = 5.733E-004
 kr = 2.00 D_mof[m/s]^2 = 1.666E-003 Kef = 2.12 D_mvn = 1.100E-003 D_mvz = 5.661E-004
 kr = 3.00 D_mof[m/s]^2 = 1.640E-003 Kef = 2.15 D_mvn = 1.074E-003 D_mvz = 5.660E-004

Полученные алгоритмы были всесторонне перепроверены и верифицированы, а количественные исследования проведены для более широкого диапазона значений параметров, чем ранее.

Выполненные аналитические исследования с использованием цифрового вычислительного эксперимента позволяют сформулировать следующие выводы.

1. Задача измерения и отслеживания мгновенного значения скорости качки решается точнее, если нерегулярная качка может быть представлена дифференцируемым случайным процессом.

2. При обосновании модели наблюдаемого случайного процесса следует тщательно учитывать физические ограничения, влияющие на его формирование и препятствующие возникновению составляющих типа белого шума.

3. Востребованным примером подобной задачи является определение начальной скорости приборной системы координат ККП БРПЛ, порождаемой нерегулярной качкой, по данным измерений кажущихся ускорений инерциальными ЧЭ. Динамика движения ПЛ на волнении в силу его инерционности не допускает возникновения ускорений даже вращательного движения с составляющими белого шума.

4. В задачах кораблестроения, проектирования и оценки точности инерциальных систем широко используются эмпирические модели нерегулярной качки. В лучшем случае эти модели допускают лишь однократное дифференцирование описываемого процесса, вводя в условия работы ИНС составляющие ускорения типа белого шума. Авторами предложена эмпирическая модель нерегулярной качки, названная «модифицированной качкой», допускающей двойное дифференцирование описываемого ею случайного процесса, и даны рекомендации по определению ее параметров.

5. Разработана и приведена методика синтеза оптимального фильтра Винера, решающего задачу ОНУС. Для типовых условий работы ИНС РК ПЛ показано, что использование этой модели позволяет снизить дисперсию ошибки ОНУС в 4 раза по сравнению с использованием модели классической (дифференцируемой) нерегулярной качки.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Лысенко Л.Н. Наведение баллистических ракет. М., Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016.
- [2] Семихатов Н.А., Чеботарев В.В. Создание систем управления баллистическими ракетами подводных лодок. *Flot*: веб-сайт.
URL: <https://flot.com/science/sor4.htm> (дата обращения: 15.09.2017).

- [3] Броксмейер Ч.Ф. Системы инерциальной навигации. Л., Судостроение, 1967.
- [4] Солодовников В.В. Введение в статистическую динамику систем автоматического управления. М.-Л., ГИТТЛ, 1952.
- [5] Кротков Ю.В., Петров В.А. Теория систем автоматического управления корабельного оружия. Л., ВМорА, 1987.
- [6] Цыпкин Я.З. Основы теории автоматических систем. М., Наука, 1977.
- [7] Загускин В.Л. Справочник по численным методам решения уравнений. М., Физматгиз, 1960.
- [8] Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М., Наука, 1966.

Анцев Георгий Владимирович — канд. техн. наук, генеральный директор-генеральный конструктор АО «НПП «Радар ммс» (Российская Федерация, 197375, Санкт-Петербург, ул. Новосельковская, д. 37); генеральный директор-генеральный конструктор АО «Концерн «Моринформсистема-Агат» (Российская Федерация, 105275, Москва, ш. Энтузиастов, д. 29).

Лысенко Лев Николаевич (1939–2018) — д-р техн. наук, профессор, работал на кафедре «Динамика и управление полетом ракет и космических аппаратов» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Петров Виктор Алексеевич — д-р техн. наук, профессор, главный научный сотрудник АО «НПП «Радар ммс» (Российская Федерация, 197375, Санкт-Петербург, ул. Новосельковская, д. 37).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Анцев Г.В., Лысенко Л.Н., Петров В.А. Учет влияния нерегулярной качки в навигационном обеспечении пусков баллистических ракет подводных лодок. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2019, № 2, с. 4–20.

DOI: 10.18698/0236-3933-2019-2-4-20

ACCOUNTING FOR NONLINEAR SHIP MOTION IN NAVIGATIONAL SUPPORT OF SUBMARINE BALLISTIC MISSILE LAUNCHES

G.V. Antsev^{1,2}

ancevgv@radar-mms.local

L.N. Lysenko³

V.A. Petrov¹

¹ JSC “Scientific-production enterprise “Radar mms”, St. Petersburg, Russian Federation

² JSC “Morinformsystem-Agat”, Moscow, Russian Federation

³ Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

The paper attempts to solve the problem of determining initial conditions in terms of submarine ballistic missile velocity by means of an optimum Wiener filter. We provide solutions for known and proposed empirical models of nonlinear ship motion. We show that for a generic pre-launch sequence it is possible to considerably increase the accuracy of solving the initial velocity determination problem by exploiting the proposed model of modified nonlinear ship motion

Keywords

Nonlinear ship motion models, optimum filtering, ballistic missile, submarine, inertial navigation system, pre-launch sequence, using velocity to determine initial conditions

Received 13.11.2017

© Author(s), 2019

REFERENCES

- [1] Lysenko L.N. Navedenie ballisticheskikh raket [Ballistic rocket guidance]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2016.
- [2] Semikhatov N.A., Chebotarev V.V. Sozdanie sistem upravleniya ballisticheskimi raketami podvodnykh lodok [Guidance system development of ballistic rocket for submarine vessels]. *Flot*: website (in Russ.). Available at: <https://flot.com/science/sor4.htm> (accessed: 15.09.2017).
- [3] Broxmeyer Ch. Inertial navigation systems. McGraw-Hill, 1964.
- [4] Solodovnikov V.V. Vvedenie v statisticheskuyu dinamiku sistem avtomaticheskogo upravleniya [Introduction to statistical dynamics of automatic control systems]. Moscow, Leningrad, GITTL Publ., 1952.
- [5] Krotkov Yu.V., Petrov V.A. Teoriya sistem avtomaticheskogo upravleniya korabel'nogo oruzhiya [Theory of automatic control systems of naval weapons]. Leningrad, VMorA Publ., 1987.
- [6] Tsyppkin Ya.Z. Osnovy teorii avtomaticheskikh sistem [Fundamentals of automatic systems theory]. Moscow, Nauka Publ., 1977.
- [7] Zaguskin V.L. Spravochnik po chislennym metodam resheniya uravneniy [Handbook of numerical methods for solving equations]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1960.
- [8] Gantmakher F.R. Teoriya matrits [Matrix theory]. Moscow, Nauka Publ., 1966.

Antsev G.V. — Cand. Sc. (Eng.), General Director-Chief Designer, JSC “Scientific-production enterprise “Radar mms” (Novoselkovskaya ul. 37, St. Petersburg, 197375 Russian Federation); General Director-Chief Designer, JSC “Morinformsystem-Agat” (Entuziastov shosse 29, Moscow, 105275 Russian Federation).

Lysenko L.N. (1939–2018) — Dr. Sc. (Eng.), Professor, worked at the Department of Dynamics and Flight Control of Rockets and Spacecraft, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Petrov V.A. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Chief Research Fellow, JSC “Scientific-production enterprise “Radar mms” (Novoselkovskaya ul. 37, St. Petersburg, 197375 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Antsev G.V., Lysenko L.N., Petrov V.A. Accounting for nonlinear ship motion in navigational support of submarine ballistic missile launches. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Mechanical Engineering*, 2019, no. 2, pp. 4–20 (in Russ.). DOI: 10.18698/0236-3933-2019-2-4-20



В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана
вышел в свет учебник авторов
**Н.Д. Чайнова, А.Н. Краснокутского,
Л.Л. Мягкова**

«Конструирование и расчет поршневых двигателей»

Изложены основы конструирования и современные методы прочностного анализа поршневых и комбинированных двигателей внутреннего сгорания, приведен анализ конструкций современных отечественных и зарубежных двигателей, рассмотрены перспективы их развития. Наряду с традиционными методами расчетов на прочность базовых деталей двигателей представлены численные методы анализа теплового и напряженно-деформированного состояний элементов двигателей с применением современных информационных технологий.

Для студентов вузов, обучающихся по специальности 101200 «Двигатели внутреннего сгорания» направления подготовки 141100 «Энергомашиностроение».

По вопросам приобретения обращайтесь:
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1
+7 (499) 263-60-45
press@bmstu.ru
<http://baumanpress.ru>