

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЙ ОБЪЕКТА ИСПЫТАНИЙ, ЗАКРЕПЛЕННОГО НА БРУСЕ, ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ УДАРНЫХ НАГРУЗОК

А.В. Проскурин

proskur58@mail.ru

А.В. Шлишевский

Anton\_Shlishevskiy@mail.ru

Российский федеральный ядерный центр — ВНИИ технической физики имени академика Е.И. Забабахина, г. Снежинск, Челябинская обл., Российская Федерация

---

### Аннотация

Рассмотрено поведение различных конструкций в условиях воздействия интенсивных импульсных (ударных) нагрузок, возникающих при эксплуатации многих современных сооружений, машин и приборов. При проведении испытаний на ударные нагрузки между объектом и точкой приложения нагрузки располагаются промежуточные элементы, которые могут быть элементами как самого объекта испытаний, так и его крепления в испытательном стенде. При расчетах интенсивных импульсных нагрузок такие элементы заменяются абсолютно жесткими телами, связанными с объектом испытания упругими связями. В ряде случаев такой подход неправилен. Для получения более точного результата необходимо рассматривать промежуточные элементы как упругие тела. Проведены экспериментальные и расчетные исследования и выполнено сравнение их результатов

### Ключевые слова

*Брус, объект испытания, маятниковая установка, ударное нагружение, продольные колебания, собственная частота колебаний, расчетная схема*

Поступила в редакцию 30.10.2017  
© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018

---

**Цель работы** — исследование элементов механической системы в условиях воздействия интенсивных импульсных нагрузок. Экспериментальные исследования выполняли в соответствии со схемой, приведенной на рис. 1 [1].

На торце бруса из алюминиевого сплава Д16 (ГОСТ 21488–76),  $m_2 = 255$  кг с помощью стальной проставки, четырех стальных винтов М12 × 30 и стальной шпильки М39 × 35 закреплен объект испытания (ОИ) из алюминиевого сплава Д16,  $m_1 = 37,8$  кг.

Для формирования ударной нагрузки использован переходник с бойком  $m_3 = 21,2$  кг. Переходник закреплен по схеме маятника.

Ударные ускорения измеряли пьезоакселерометрами с условными обозначениями 1X, 2X, 3X (далее датчики 1X, 2X, 3X). Датчики установлены на клейгерметик ВГО-1 (резонансная частота закрепленного датчика  $f_p \approx 10$  кГц). Ось чувствительности датчиков совпадала с осью бруса.

Зарегистрированные сигналы ускорений подвергались цифровой фильтрации фильтром Баттерворта 4-го порядка при частоте фильтрации сигнала  $f_{вц} = 10$  кГц.

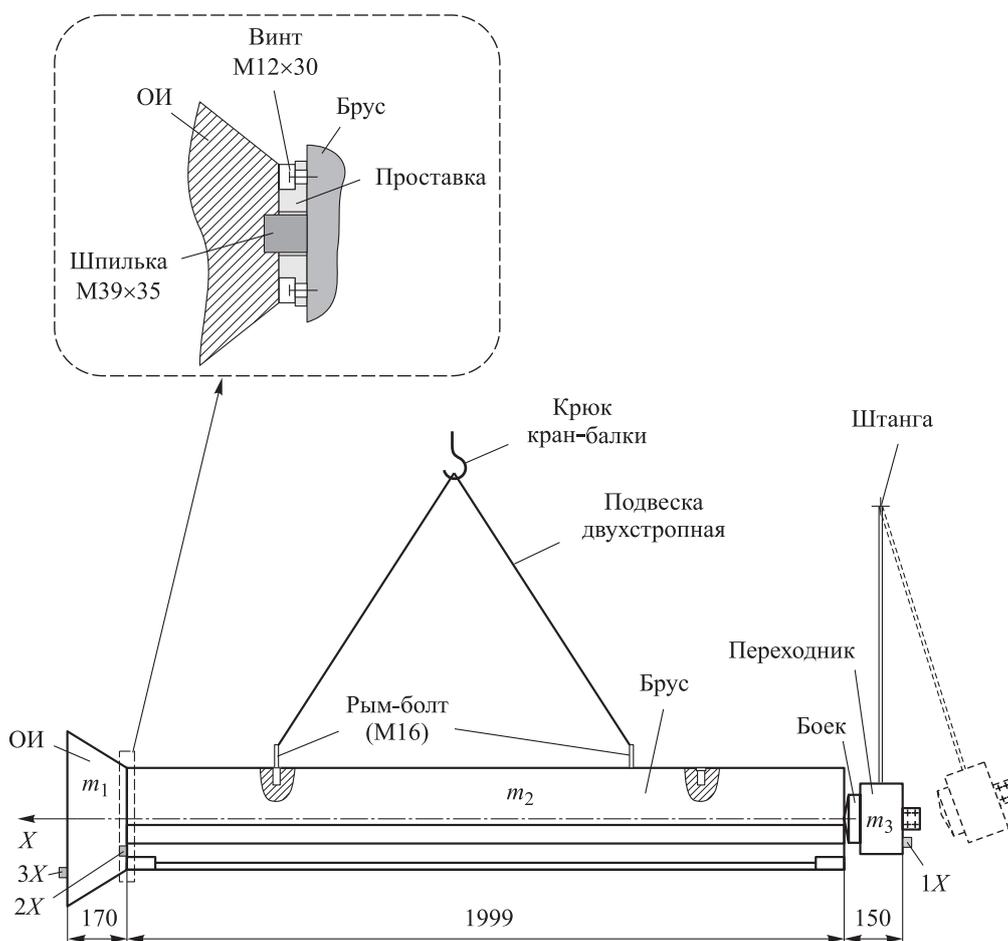


Рис. 1. Схема нагружения бруса и ОИ

**Результаты экспериментальных исследований.** Характерные результаты измерения ускорений приведены на рис. 2, спектральные плотности зарегистрированных ускорений — на рис. 3.

Как правило, для прочностных расчетов практический интерес представляет диапазон от 0 до 2 кГц, но для сравнения и большей наглядности при обработке диапазон расширен до 10 кГц.

Из рис. 2 следует, что параметры нагружающего импульса (датчик 1X) значительно отличаются от нагрузок на ОИ (датчик 3X). На рис. 3 видно, что спектр сигнала датчика 3X имеет первый пик на частоте  $f = 681$  Гц, второй пик лежит на частоте  $f = 1360$  Гц и небольшие пики есть на частотах  $f = 1360i$  Гц ( $i = 1, \dots, n$ ). Спектр сигнала датчика 2X имеет первый пик на частоте  $f = 1360$  Гц, небольшие пики — на частотах  $f = 1360i$  Гц ( $i = 1, \dots, n$ ).

**Расчетные модели.** Оценим ускорения ОИ, используя различные модели системы (см. рис. 1). Опишем рассматриваемую модель в виде двухмассовой системы с вязким трением. Расчетная схема такой модели показана на рис. 4.

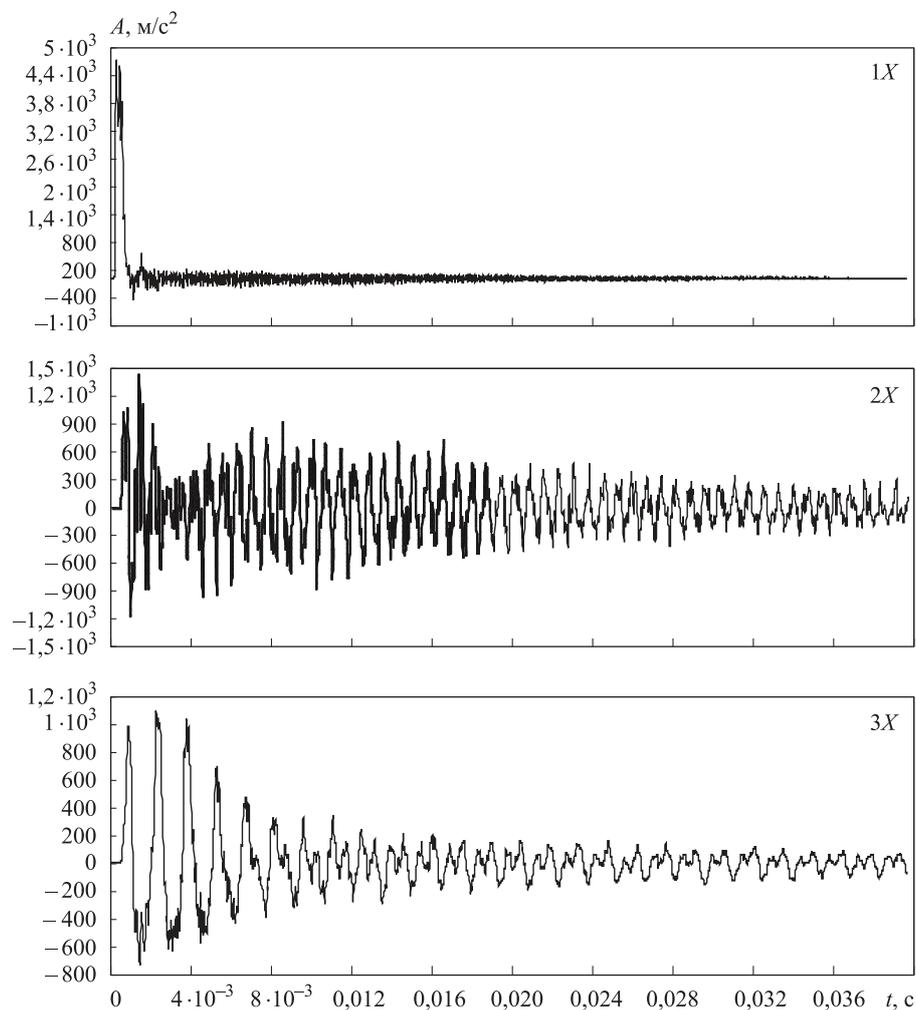


Рис. 2. Зарегистрированные сигналы ускорений, обработанные фильтром Баттерворта 4-го порядка при частоте среза  $f_{вц} = 10$  кГц

Дифференциальные уравнения движения тел во время удара можно записать в виде [2]:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + \beta(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + c(x_1 - x_2) = 0; \\ m_2 \ddot{x}_2 - \beta(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - c(x_1 - x_2) = -P(t). \end{cases} \quad (1)$$

После преобразований (1) получим

$$\ddot{\alpha} + 2n_1 \dot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = \frac{P(t)}{m_2}, \quad (2)$$

где

$$n_1 = \frac{\beta}{2} \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}; \quad \omega_0^2 = \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} c; \quad \alpha = (x_1 - x_2); \quad (3)$$

$\beta$  — коэффициент демпфирования;  $c$  — жесткость упругой связи.

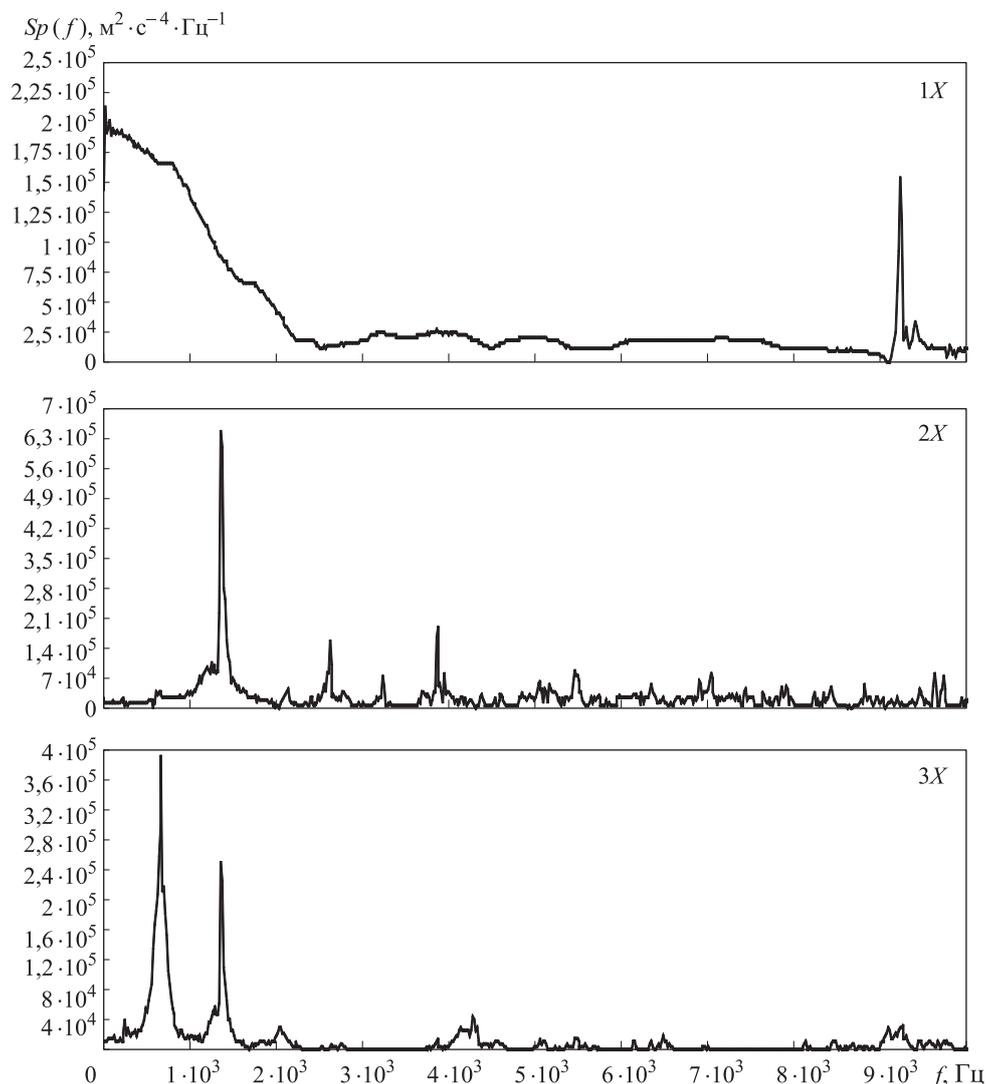


Рис. 3. Графики спектральных плотностей зарегистрированных ударных ускорений

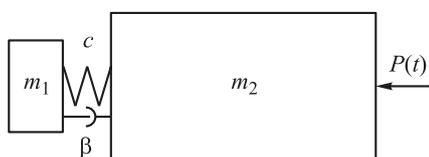


Рис. 4. Расчетная схема с вязким трением:

$m_1, m_2$  — массы ОИ и бруса;  $\beta$  — коэффициент демпфирования;  $c$  — жесткость упругой связи;  $P(t)$  — внешнее воздействие

Для решения уравнения (2) оценим жесткость соединения ОИ и бруса с помощью метода конечных элементов [3]. Расчет проводился в следующей постановке: свободный торец бруса жестко защемлен, к свободному торцу ОИ приложена сила. Физико-механические характеристики материалов заданы в соответствии [4–7]. В одном случае сила равна 1000 Н, в другом — 10000 Н. Расчетная модель приведена на рис. 5.

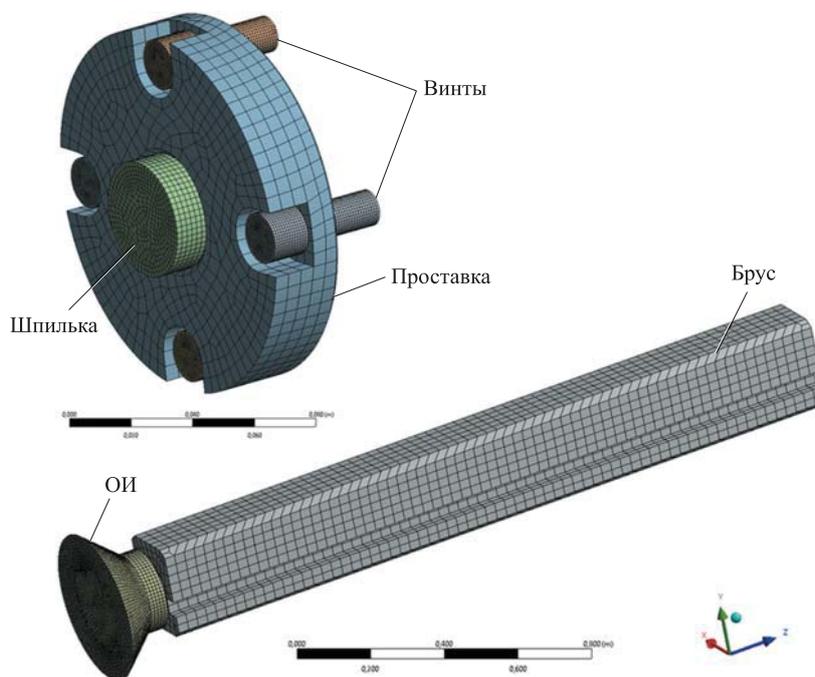


Рис. 5. Расчетная модель

Среднее значение жесткости сборки на растяжение  $c = 6,08 \cdot 10^8$  Н/м.

Значения коэффициентов  $\beta = 9876$ ,  $n = 30$ , характеризующих затухание сигналов, выбирали из условия обеспечения удовлетворительного совпадения сигналов, полученных в эксперименте и расчете.

Заменим реальное воздействие на брус полусинусоидальным импульсом силы длительностью  $\tau \approx 0,65$  мс ( $\omega = \pi / \tau = 4833$  рад/с), равной длительности импульса сигнала, зарегистрированного датчиком 1X, и амплитудой  $P_0 = m_3 A_{п1X}$ , где  $A_{п1X}$  — пиковое значение ускорения, зарегистрированного датчиком 1X после цифровой фильтрации фильтром Баттерворта 4-го порядка с частотой среза  $f_{вц} = 2$  кГц, равное  $4200$  м/с<sup>2</sup>.

Используя численное решение методом Рунге — Кутты 4-го порядка уравнения (2) с параметрами  $P_0 = 89040$  Н,  $\omega = \pi / 0,00065 = 4833$  рад/с,  $m_1 = 37,8$  кг,  $m_2 = 255$  кг,  $c = 6,08 \cdot 10^8$  Н/м,  $\omega_0 = 4278$ ,  $\beta = 9876$  и первое уравнение системы (1), найдем ускорение  $\ddot{x}_1(t)$  массы  $m_1$  (рис. 6).

Полученное решение объясняет наличие пика на частоте 681 Гц на графике спектральной плотности сигнала ускорения датчика 3X.

Рассмотрим брус как упругое тело. Учитывая, что масса ОИ примерно на порядок меньше массы бруса, пренебрежем ее влиянием и рассмотрим брус со свободными концами. Частоты продольных собственных колебаний бруса со свободными концами определяются выражением [2]  $f_0 = ai / 2l$ ,  $i = 1, \dots, n$ , где  $a = \sqrt{E/\rho}$  — скорость звука ( $E$  — модуль упругости материала бруса;  $\rho$  — плотность материала бруса);  $l$  — длина бруса.

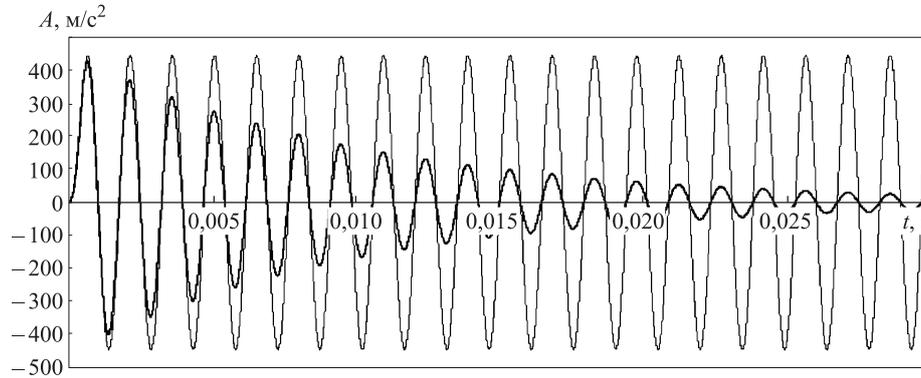


Рис. 6. Ускорение массы  $m_1$  (двухмассовая модель системы) с учетом (—) и без учета (---) демпфирования

Используя параметры бруса (см. рис. 1), получаем значения собственных частот бруса  $f_0 = 1360i$  Гц.

Поскольку продольные размеры ОИ и промежуточных элементов на порядок и более меньше продольного размера бруса, то частоты их продольных колебаний, вычисленные по формуле  $f_0 = ai / 2l$ , выходят из рассматриваемого диапазона частот (до 10 кГц). Поэтому продольные колебания ОИ и элементов крепления не рассматриваются.

Смещение сечений стержня со свободными концами при продольных колебаниях под действием полусинусоидального импульса можно записать в виде

$$u(x, t) = \frac{P_0 l}{2EF} \left[ \left( \frac{x}{l} \right)^2 \sin \omega t + 4 \sum_{i=1,2,3...}^{i=\infty} \left( \frac{(-1)^i}{i^2 \pi^2} \right) \cos \frac{i\pi x}{l} \times \right. \tag{4}$$

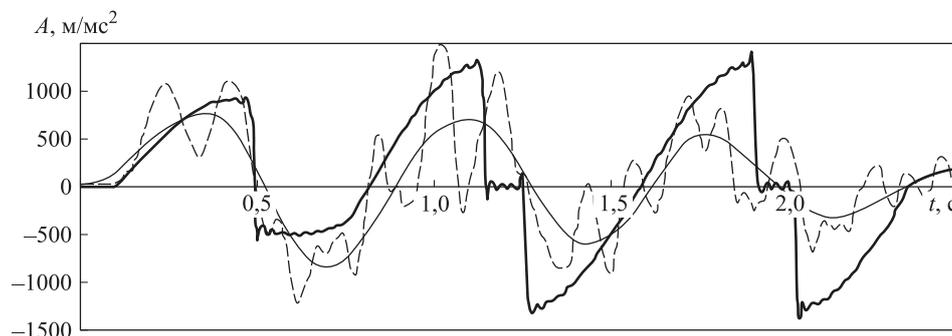
$$\left. \times \frac{\omega^2}{(i^2 \omega_0^2 - \omega^2)} \left( \sin \omega t - \frac{i\omega_0}{\omega} \sin i\omega_0 t \right) \right] \text{ при } 0 < t \leq \frac{\pi}{\omega};$$

$$u(x, t) = -\frac{4P_0 l}{\pi^2 EF} \left[ \sum_{i=1,2,3...}^{i=\infty} \left( \frac{(-1)^i}{i} \right) \cos \frac{i\pi x}{l} \frac{\omega\omega_0}{(i^2 \omega_0^2 - \omega^2)} \times \right. \tag{5}$$

$$\left. \times \sin i\omega_0 \left( t - \frac{\pi}{2\omega} \right) \cos i\omega_0 \frac{\pi}{2\omega} \right] \text{ при } t > \frac{\pi}{\omega},$$

где  $E$  — модуль упругости материала;  $F$  — площадь поперечного сечения бруса;  $l$  — длина бруса;  $P_0$  — амплитуда импульса силы;  $\omega$  — круговая частота;  $\omega_0 = 2\pi f_0$  — круговая частота собственных колебаний.

Дважды дифференцируя зависимости (4) и (5) по времени, получаем зависимости ускорений сечений бруса от времени. На рис. 7 показаны графики ускорений сечения бруса  $x = 0$  (сечение крепления ОИ). На рис. 7 график ускорения «расчет» показывает результаты вычисления по формулам (4) и (5). Для сравнения на рис. 7 приведены графики ускорения, зарегистрированного датчиком 2X, полученные путем цифровой фильтрации фильтром Баттерворта 4-го порядка с частотой среза  $f_{вц} = 10$  и 2 кГц.



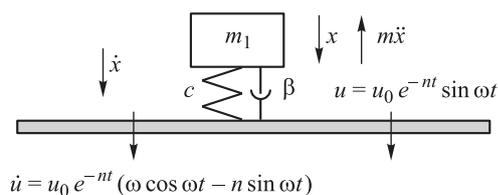
**Рис. 7.** Ускорения сечения  $x = 0$  бруса (датчик 2X):  $f_{\text{вц}} = 10$  и  $2$  кГц — штриховая и сплошная светлая; расчет — сплошная жирная

Теперь движение ОИ можно представить как сумму двух движений. Первое — как движение одной массы двухмассовой системы, второе — как движение одно-массовой системы, основание которой смещается по определенному закону (кинематическое возбуждение).

Рассмотрим движение ОИ как движение одномассовой системы с вязким трением под действием смещения основания (рис. 8).

**Рис. 8.** Схема нагружения:

$m_1$  — масса ОИ;  $c$  и  $\beta$  — коэффициенты, учитывающие жесткостные и диссипативные свойства системы;  $u_0$  — смещение основания



Уравнение движения ОИ при кинематическом возбуждении можно записать в виде

$$m_1 \ddot{x} + \beta(\dot{x} - \dot{u}) + c(x - u) = 0. \quad (6)$$

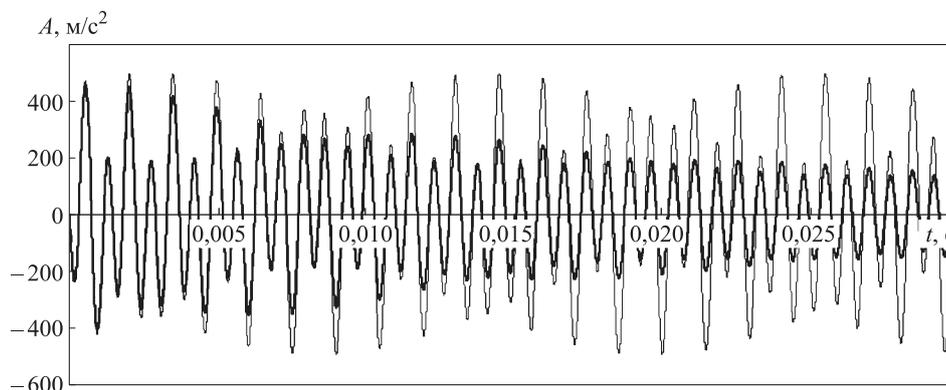
Величину смещения сечения  $x = 0$  бруса будем описывать функцией  $u = u_0 e^{-nt} \sin \omega t$ , тогда (6) примет вид

$$\ddot{x} + 2n_1 \dot{x} + p^2 x = u_0 e^{-nt} \cdot 2n_1(\omega \cos \omega t - n \sin \omega t) + p^2 \sin \omega t, \quad (7)$$

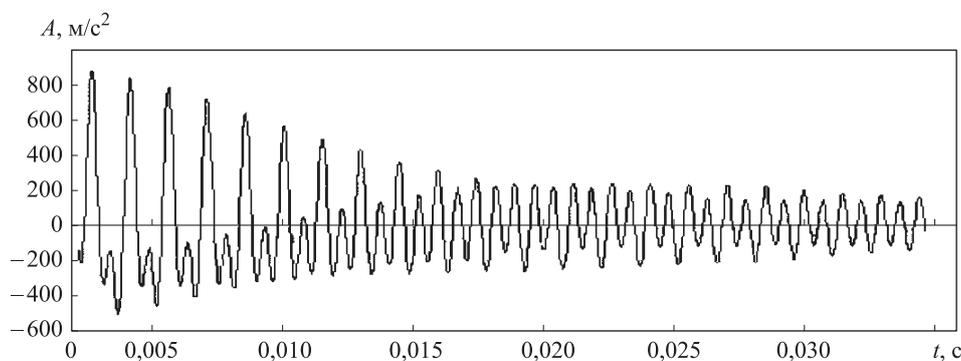
где  $n_1 = \beta / 2m_1$ ;  $p^2 = c / m_1$ .

Ускорение  $\ddot{x}_1(t)$  массы  $m_1$  получено численным решением уравнения (7) методом Рунге — Кутты 4-го порядка с параметрами  $u_0 = 16,6$  мкм (5),  $\omega = 2\pi \cdot 1360 = 8545$  рад/с,  $p = \sqrt{c / m_1} = \sqrt{(0,608 \cdot 10^9) / 37,8} = 3994$  рад/с,  $P_0 = 89040$  Н,  $\omega_0 = 4278$  рад/с,  $n = 30$  и  $n_1 = 131$ , приведено на рис. 9.

На рис. 10 показаны ускорения массы  $m_1$ , полученные суммированием решений уравнений (2) и (7). На рис. 6 и 9 видно, что максимальное ускорение составляет примерно половину пика экспериментально зарегистрированного сигнала, т. е. учет только одного из слагаемых дает расчетное значение пикового ускорения меньше, чем зарегистрировано в эксперименте.

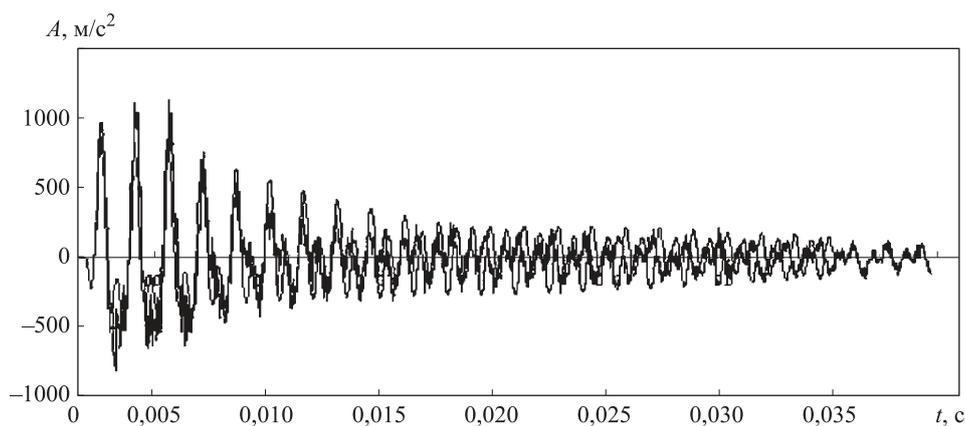


**Рис. 9.** Ускорение массы  $m_1$  (кинематическое возбуждение) с учетом (—) и без учета (---) демпфирования



**Рис. 10.** Сумма расчетных ускорений

**Сравнение расчетных и экспериментальных исследований.** На рис. 11 приведено сравнение сигнала датчика 3X и суммы расчетных ускорений.



**Рис. 11.** Сравнение сигнала датчика 3X (—) и суммы расчетных ускорений (---)

Из рис. 11 следует, что различия между суммой расчетных ускорений и сигналом ускорений, зарегистрированным датчиком ЗХ, составляет 11...20 %, что находится на уровне погрешности измерений пьезоакселерометрами.

**Заключение.** Рассмотрена задача определения ускорений на элементах механической системы, состоящей из бруса и прикрепленного к нему ОИ, при ударном нагружении. Показано, что при определении ускорений элементов такой системы необходимо учитывать продольные колебания бруса и возникающие волновые процессы. Предложена модель движения ОИ, прикрепленного к брусу, в виде суммы движений ОИ как одномассовой системы при кинематическом возбуждении и как элемента двухмассовой системы. Кинематическое возбуждение ОИ обусловлено смещением торца бруса при продольных колебаниях. Получено хорошее совпадение расчетных зависимостей и экспериментальных данных.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Проскурин А.В.* Воспроизведение ударных ускорений в лабораторных условиях. Снежинск: Изд-во РФЯЦ-ВНИИТФ, 2017. 188 с.
2. *Бидерман В.Л.* Теория механических колебаний. М.: Высшая школа, 1980. 408 с.
3. *Вальгер С.А., Данилов М.Н., Захарова Ю.В., Федорова Н.Н.* Основы работы в ПК ANSYS 16.0. Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2015. 240 с.
4. *Механические свойства сталей и сплавов при нестационарном нагружении: справочник / Д.А. Гохфельд, Л.Б. Гецов, К.М. Кононов, Е.Т. Кульчихин, Ю.Н. Ребяков, О.С. Садаков, С.А. Тимашев, В.Н. Чепурский.* Екатеринбург: УрО РАН, 1996. 408 с.
5. *ПНАЭ Г-7-002-86.* Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок. Госатомэнергонадзор СССР. М.: Энергоиздат, 1989. 525 с.
6. *Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В.* Справочник по сопротивлению материалов. Киев: Наукова думка, 1975. 704 с.
7. *Захаров З.П., ред.* Физико-механические свойства конструкционных материалов и некоторые современные методы их исследования. М.: ЦНИИАтоминформ, 1982. 240 с.

**Проскурин Анатолий Викторович** — д-р техн. наук, заместитель главного конструктора Российского федерального ядерного центра — ВНИИ технической физики имени академика Е.И. Забабахина (Российская Федерация, 456770, Челябинская обл., г. Снежинск, ул. Васильева, д. 13, а/я 245).

**Шлишевский Антон Владимирович** — начальник группы Российского федерального ядерного центра — ВНИИ технической физики имени академика Е.И. Забабахина (Российская Федерация, 456770, Челябинская обл., г. Снежинск, ул. Васильева, д. 13, а/я 245).

### Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Проскурин А.В., Шлишевский А.В. Определение ускорений объекта испытаний, закрепленного на брусе, при воздействии ударных нагрузок // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2018. № 5. С. 83–93. DOI: 10.18698/0236-3941-2018-5-83-93

---

## DETERMINING ACCELERATION OF A BEAM-MOUNTED TEST OBJECT SUBJECTED TO IMPACT LOADS

A.V. Proskurin  
A.V. Shlishevskiy

proskur58@mail.ru  
Anton\_Shlishevskiy@mail.ru

**Russian Federal Nuclear Center — Zababakhin All-Russian Scientific Research Institute  
of Technical Physics, Snezhinsk, Chelyabinsk Region, Russian Federation**

---

### Abstract

The study considers the behaviour of various structures subjected to intense impulse (impact) loads occurring during operation of numerous modern buildings, machines and instruments. Impact load testing involves intermediate components located between the object and the impact point, which may be either components of the test object itself or parts of the support system attaching it to the testing facility. Computing parameters of intense impulse loads involves substituting these components by absolutely rigid bodies elastically linked to the test object. This approach is incorrect for a number of cases. In order to obtain a more accurate result, it is necessary to consider these intermediate components as elastic bodies. We conducted experimental investigations and computational simulations and compared their results

### Keywords

*Beam, test object, pendulum facility, impact loading, longitudinal vibrations, vibration eigenfrequency, analytical model*

Received 30.10.2017

© BMSTU, 2018

---

### REFERENCES

- [1] Proskurin A.V. Vosproizvedenie udarnykh uskoreniy v laboratornykh usloviyakh [Laboratory reproduction of shock accelerations]. Snezhinsk, Izdat. RFYaTs-VNIITF Publ., 2017. 188 p.
- [2] Biderman V.L. Teoriya mekhanicheskikh kolebaniy [Theory of mechanical oscillations]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1980. 408 p.
- [3] Val'ger S.A., Danilov M.N., Zakharova Yu.V., Fedorova N.N. Osnovy raboty v PK ANSYS 16.0 [Basics of work with PK ANSYS 16.0]. Novosibirsk, NSUACE (Sibstrin) Publ., 2015. 240 p.
- [4] Gokhfel'd D.A., Getsov L.B., Kononov K.M., et al. Mekhanicheskie svoystva staley i splavov pri nestatsionarnom nagruzhenii [Mechanical properties of steels and alloys under non-stationary loading]. Ekaterinburg, UrO RAN Publ., 1996. 408 p.
- [5] PNAE G-7-002-86. Normy rascheta na prochnost' oborudovaniya i truboprovodov atomnykh energeticheskikh ustanovok. Gosatomenerg nadzor SSSR [Norms for stress calculation of the equipment and pipelines for atomic power stations. USSR state atomic power supervision]. Moscow, Energoizdat Publ., 1989. 525 p.
- [6] Pisarenko G.S., Yakovlev A.P., Matveev V.V. Spravochnik po soprotivleniyu materialov [Handbook on strength of materials]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1975. 704 p. (in Russ.).
- [7] Zakharov Z.P., ed. Fiziko-mekhanicheskie svoystva konstruktsionnykh materialov i nekotorye sovremennyye metody ikh issledovaniya [Physical-mechanical properties of constructional materials and some modern methods of their research]. Moscow, TsNIIatomminform Publ., 1982. 240 p.

**Proskurin A.V.** — Dr. Sc. (Eng.), Deputy Chief Design Officer, Russian Federal Nuclear Center — Zababakhin All-Russian Scientific Research Institute of Technical Physics (p/o box 245, Vasileva ul. 13, Snezhinsk, Chelyabinsk Region, 456770 Russian Federation).

**Shlishevskiy A.V.** — Head of Group, Russian Federal Nuclear Center — Zababakhin All-Russian Scientific Research Institute of Technical Physics (p/o box 245, Vasileva ul. 13, Snezhinsk, Chelyabinsk Region, 456770 Russian Federation).

**Please cite this article in English as:**

Proskurin A.V., Shlishevskiy A.V. Determining Acceleration of a Beam-Mounted Test Object Subjected to Impact Loads. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Mashinost.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Mech. Eng.], 2018, no. 5, pp. 83–93 (in Russ.). DOI: 10.18698/0236-3941-2018-5-83-93



В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана вышел в свет учебник (4-е издание) под общей редакцией  
**А.Ю. Вараксина**

**«Теория и проектирование газотурбинных и комбинированных установок»**

Рассмотрена термодинамическая эффективность газотурбинных и комбинированных установок. Изложены основы проектирования стационарных, транспортных газотурбинных и комбинированных установок, газотурбинных установок на нетрадиционных источниках энергии (солнечных, ветровых). Даны примеры проектирования основных элементов авиационных газотурбинных двигателей. Рассмотрены современные тенденции развития стационарных и транспортных газотурбинных установок и газотурбинных двигателей, сформулированы технико-экономические требования, необходимые при проектировании установок различных типов. Содержание учебника соответствует курсам лекций, которые авторы читают в МГТУ им. Н.Э. Баумана студентам, обучающимся по специальности «Проектирование авиационных и ракетных двигателей». Для студентов энергетических и авиационных вузов, а также инженерно-технических работников, занимающихся проектированием стационарных, транспортных и авиационных двигателей и установок.

**По вопросам приобретения обращайтесь:**

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1  
+7 (499) 263-60-45  
press@bmstu.ru  
www.baumanpress.ru