

ОЦЕНКА БЛИЗОСТИ К ОСОБЫМ ПОЛОЖЕНИЯМ МЕХАНИЗМОВ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ПУТЕМ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ УРАВНЕНИЙ СВЯЗИ

П.А. Ларюшкин

pav.and.lar@gmail.com

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Приведен подход к расчету скоростных и силовых критериев близости к особым положениям механизмов параллельной структуры с использованием компонентов обратной матрицы Якоби, полученных при дифференцировании уравнений связи. Показано, что для механизмов такого класса необходимого результата можно достичь без применения методов, основанных на винтовом исчислении, что требует принятия определенных допущений. В качестве примера рассмотрен плоский механизм. Расчет выполнен для линейной скорости выходного звена и внешней нагрузки в виде силы, что позволит избежать нормирования векторов, содержащих разные по смыслу физические величины, и применить подход для анализа механизмов со смешанными степенями свободы. Полученные в результате расчетов значения максимальных скоростей и усилий в активных парах сравниваются со значениями, вычисленными для двух векторов скоростей и внешних сил, имеющих ту же норму, но постоянное направление. Показано, что предложенный подход позволяет получить действительно максимальные абсолютные значения скоростей и усилий в активных парах. При этом разность между значениями, вычисленными по данному способу и рассчитанными для постоянных по направлению скорости выходного звена или внешней силы, значительно увеличивается при приближении к особым положениям

Ключевые слова

Механизмы параллельной структуры, особые положения, матрица Якоби, уравнения связи, винтовое исчисление

Поступила 18.10.2017

© Автор(ы), 2019

Работа выполнена в рамках государственного задания на научные исследования (грант № 9.5309.2017/8.9)

Наличие особых положений, т. е. конфигураций механизма, в которых происходит мгновенное изменение его подвижности, принято считать одним из главных недостатков механизмов с несколькими замкнутыми кинематическими цепями, называемых механизмами параллельной структуры. Различные подходы к описанию и классификации таких положений приведены в работах К. Ханта, К. Госслена, Х. Анджелеса, В.А. Глазунова и других авторов [1–6].

Согласно наиболее распространенной в исследовательской среде классификации, предложенной К. Госсленом и Х. Анджелесом, особые положения разделяют на три типа:

- «Тип 1» соответствует потере выходным звеном одной или нескольких степеней свободы;
- «Тип 2» при котором возможно бесконечно малое или конечное перемещение выходного звена при остановленных приводах;
- «Тип 3», сочетает в себе свойства первых двух типов.

Известно, что при приближении к особым положениям типа 1 и неизменной скорости выходного звена возрастают абсолютные значения скоростей в приводных кинематических парах механизма, а при приближении к особым положениям типа 2 — нагрузок на цепи и реакций в парах [7], что позволяет использовать данные параметры в качестве критериев близости к особым положениям соответствующего типа. Так, например, Ж-П. Мерле предложил для оценки близости к особым положениям использовать значения сил в приводах механизма при постоянной внешней нагрузке на выходное звено [8]. Если значения указанных сил превышают определенное пороговое значение, то такая точка считается «слишком близкой» к особому положению и исключается из рабочей зоны. Недостаток данного подхода заключается в том, что силы в приводах зависят не только от значения, но и от направления внешней нагрузки, что требует проведения расчета для всех возможных ее направлений и таким образом занимает много времени. Позднее В.А. Глазуновым совместно с В. Аракелянном и С. Брио был предложен подход, устраняющий данный недостаток [9]. В указанной работе приведен способ, позволяющий получить для каждой цепи такое направление внешней нагрузки, которое максимально увеличивает обобщенную реакцию цепи. Также приведен аналогичный способ вычисления кинематического винта выходного звена, обеспечивающего максимальную по величине скорость в любой активной паре. Таким образом, данный подход позволяет исследовать близость к особым положениям типа 1 и типа 2, однако он также не лишен недостатков. Предложенный способ расчета «наихудшего» ки-

нематического или силового винта требует определенных доработок для возможности его применения к механизмам с числом степеней свободы менее шести, что было показано в работе [10].

В настоящей работе применен математический аппарат, используемый К. Госсленом и Х. Анджелесом в классификации особых положений, что позволяет не прибегать к дополнительным (и зачастую более сложным) вычислениям, необходимым для применения винтового исчисления. При этом предлагаемый подход не зависит от числа степеней свободы механизма.

Метод К. Госслена и Х. Анджелеса применим только к «полностью параллельным» [11] механизмам, т. е. у которых число кинематических цепей равно числу его степеней свободы n , или же к механизмам с взаимно независимыми (не входящими в одно уравнение связи) перемещениями в активных парах. Исходя из этого, без потери общности можно принять допущение, что в каждой цепи имеется ровно одна активная (приводная) кинематическая пара. Это позволяет обеспечить независимость перемещений в этих парах друг от друга и записать уравнения связи механизма с помощью неявных функций вида

$$F_i(x_1, \dots, x_n, q_i) = 0, \quad (1)$$

где q_i — перемещение в активной паре i -й цепи ($i = 1, \dots, n$); x_j — координаты выходного звена в неподвижной системе отсчета, связанной с основанием механизма ($j = 1, \dots, n$). Число уравнений связи (1) равно числу степеней свободы механизма n .

Соотношение между скоростями приводных пар и выходного звена, получаемое путем дифференцирования уравнений связи (1) по времени, записывается в виде

$$\mathbf{A} \cdot \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{pmatrix} + \mathbf{B} \cdot \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{pmatrix} = 0. \quad (2)$$

Здесь \dot{q}_i — скорость в приводной (активной) паре i -й кинематической цепи; \dot{x}_j — скорость выходного звена по его j -й координате, а матрицы \mathbf{A} и \mathbf{B} имеют следующий вид:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial F_n}{\partial x_n} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial q_1} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial F_n}{\partial q_n} \end{pmatrix}.$$

Критерием возникновения особого положения типа 1 является вырожденность матрицы \mathbf{B} ($\det(\mathbf{B}) = 0$), типа 2 — вырожденность матрицы \mathbf{A} ($\det(\mathbf{A}) = 0$), типа 3 — вырожденность матриц \mathbf{A} и \mathbf{B} одновременно.

Рассмотрим выражение (2), записанное как

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{-1} \cdot \dot{\mathbf{x}}, \quad (3)$$

где $\dot{\mathbf{q}} = (\dot{q}_1, \dots, \dot{q}_n)^T$ — вектор скоростей в активных парах; $\dot{\mathbf{x}} = (\dot{x}_1, \dots, \dot{x}_n)^T$ — вектор скоростей выходного звена; \mathbf{J}^{-1} — обратная матрица Якоби,

$$\mathbf{J}^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{\partial F_1}{\partial x_1} / \frac{\partial F_1}{\partial \psi_1} & \dots & -\frac{\partial F_1}{\partial x_n} / \frac{\partial F_1}{\partial \psi_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{\partial F_n}{\partial x_1} / \frac{\partial F_n}{\partial \psi_n} & \dots & -\frac{\partial F_n}{\partial x_n} / \frac{\partial F_n}{\partial \psi_n} \end{pmatrix}.$$

С учетом принятого ранее допущения данная матрица является квадратной.

Из уравнения (3) следует, что значение скорости в активной паре i -й цепи представляет собой скалярное произведение вектора $\dot{\mathbf{x}}$ и вектора $\mathbf{j}_i^{(-1)}$, компонентами которого являются элементы i -й строки матрицы \mathbf{J}^{-1} :

$$\dot{q}_i = \mathbf{j}_i^{(-1)} \cdot \dot{\mathbf{x}} = \left(-\frac{\partial F_i}{\partial x_1} / \frac{\partial F_i}{\partial \psi_i}, \dots, -\frac{\partial F_i}{\partial x_n} / \frac{\partial F_i}{\partial \psi_i} \right) \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{pmatrix}.$$

Очевидно, что максимальное значение скорости \dot{q}_i при некоторой неизменной норме вектора $\|\dot{\mathbf{x}}\| = \text{const}$ соответствует такому его направлению, при котором он является коллинеарным вектору $\mathbf{j}_i^{(-1)}$. Стоит отметить, что последний вектор является взятым со знаком минус градиентом некоторой функции $q_i = f(x_1, \dots, x_n)$.

Если для нормализации векторов применяется евклидова норма, то справедливо выражение $\max(\dot{q}_i) = \|\mathbf{j}_i^{(-1)}\| \cdot \|\dot{\mathbf{x}}\|$, откуда следует, что для определения максимальной скорости в приводной паре i -й цепи, соответствующей скорости выходного звена, численно равной некоторому известному значению, достаточно вычислить евклидову норму i -й строки матрицы \mathbf{J}^{-1} и умножить ее на это значение.

Применение евклидовой нормы является спорным моментом, если речь идет о векторах, содержащих разные по своему физическому смыслу

компоненты (например, угловые и линейные скорости). В этом случае может быть целесообразным применение максимальной нормы, также называемой бесконечной нормой или нормой Чебышева, или же применение евклидовой нормы отдельно к угловым и линейным составляющим вектора скоростей выходного звена. В любом случае при расчете максимальной скорости в i -й приводной паре необходимость в рассмотрении какого-либо направления вектора скоростей выходного звена $\dot{\mathbf{x}}$ (как в случае с винтовым исчислением) отсутствует, поскольку для этого достаточно принять равными нулю соответствующие отброшенным или не рассматриваемым компонентам $\dot{\mathbf{x}}$ элементы i -й строки матрицы \mathbf{J}^{-1} , вычислить евклидову норму полученного вектора и умножить ее на норму соответствующего рассматриваемого вектора. Обозначив вектор линейных скоростей выходного звена как \mathbf{v} ($\|\mathbf{v}\| = v$), вектор угловых скоростей выходного звена как $\boldsymbol{\omega}$ ($\|\boldsymbol{\omega}\| = \omega$), причем $\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{v}, \boldsymbol{\omega})^T$, а также векторы из соответствующих им компонентов i -й строки матрицы \mathbf{J}^{-1} как $\mathbf{j}_{\mathbf{v}i}^{(-1)}$ и $\mathbf{j}_{\boldsymbol{\omega}i}^{(-1)}$, для механизма со смешанными степенями свободы можно записать:

$$\max(\dot{q}_i) = \max\left(v \|\mathbf{j}_{\mathbf{v}i}^{(-1)}\|, \omega \|\mathbf{j}_{\boldsymbol{\omega}i}^{(-1)}\|\right). \quad (4)$$

Теперь рассмотрим приложенную к выходному звену внешнюю нагрузку

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} P_{x1} \\ \vdots \\ P_{xn} \end{pmatrix},$$

где P_{xj} — компонента, соответствующая координате x_j .

Используя принцип возможных перемещений, для каждого такого перемещения выходного звена δx_j , можно записать уравнение вида

$$e_1 \delta q_1^{xj} + e_2 \delta q_2^{xj} + \dots + e_n \delta q_n^{xj} + P_{xj} \delta x_j = 0.$$

Здесь e_i — усилие в приводной паре i -й кинематической цепи, а δq_i^{xj} — перемещение в этой же паре, вызываемое перемещением выходного звена на δx_j . Данное выражение можно переписать так:

$$\sum_{i=1}^n e_i \frac{\partial q_i}{\partial x_j} \delta x_j = -P_{xj} \delta x_j. \quad (5)$$

Записав выражение (5) для всех δx_j , можно получить систему из n линейных уравнений. Поскольку по правилу нахождения производной неявной функции

$$\frac{dq_i}{dx_j} = -\frac{\partial F_i}{\partial x_j} / \frac{\partial F_i}{\partial q_i}, \quad i, j = 1, \dots, n,$$

система (5) может быть записана с использованием матрицы Якоби \mathbf{J} :

$$\mathbf{e} = -\mathbf{J}^T \cdot \mathbf{P}.$$

Здесь $\mathbf{e} = (e_1, \dots, e_n)^T$ — вектор, компонентами которого являются усилия в приводных парах механизма, а \mathbf{J}^T — транспонированная матрица Якоби механизма.

Аналогично максимальным скоростям в активных парах i -й цепи максимальные по модулю усилия в этих парах соответствуют такому направлению внешней нагрузки, при которой вектор \mathbf{P} коллинеарен вектору $\mathbf{j}_i^{(\tau)}$, состоящему из компонентов i -й строки матрицы \mathbf{J}^T .

Окончательно, максимальные значения усилий в приводах могут быть рассчитаны следующим образом:

$$\max(e_i) = \max\left(f \|\mathbf{j}_{fi}^{(\tau)}\|, m \|\mathbf{j}_{mi}^{(\tau)}\|\right), \quad (6)$$

где $\mathbf{f} (\|\mathbf{f}\| = f)$ — вектор внешних сил, действующих на выходное звено; $\mathbf{m} (\|\mathbf{m}\| = m)$ — вектор внешних моментов; $\mathbf{j}_{fi}^{(\tau)}$ и $\mathbf{j}_{mi}^{(\tau)}$ — векторы из соответствующих векторам \mathbf{f} и \mathbf{m} компонентов i -й строки матрицы \mathbf{J}^T . При этом \mathbf{f} и \mathbf{m} — составляющие вектора \mathbf{P} , т. е. $\mathbf{P} = (\mathbf{f}, \mathbf{m})^T$.

Таким образом, выражения (4) и (6) позволяют определять максимально возможные скорости в активных парах или максимально возможные усилия в них при известной величине, но неизвестном направлении вектора скорости выходного звена или вектора внешней нагрузки.

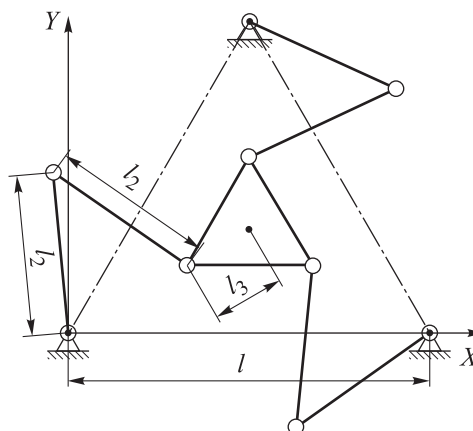
В качестве примера рассмотрим плоский 3-RRR механизм параллельной структуры (рис. 1), так как в этом случае можно получить наглядную картину, оптимальную для демонстрационных целей.

Геометрические параметры механизма: $l_1 = l_2 = 0,18$ м, $l_3 = 0,08$ м, приводные пары расположены в вершинах правильного треугольника со стороной $l = 0,4$ м, подвижная платформа также имеет форму правильного треугольника. Данный механизм имеет три степени свободы: две поступательные и одну вращательную. Для демонстрации предложенного подхода при исследовании близости к особым положениям типа 1 будем рассматривать

Рис. 1. Схема плоского механизма с тремя степенями свободы

только линейную скорость выходного звена, а при исследовании близости к особым положениям типа 2 — только внешнюю силу.

На рис. 2 приведено распределение максимальной угловой скорости в приводных парах по рабочей зоне механизма:



$$\max(\dot{q}) = \max(\max(\dot{q}_1), \max(\dot{q}_2), \max(\dot{q}_3)). \quad (7)$$

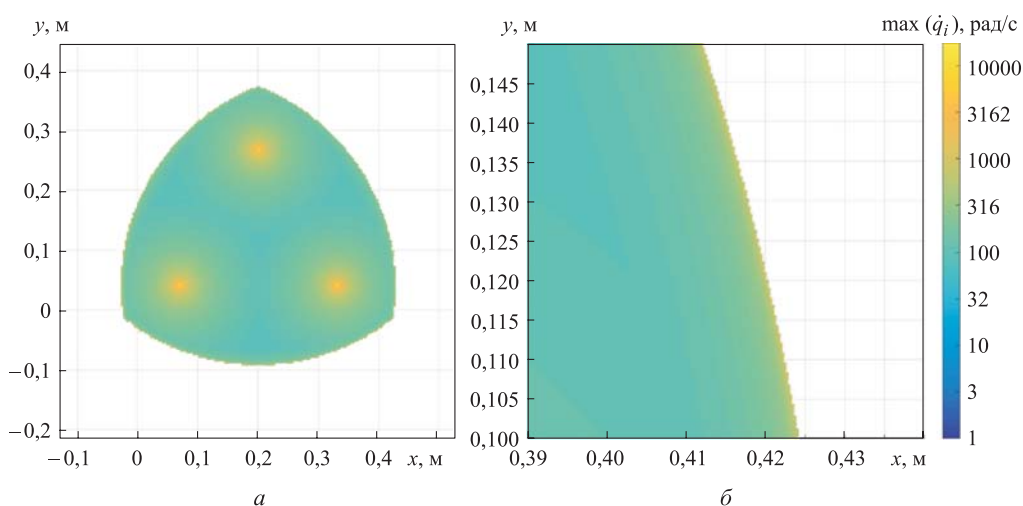


Рис. 2. Распределение значений максимальных скоростей в приводных парах: вид на всю рабочую зону (а) и ее часть вблизи границы (б)

Все расчеты выполнялись для скорости выходного звена $v = 0,1$ м/с.

Известно [12], что для данного механизма точки особых положений типа 1 расположены на теоретической границе рабочей зоны и, как видно на рис. 2, при приближении к краю рабочей зоны имеет место возрастание максимальных скоростей в приводных парах. Также увеличение значений указанных скоростей наблюдается вблизи трех точек, расположенных внутри рабочей области. Эти точки соответствуют особым положениям типа 3 [12].

Рассмотрим теперь особые положения типа 2. На рис. 3 показано распределение максимальных значений усилий (моментов) в приводных парах по рабочей зоне для внешней силы, равной 10 Н. Максимальное значение силы определялось аналогично максимальному значению скорости при анализе близости к особым положениям типа 1:

$$\max(e) = \max(\max(e_1), \max(e_2), \max(e_3)). \quad (8)$$

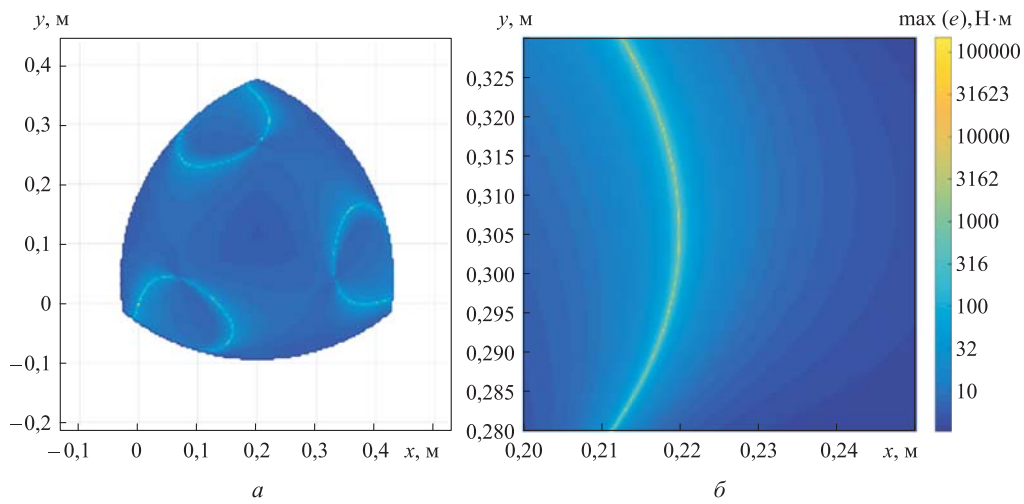


Рис. 3. Распределение значений максимальных усилий в приводных парах: вид на всю рабочую зону (а) и ее часть вблизи линии, соответствующей особым положениям типа 2 (б)

На рис. 3 хорошо виден значительный рост (5 порядков) максимального абсолютного значения момента в приводных парах механизма вблизи указанных особых положений. Такие значения, безусловно, возможны только в теории. В реальном механизме (с указанными размерами) произойдет выход из строя двигателя либо движение на выходное звено не будет передаваться должным образом из-за потери жесткости в направлении «наихудшей» внешней нагрузки. Кривые (см. рис. 3), при приближении к которым происходит увеличение сил в приводных парах, совпадают с кривыми, соответствующими особым положениям типа 2, полученными И. Боневым и К. Госсленом [12], что подтверждает правильность рассматриваемого подхода определения близости к особым положениям.

Чтобы продемонстрировать, что предлагаемый подход действительно позволяет получить максимально возможные значения скоростей в активных парах и сил в них, т. е. рассмотреть самый худший вариант дви-

жения выходного звена или приложения к нему внешней нагрузки, был проведен дополнительный расчет постоянного направления перемещения и внешней нагрузки, параллельного оси X . Абсолютные значения скорости выходного звена и внешней силы принимали, как и в предыдущем расчете, равными $0,1$ м/с и 10 Н. Далее рассчитывали разность между значениями скоростей в активных парах и усилий в них, вычисленных по формулам (7) и (8) и полученных в результате второго расчета:

$$\begin{aligned}\Delta_q &= \max(\dot{q}) - \max(\dot{q}_X), \\ \Delta_e &= \max(e) - \max(e_X),\end{aligned}\quad (9)$$

где $\max(\dot{q}_X)$ — максимальное (из трех, рассчитанных для каждой пары) по модулю значение скорости в приводных парах, соответствующее направлению движения выходного звена вдоль оси X ; $\max(e_X)$ — максимальное по модулю значение момента в парах для внешней силы, приложенной вдоль той же оси.

Графически результаты сравнительного расчета представлены на рис. 4.

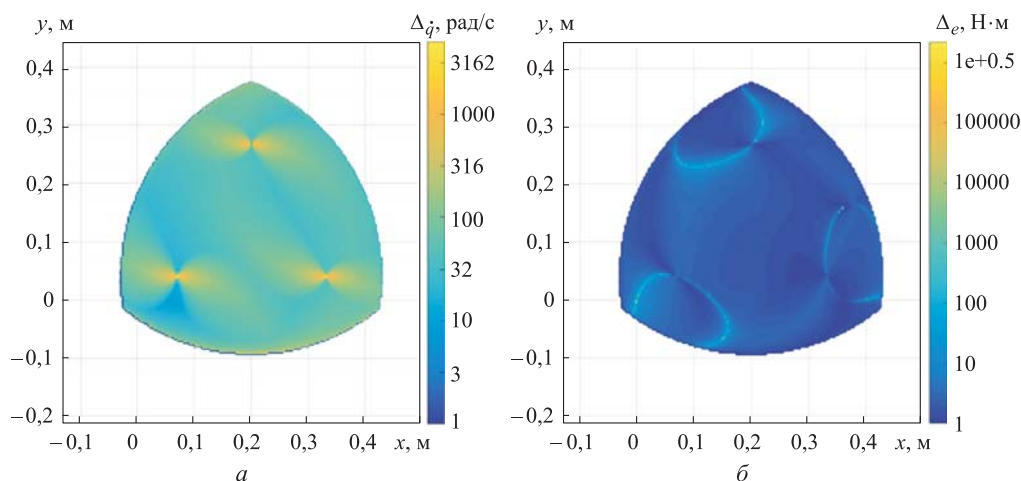


Рис. 4. Распределение отклонения расчетных значений скоростей (а) и усилий (б) в приводных парах, вычисленных согласно предложенному подходу, от значений, рассчитанных для постоянного направления скорости выходного звена и внешней нагрузки

Из рис. 4 следует, что значения скоростей и усилий в приводных парах, рассчитанные по рассмотренному способу, действительно больше значений, рассчитанных для постоянного направления скорости выходного звена или внешней нагрузки, поскольку абсолютные отклонения, вычисленные по формуле (9), всегда больше нуля. При этом можно сделать еще одно важное наблюдение: разность между величинами данных

скоростей и усилий увеличивается при приближении к особым положениям соответствующих типов. Кроме того, в непосредственной близости к таким положениям значения $\Delta_{\dot{q}}$ и Δ_e имеют порядок самих величин, т. е. чем ближе механизм находится к особому положению, тем больше вероятность ошибки при оценке скорости или величины момента с использованием неизменного по направлению вектора.

Таким образом, в настоящей работе приведен способ оценки максимально возможных скоростей или усилий в приводных парах для известных по величине, но не известных по направлению скоростей выходного звена и внешней нагрузки. По сравнению с подходом, который основан на винтовом исчислении, данный способ позволяет рассчитывать указанные значения для механизма с любым числом степеней свободы и использует более простой математический аппарат, однако ограничен только механизмами параллельной структуры, отвечающими условию «полной параллельности» или имеющими взаимно независимые (не входящие в одно уравнение связи) перемещения в активных парах.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Hunt К.Н. Special configurations of robot-arms via screw theory. *Robotica*, 1986, vol. 4, no. 3, pp. 171–179.
- [2] Sugimoto K., Duffy J., Hunt К.Н. Special configurations of spatial mechanisms and robot arms. *Mech. Mach. Theory*, 1982, vol. 17, no. 2, pp. 119–132.
DOI: 10.1016/0094-114X(82)90042-8
- [3] Gosselin C., Angeles J. Singularity analysis of closed-loop kinematic chains. *IEEE Trans. Robot. Autom.*, 1990, vol. 6, no. 3, pp. 281–290. DOI: 10.1109/70.56660
- [4] Глазунов В.А., Колискор А.Ш., Крайнев А.Ф. Пространственные механизмы параллельной структуры. М., Наука, 1991.
- [5] Zlatanov D., Fenton R.G., Benhabib B.A. Unifying framework for classification and interpretation of mechanism singularities. *JMD*, 1995, vol. 117, no. 4, pp. 566–572.
DOI: 10.1115/1.2826720
- [6] Ларюшкин П.А. Классификация и условия возникновения особых положений в механизмах параллельной структуры. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2017, № 1, с. 16–23. DOI: 10.18698/0536-1044-2017-1-16-23
- [7] Merlet J.-P. *Parallel robots*. Springer, 2006.
- [8] Hubert J., Merlet J.-P. Static of parallel manipulators and closeness to singularity. *J. Mech. Robot.*, 2008, vol. 1, no. 1, art. 011011. DOI: 10.1115/1.2961335
- [9] Глазунов В.А., Аракелян В., Брио С. и др. Скоростные и силовые критерии близости к сингулярностям манипуляторов параллельной структуры. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2012, № 3, с. 10–17.

[10] Ларюшкин П.А., Рашоян Г.В., Эрастова К.Г. Об особенностях применения винтового исчисления для оценки близости к особым положениям механизмов параллельной структуры. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2017, № 4, с. 39–45.

[11] Gosselin C. Kinematic analysis optimisation and programming of parallel robotic manipulators. McGill University, 1988.

[12] Bonev I., Gosselin C. Singularity loci of planar parallel manipulators with revolute joints. *Proc. 2nd Workshop on Computational Kinematics*. Seoul, Korea, 2001, 10 p.

Ларюшкин Павел Андреевич — канд. техн. наук, доцент кафедры «Основы конструирования машин» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Ларюшкин П.А. Оценка близости к особым положениям механизмов параллельной структуры путем дифференцирования уравнений связи. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2019, № 1, с. 71–83.

DOI: 10.18698/0236-3941-2019-1-71-83

ESTIMATING HOW CLOSE PARALLEL MECHANISMS ARE TO THEIR SINGULARITIES BY DIFFERENTIATING CONSTRAINT EQUATIONS

P.A. Laryushkin

pav.and.lar@gmail.com

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

The paper presents an approach to computing velocity- and force-based criteria for determining how close a parallel mechanism is to its singularity by using inverse Jacobian matrix components derived via differentiating constraint equations. We show that, for this type of mechanisms, methods based on screw theory are not required to achieve the desired result; however, in this case certain assumptions are necessary. Let us consider a planar parallel mechanism. We limited our computation to linear output link velocity and a single force as external loading, which allows us to avoid normalising vectors containing quantities of dissimilar physical significance and to use this approach to analyse mechanisms with mixed degrees of freedom. Our computation yields maximum velocities and forces in actuated joints, which we

Keywords

Parallel mechanisms, singularities, Jacobian matrix, constraint equations, screw theory

compare to values computed for two velocity and external force vectors that have the same magnitude but whose direction is constant. We show that the approach suggested actually produces the maximum possible velocities and forces in actuated joints. At the same time, when the mechanism approaches its singularities, we note a significant increase in the deviation of the values computed via this method from those computed for output link velocities or external forces whose direction is constant

Received 18.10.2017

© Author(s), 2019

The study was conducted as part of a government scientific investigation assignment (grant no. 9.5309.2017/8.9)

REFERENCES

- [1] Hunt K.H. Special configurations of robot-arms via screw theory. *Robotica*, 1986, vol. 4, no. 3, pp. 171–179.
- [2] Sugimoto K., Duffy J., Hunt K.H. Special configurations of spatial mechanisms and robot arms. *Mech. Mach. Theory*, 1982, vol. 17, no. 2, pp. 119–132.
DOI: 10.1016/0094-114X(82)90042-8
- [3] Gosselin C., Angeles J. Singularity analysis of closed-loop kinematic chains. *IEEE Trans. Robot. Autom.*, 1990, vol. 6, no. 3, pp. 281–290. DOI: 10.1109/70.56660
- [4] Glazunov V.A., Koliskor A.Sh., Kraynev A.F. Prostranstvennye mekhanizmy paralel'noy struktury [Spatial mechanisms of parallel structure]. Moscow, Nauka Publ., 1991.
- [5] Zlatanov D., Fenton R.G., Benhabib B.A. Unifying framework for classification and interpretation of mechanism singularities. *JMD*, 1995, vol. 117, no. 4, pp. 566–572.
DOI: 10.1115/1.2826720
- [6] Laryushkin P.A. Classification and occurrence conditions of singularities in parallel mechanisms. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building], 2017, no. 1, pp. 16–23 (in Russ.).
DOI: 10.18698/0536-1044-2017-1-16-23
- [7] Merlet J.-P. Parallel robots. Springer, 2006.
- [8] Hubert J., Merlet J.-P. Static of parallel manipulators and closeness to singularity. *J. Mech. Robot.*, 2008, vol. 1, no. 1, art. 011011. DOI: 10.1115/1.2961335
- [9] Glazunov V.A., Arakelyan V., Brio S., et al. Speed and force criteria for the proximity to singularities of parallel structure manipulators. *J. Mach. Manuf. Reliab.*, 2012, vol. 41, no. 3, pp. 194–199. DOI: 10.3103/S1052618812030041
- [10] Laryushkin P.A., Rashoyan G.V., Erastova K.G. On the features of applying the theory of screws to the evaluation of proximity to specific positions of the mechanisms of parallel structure. *J. Mach. Manuf. Reliab.*, 2017, vol. 46, no. 4, pp. 349–355.
DOI: 10.3103/S1052618817040100


[11] Gosselin C. Kinematic analysis optimisation and programming of parallel robotic manipulators. McGill University, 1988.

[12] Bonev I., Gosselin C. Singularity loci of planar parallel manipulators with revolute joints. *Proc. 2nd Workshop on Computational Kinematics*. Seoul, Korea, 2001, 10 p.

Laryushkin P.A. — Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Machine Design Foundations, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Bauman-skaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Laryushkin P.A. Estimating How Close Parallel Mechanisms are to their Singularities by Differentiating Constraint Equations. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Mechanical Engineering*, 2019, no. 1, pp. 71–83 (in Russ.). DOI: 10.18698/0236-3941-2019-1-71-83



В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана
вышло в свет учебное пособие автора
Ю.Г. Драгунова

**«Обеспечение прочности и ресурса
реакторных установок с водо-водяными
энергетическими реакторами»**

Изложены подходы к обоснованию безопасности реакторных установок с водо-водяными энергетическими реакторами, в частности прочности оборудования, с учетом нагрузок и изменений свойств материалов в условиях нормальной эксплуатации и при авариях. Рассмотрены вопросы управления ресурсом критических элементов оборудования реакторных установок с водо-водяными энергетическими реакторами. Пособие адресовано студентам специальности «Ядерные реакторы и материалы», может быть полезно для студентов и аспирантов, обучающихся по направлению подготовки «Ядерная энергетика и технологии», а также специалистов, работающих в области создания оборудования для ядерной индустрии.

По вопросам приобретения обращайтесь:
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1
+7 (499) 263-60-45
press@bmstu.ru
<http://baumanpress.ru>