

НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ УСТОЙЧИВОСТИ АВТОБАЛАНСИРОВКИ ДВУХОПОРНОГО РОТОРА С УЧЕТОМ МАССЫ ДИСБАЛАНСА

А.Н. Горбенко¹

gan0941@yandex.ru

С.Х. Шмелев²

shm_Novo@mail.ru

¹ Керченский государственный морской технологический университет,
г. Керчь, Российская Федерация

² Государственный морской университет имени адмирала Ф.Ф. Ушакова,
г. Новороссийск, Российская Федерация

Аннотация

Получены необходимые условия, при которых возможна автобалансировка неуравновешенного ротора, совершающего пространственное движение. Динамика системы рассмотрена с учетом влияния массы дисбаланса ротора. Необходимые условия получены в аналитическом виде с помощью инженерного фазового критерия устойчивости автобалансировки. Показано, что существует два диапазона скорости вращения ротора, в пределах которых возможна его автобалансировка. Границами этих диапазонов являются критические скорости поперечных и угловых колебаний ротора, а также антирезонансная критическая скорость вращения. Выявлены параметры, влияющие на условия автобалансировки. Показано, что автобалансировка роторов длинного типа возможна в двух диапазонах скорости вращения, сферического и короткого типов — в одном диапазоне скорости вращения. Установлено, что наиболее чувствительными к массе дисбаланса являются длинные роторы и роторы, близкие к сферическому типу. Выполнен анализ необходимых условий автобалансировки в случае больших скоростей вращения. Результаты работы необходимо учитывать при проектировании и эксплуатации роторных машин с автобаланси́ром

Ключевые слова

Ротор, дисбаланс, устойчивость автобалансировки, критические скорости, анизотропия

Поступила в редакцию 07.02.2018
© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018

Введение. Виброактивность роторных машин различного назначения может быть уменьшена путем применения автобалансирующих устройств (АБУ) пассивного типа. При определенных условиях они автоматически уравнивают имеющийся дисбаланс ротора, что способствует снижению вибрации роторной машины. Одной из проблем, сдерживающих практическое применение автобаланси́ров, является трудность обеспечения устойчивости автобалансирующего режима движения системы.

Автобалансировка ротора исследовалась в ряде работ [1–7]. В большинстве существующих работ предполагается, что масса дисбаланса и компенсирующих грузов (КГ) АБУ существенно меньше массы ротора. Однако в работе [8] уста-

новлено, что при анализе автобалансировки ротора, совершающего пространственное движение, необходимо учитывать влияние массы АБУ и дисбаланса. При этом уравнения движения механической системы (МС) отличаются от традиционной модели не только количественно, но и качественно. В работе [9] установлено, что массоинерционные характеристики ротора с АБУ (составного ротора) приобретают дополнительное свойство инерционной анизотропии, когда моменты инерции ротора относительно его поперечных осей не равны друг другу. Последующий анализ показал, что даже при идеальной автобалансировке в спектре критических скоростей вращения ротора с АБУ появляются дополнительные составляющие, для которых получены соответствующие аналитические выражения [10]. Там же сформулирован количественный критерий необходимости учета (или неучета) влияния массы дисбаланса и автобалансира на динамику системы. Кроме того, известно, что инерционно анизотропный ротор (без АБУ) имеет дополнительные диапазоны частоты вращения, внутри которых его движение неустойчиво [11].

Динамика автобалансировки ротора, совершающего пространственное движение, изучалась в работах [2, 4, 5, 7] и др. Однако в них не учитывалось влияние массы дисбаланса и автобалансира на динамические свойства МС.

Проведение аналитических исследований устойчивости автобалансировки ротора затруднено вследствие нелинейности и многомассовости данной МС. Поэтому в первом приближении целесообразно выполнять локализацию областей устойчивости автобалансировки, используя упрощенные физические соображения. Очевидно, что автобалансировка ротора может иметь место только при условии противофазного движения центра масс неуравновешенного ротора по отношению к движению геометрического центра соединения диска ротора с валом. На этом положении основан известный инженерный критерий, впервые математически сформулированный в [2].

Цель настоящей работы — определение и анализ необходимых условий устойчивости автобалансировки ротора, совершающего пространственное движение, с учетом влияния массы дисбаланса. Необходимые условия определяются с помощью инженерного фазового критерия возможности автобалансировки. Настоящая работа является продолжением работ [8–10].

Физическая модель механической системы. Рассмотрим механическую систему «ротор–многомассовый автобаланси́р». Жесткий ротор массой M_r опирается на две упруговязкие изотропные опоры и вращается с угловой скоростью ω . Центр масс ротора расположен в точке G . Инерционные свойства ротора в его пространственном движении характеризуются полярным C_r и экваториальными A_r моментами инерции относительно его собственных осей. Неуравновешенность ротора моделируется наличием точечной дисбалансной массы (ДМ) m_0 , жестко прикрепленной к ротору на расстоянии R_0 от оси вращения в плоскости A . В поперечной плоскости $z = z_A$ к ротору прикреплен автобаланси́р. Общий центр масс составного ротора с ДМ и автобаланси́ром расположен в точке C на оси вращения ротора.

В рассматриваемой физической модели полагается, что массы ДМ и КГ АБУ являются немалыми величинами и могут быть сопоставимы с массой ротора. Механическая система совершает малые колебания относительно траектории автобалансирующего движения. Движение ротора описывается в неподвижной координатной системе xuz и во вращающихся осях $\xi\eta\zeta$. Начало координат O совпадает с общим центром масс системы (точка C) при неподвижном роторе.

Полное описание параметров физической модели МС «ротор–многомассовый автобаланси́р» и вывод системы уравнений ее движения приведены в работах [9, 10].

В дальнейшем будем рассматривать более простую физическую модель неуровновешенного двухопорного ротора без автобаланси́ра (рис. 1). Ротор совершает пространственное движение под действием дисбаланса \vec{S}_0 , вызванного наличием точечной массы m_0 в поперечной плоскости A ротора.

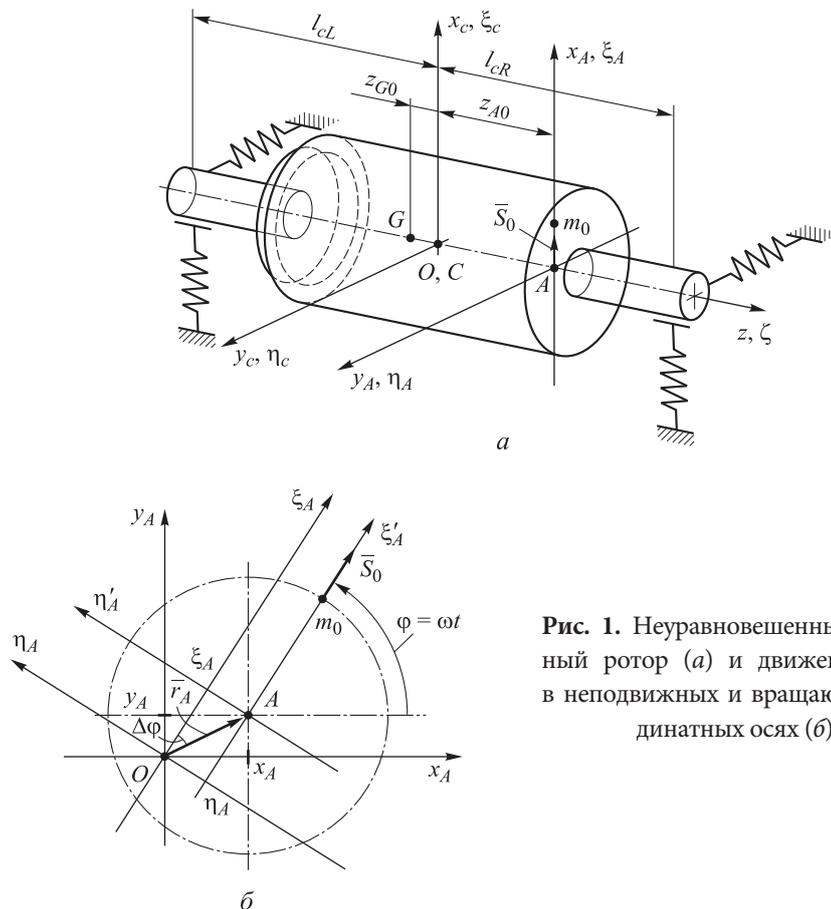


Рис. 1. Неуровновешенный двухопорный ротор (а) и движение точки A в неподвижных и вращающихся координатных осях (б)

Инженерный фазовый критерий устойчивости автобаланси́ровки. Движение МС устойчиво, если при малых возмущениях основного движения возникают восстанавливающие силы, возвращающие грузы АБУ в автобаланси́ру-

ющие положения. Квазистатический анализ сил, действующих на КГ АБУ, показывает, что для устойчивости движения необходимо (хотя еще не достаточно) противофазное движение центра масс диска и точки A крепления АБУ к ротору [1], т. е. поперечное смещение точки A должно происходить в направлении, противоположном действию дисбаланса ротора.

В работе [2] предложен следующий инженерный критерий наступления автобалансировки ротора с АБУ. Для устранения поперечного отклонения некоторой точки продольной оси ротора от оси вращения (с помощью пассивного автобалансира с твердыми КГ) необходимо, чтобы эта точка под действием силы дисбаланса, приложенной в ней, в среднем за один оборот ротора отклонялась противоположно вектору дисбаланса (рис. 2). При этом достаточно рассматривать неуравновешенный ротор без АБУ. Математическая формулировка данного критерия имеет вид

$$\bar{r}_{Ae} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{e}(\varphi) \bar{r}_A(\varphi) d\varphi < 0, \quad (1)$$

где \bar{e} — единичный вектор, направленный по вектору дисбаланса, как функция от φ ; $\varphi = \omega t$ — угол поворота ротора; \bar{r}_A — вектор отклонения точки A от оси вращения, вызванный статическим дисбалансом, приложенным в точке A , как функция от φ .

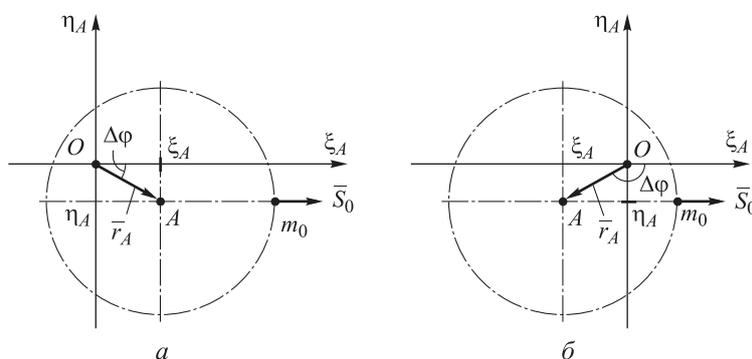


Рис. 2. Движение балансируемой точки A ротора:

a — синфазное движение, $-\pi/2 < \Delta\varphi \leq 0$; b — противофазное движение, $-\pi \leq \Delta\varphi < -\pi/2$

Достоинство данного критерия — это простота его применения, универсальность и отсутствие привязки к конкретному типу АБУ, недостаток заключается в его приближенности. В дальнейшем будем именовать критерий (1) как «инженерный фазовый критерий» устойчивости автобалансировки. Термин «инженерный» отражает простоту его применения, а термин «фазовый» отражает физическую сущность критерия.

Для локализации границ устойчивости автобалансировки пространственно движущегося ротора с учетом влияния массы ДМ и АБУ применим инженерный фазовый критерий в начальном приближении. Рассмотрим движение двухопор-

ного неуравновешенного ротора с дисбалансной массой m_0 , но без автобалансира (см. рис. 1). Уравнения движения такого ротора — это частный случай системы уравнений движения (33), (34) из работы [9], но при $m = 0$ (см. выражения (6)–(10) в работе [10]). В этом случае безразмерный вектор дисбаланса ротора $\{\bar{s}_0\}$ и его инерционные параметры, обусловленные наличием неуравновешенной дисбалансной массы m_0 , имеют вид (см. выражения (1), (8), (9) в [10]):

$$\begin{aligned} \{\bar{s}\} = \{\bar{s}_0\} &= \begin{Bmatrix} \bar{s}_{\xi 0} \\ \bar{s}_{\eta 0} \end{Bmatrix} = \bar{S}_0 \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix}; \quad \bar{C}_\Sigma = \bar{C}_{\Sigma 0} = \frac{C_{\Sigma 0}}{A_{\Sigma 0}}; \\ [\bar{I}_C] &= [\bar{I}_{C0}] = \begin{bmatrix} \bar{A}_{C01} & 0 \\ 0 & \bar{A}_{C02} \end{bmatrix} = [E] + \Delta\bar{A}_0 [E_A], \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{S}_0 &= m_0 R_0 / l_s; \quad \Delta\bar{A}_0 = (\bar{A}_{C02} - \bar{A}_{C01}) / 2 = \bar{A}_{m0} / 2; \quad [E] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad [E_A] = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \\ \bar{A}_{C01,2} &= 1 \mp \Delta\bar{A}_0; \quad \bar{A}_{C01} = \bar{A}_{s0}; \quad \bar{A}_{C02} = \bar{A}_{s0} + \bar{A}_{m0}; \quad \bar{A}_{s0} = A_{s0} / A_{\Sigma 0}; \\ \bar{A}_{\Sigma 0} &= (\bar{A}_{C01} + \bar{A}_{C02}) / 2 = \bar{A}_{s0} + \bar{A}_{m0} / 2 = 1; \quad \bar{A}_{m0} = m_0 R_0^2 / A_{\Sigma 0}; \quad \bar{A}_m = 0; \\ \bar{z}_{A0} &= z_A \sqrt{M_{s0} / A_{\Sigma 0}}; \end{aligned}$$

\bar{S}_0 — абсолютная величина безразмерного дисбаланса ротора; $\bar{C}_{\Sigma 0}$ — безразмерный суммарный полярный момент инерции ротора; $[\bar{I}_{C0}]$ — безразмерный суммарный тензор инерции ротора с ДМ; $\bar{A}_{C01,2}$, $\bar{A}_{\Sigma 0}$ — суммарные безразмерные моменты инерции неуравновешенного ротора относительно собственных поперечных осей и их средняя величина; l_s — масштабный коэффициент дисбаланса ротора [9]; $\Delta\bar{A}_0$ — безразмерная инерционная анизотропия неуравновешенного ротора;

$$A_{\Sigma 0} = \frac{1}{2}(A_{C01} + A_{C02}) = A_{s0} + \frac{1}{2}A_{m0} = A_r + M_r z_{G0}^2 + m_0 z_{A0}^2 + \frac{1}{2}m_0 R_0^2;$$

$$\Delta A_0 = \frac{1}{2}(A_{C2} - A_{C1}) = \frac{1}{2}A_{m0} = \frac{1}{2}m_0 R_0^2; \quad C_{\Sigma 0} = C_r + A_{m0};$$

$$A_{s0} = A_r + M_r z_{G0}^2 + m_0 z_{A0}^2; \quad A_{m0} = m_0 R_0^2; \quad A_m = 0; \quad m = 0; \quad M_{s0} = M_r + m_0;$$

$z_{A0} = z_{GA} M_r / (M_r + m_0)$ и $z_{G0} = -z_{GA} m_0 / (M_r + m_0)$ — расстояния от точек A и G до общего центра S масс составного неуравновешенного ротора (с учетом знака); $z_{GA} = z_{A0} - z_{G0}$ — геометрическое расстояние от центра масс ротора G до плоскости A расположения ДМ.

В общем случае ротор является статически и динамически неуравновешенным, поскольку дисбалансная масса m_0 расположена на некотором расстоянии

z_{GA} от плоскости центра масс G ротора. Отметим, что нижний индекс «0» означает, что параметр относится к неуравновешенному ротору без автобалансира.

Безразмерные уравнения движения неуравновешенного ротора без АБУ, совершающего пространственное движение, получаем путем подстановки (2) в систему (6), (7) из работы [10]. В случае отсутствия демпфирования в системе ($\bar{h}_x = \bar{h}_\alpha = \bar{h}_{y\alpha} = 0$) уравнения движения во вращающихся осях имеют вид

$$\begin{aligned} \{\bar{w}\}'' + [\bar{H}_{w0}]\{\bar{w}\}' + [\bar{K}_{w0}]\{\bar{w}\} + [\bar{K}_{w\chi 0}]\{\bar{\chi}\} &= \Omega^2 \{\bar{s}_0\}; \\ [\bar{I}_{C0}]\{\bar{\chi}\}'' + [\bar{H}_{\chi 0}]\{\bar{\chi}\}' + [\bar{K}_{\chi 0}]\{\bar{\chi}\} - [\bar{K}_{w\chi 0}]\{\bar{w}\} &= \bar{z}_{A0}\Omega^2 [E_c]\{\bar{s}_0\}, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} [\bar{H}_{w0}] &= 2\Omega [E_c]; \quad [\bar{H}_{\chi 0}] = \Omega(2 - \bar{C}_{\Sigma 0})[E_c]; \quad [E_c] = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad ()' \equiv d/dt; \quad \tau = \omega_0 t; \\ [\bar{K}_{w0}] &= (\bar{p}_x^2 - \Omega^2)[E]; \quad [\bar{K}_{w\chi 0}] = \bar{c}_{y\alpha} [E_c]; \\ [\bar{K}_{\chi 0}] &= (\bar{p}_\alpha^2 - \Omega^2(1 - \bar{C}_{\Sigma 0}))[E] + \Delta \bar{A}_0 \Omega^2 [E_A]; \\ \{\bar{w}\} &= (\bar{\xi}_C \quad \bar{\eta}_C)^T, \quad \{\bar{\chi}\} = (\bar{\delta} \quad \bar{\theta})^T \end{aligned}$$

— векторы безразмерных обобщенных координат МС во вращающихся осях (поперечные $\{\bar{w}\}$ и угловые $\{\bar{\chi}\}$ смещения ротора); $[\bar{H}_w]$, $[\bar{H}_\chi]$, $[\bar{K}_w]$, $[\bar{K}_{w\chi}]$, $[\bar{K}_\chi]$ — матрицы гироскопичности и жесткости ротора.

Число степеней свободы рассматриваемой системы равно четырем. Для компактности изложения здесь использована матричная форма записи. Все матрицы, входящие в (2) и (3), имеют размер 2×2 . Более полное описание параметров, входящих в уравнения движения МС, приведено в работах [9, 10].

Критические скорости вращения данного ротора определяются частотным уравнением, которое, в свою очередь, может быть разложено на два множителя [10]:

$$|\bar{K}_0| = \begin{vmatrix} [\bar{K}_{w0}] & [\bar{K}_{w\chi 0}] \\ -[\bar{K}_{w\chi 0}] & [\bar{K}_{\chi 0}] \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} k_x & 0 & 0 & -\bar{c}_{y\alpha} \\ 0 & k_x & \bar{c}_{y\alpha} & 0 \\ 0 & \bar{c}_{y\alpha} & k_1 & 0 \\ -\bar{c}_{y\alpha} & 0 & 0 & k_2 \end{vmatrix} = \Delta_1 \Delta_2 = 0, \quad (4)$$

где $k_x = 1 - \Omega^2$; $k_{1,2} = \bar{p}_\alpha^2 - \Delta \bar{I}_{01,2} \Omega^2$; $\Delta \bar{I}_{01,2} = 1 - \bar{C}_{\Sigma 0} \pm \Delta \bar{A}_0$; $\Delta_{1,2} = k_x k_{1,2} - \bar{c}_{y\alpha}^2 = \Delta \bar{I}_{01,2} \Omega^4 - (\bar{p}_\alpha^2 + \Delta \bar{I}_{01,2}) \Omega^2 + \bar{p}_\alpha^2 - \bar{c}_{y\alpha}^2$; $\Delta \bar{I}_{01,2}$ — разности полярного и поперечного моментов инерции ротора с ДМ.

В работе [10] получены и проанализированы выражения для критических скоростей вращения рассматриваемого двухопорного ротора:

$$\begin{aligned} \Omega_{K1,2}^2 &= \frac{1}{2} + \frac{\bar{p}_\alpha^2}{2\Delta\bar{I}_{01,2}} - \frac{1}{2} \sqrt{\left(1 - \frac{\bar{p}_\alpha^2}{\Delta\bar{I}_{01,2}}\right)^2 + 4 \frac{\bar{c}_{y\alpha}^2}{\Delta\bar{I}_{01,2}}}; \\ \Omega_{K3,4}^2 &= \frac{1}{2} + \frac{\bar{p}_\alpha^2}{2\Delta\bar{I}_{01,2}} + \frac{1}{2} \sqrt{\left(1 - \frac{\bar{p}_\alpha^2}{\Delta\bar{I}_{01,2}}\right)^2 + 4 \frac{\bar{c}_{y\alpha}^2}{\Delta\bar{I}_{01,2}}}. \end{aligned} \quad (5)$$

В модели движения неуравновешенного ротора (3) учитывается влияние точечной дисбалансной массы ДМ немалой величины, сопоставимой с массой ротора. В результате этого ротор становится инерционно анизотропным, что в соответствующих уравнениях характеризуется параметром $\Delta\bar{A}_0$. Критические скорости вращения Ω_{Ki} при этом расщепляются (раздваиваются). В общем случае ротор имеет от одной до четырех критических скоростей в зависимости от параметров системы. При типичных значениях параметров МС критические частоты $\Omega_{K1,2}$ соответствуют поперечным ($\Omega_{K\alpha 1,2}$), а критические частоты $\Omega_{K3,4}$ соответствуют угловым ($\Omega_{K\alpha 3,4}$) колебаниям. В дальнейшем будем полагать, что величины $\Omega_{K1,2,3,4}$ упорядочены по возрастанию (при условии их существования).

Кроме того, известно, что для инерционно анизотропного ротора имеются области неустойчивости движения в интервалах скорости вращения между расщепленными критическими скоростями, т. е. в интервалах $\Omega_{K3} < \Omega < \Omega_{K4}$ и $\Omega_{K1} < \Omega < \Omega_{K2}$ [11].

Выражения для вынужденных поперечных и угловых колебаний неуравновешенного ротора получим из системы (3) с учетом (2) и (4) в следующем виде:

$$\begin{Bmatrix} \{\bar{w}\} \\ \{\bar{\chi}\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{\xi}_c \\ \bar{\eta}_c \\ \bar{\delta} \\ \bar{\theta} \end{Bmatrix} = \Omega^2 \bar{S}_0 [\bar{K}_0]^{-1} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \bar{z}_{A0} \end{Bmatrix}. \quad (6)$$

Матрица жесткости $[\bar{K}_0]$ является разреженной симметрической матрицей, что облегчает ее использование. Выражения для обратной матрицы жесткости после преобразований можно записать как

$$[\bar{K}_0]^{-1} = \begin{bmatrix} k_2/\Delta_2 & 0 & 0 & \bar{c}_{y\alpha}/\Delta_2 \\ 0 & k_1/\Delta_1 & -\bar{c}_{y\alpha}/\Delta_1 & 0 \\ 0 & -\bar{c}_{y\alpha}/\Delta_1 & k_x/\Delta_1 & 0 \\ \bar{c}_{y\alpha}/\Delta_2 & 0 & 0 & k_x/\Delta_2 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Из (6) и (7) далее получаем следующие выражения для поперечных смещений $\{\bar{w}\}$ общего центра масс МС «ротор–ДМ» (точки С) и угловых смещений оси ротора $\{\bar{\chi}\}$ во вращающихся координатах:

$$\{\bar{w}\} = \begin{Bmatrix} \bar{\xi}_c \\ \bar{\eta}_c \end{Bmatrix} = \frac{\Omega^2 \bar{S}_0}{\Delta_2} \begin{Bmatrix} (k_2 + \bar{z}_{A0} \bar{c}_{y\alpha}) \\ 0 \end{Bmatrix}; \quad \{\bar{\chi}\} = \begin{Bmatrix} \bar{\delta} \\ \bar{\theta} \end{Bmatrix} = \frac{\Omega^2 \bar{S}_0}{\Delta_2} \begin{Bmatrix} 0 \\ (\bar{z}_{A0} k_x + \bar{c}_{y\alpha}) \end{Bmatrix}. \quad (8)$$

Отметим, что в выражениях (8) присутствует множитель Δ_2 и отсутствует множитель Δ_1 из разложения определителя $|\bar{K}_0| = \Delta_1 \Delta_2$. Кроме того, смещение ротора происходит только по обобщенным координатам $\bar{\xi}_c, \bar{\theta}$, в то время как координаты $\bar{\eta}_c, \bar{\delta}$ равны нулю. Эти особенности связаны с тем, что выбранные обобщенные координаты МС связаны с колебаниями общего центра масс всей системы и движение рассматривается во вращающихся координатных осях.

Необходимые условия устойчивости автобалансировки. Рассмотрим возможность применения автобалансира для устранения поперечных смещений некоторой точки A на продольной оси ротора путем компенсации действия дисбалансной массы m_0 в этом сечении ротора (см. рис. 1, 2). Отклонение точки A связано с обобщенными координатами МС с помощью выражений:

$$\{\bar{w}_A\} = \begin{Bmatrix} \bar{\xi}_A \\ \bar{\eta}_A \end{Bmatrix} = \{\bar{w}\} - \bar{z}_{A0} [E_c] \{\bar{\chi}\}, \quad (9)$$

где \bar{z}_{A0} — расстояние от точки A до общего центра масс МС «ротор–ДМ» (точки C).

Поперечные смещения точки A под действием дисбаланса во вращающихся осях определяем, подставляя (8) в (9):

$$\begin{aligned} \{\bar{w}_A\} &= \begin{Bmatrix} \bar{\xi}_A \\ \bar{\eta}_A \end{Bmatrix} = \frac{\Omega^2 \bar{S}_0}{\Delta_2} \begin{Bmatrix} k_2 + \bar{z}_{A0} \bar{c}_{y\alpha} + \bar{z}_{A0} (\bar{z}_{A0} k_x + \bar{c}_{y\alpha}) \\ 0 \end{Bmatrix}; \\ \bar{\xi}_A &= \frac{\Omega^2 \bar{S}_0}{\Delta_2} (k_2 + \bar{z}_{A0} \bar{c}_{y\alpha} + \bar{z}_{A0} (\bar{z}_{A0} k_x + \bar{c}_{y\alpha})); \quad \bar{\eta}_A = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Преобразуем выражение для $\bar{\xi}_A$ в (10) к виду, удобному для последующего анализа (см. выражения (4)):

$$\begin{aligned} \bar{\xi}_A &= -\Omega^2 \bar{S}_0 \frac{(\Delta \bar{I}_{02} + \bar{z}_{A0}^2) \Omega^2 - \bar{p}_\alpha^2 - 2\bar{z}_{A0} \bar{c}_{y\alpha} - \bar{z}_{A0}^2}{\Delta \bar{I}_{02} \Omega^4 - (\bar{p}_\alpha^2 + \Delta \bar{I}_{02}) \Omega^2 + \bar{p}_\alpha^2 - \bar{c}_{y\alpha}^2} = \\ &= -\bar{S}_0 \frac{\Delta \bar{I}_{02} + \bar{z}_{A0}^2}{\Delta \bar{I}_{02}} \frac{\Omega^2 (\Omega^2 - \Omega_a^2)}{(\Omega^2 - \Omega_{K2}^2)(\Omega^2 - \Omega_{K4}^2)}, \end{aligned} \quad (11)$$

где $\Omega_a^2 = \frac{\bar{p}_\alpha^2 + 2\bar{z}_{A0} \bar{c}_{y\alpha} + \bar{z}_{A0}^2}{\Delta \bar{I}_{02} + \bar{z}_{A0}^2}$; Ω_a — антирезонансная критическая скорость вращения ротора; $\Omega_{K2,4}$ — верхние значения «расщепленных» критических скоростей вращения ротора.

Применение инженерного фазового критерия (1) к рассматриваемой МС приводит к необходимости анализа условий выполнения неравенства (рис. 2, б):

$$\bar{\xi}_A < 0. \quad (12)$$

Таким образом, необходимые (но не достаточные) условия устойчивости автобалансировки двухопорного ротора с учетом влияния дисбалансной массы, исходя из (11) и (12), имеют вид

$$\begin{aligned} & \frac{(\Delta\bar{I}_{02} + \bar{z}_{A0}^2)\Omega^2 - \bar{p}_\alpha^2 - 2\bar{z}_{A0}\bar{c}_{y\alpha} - \bar{z}_{A0}^2}{\Delta\bar{I}_{02}\Omega^4 - (\bar{p}_\alpha^2 + \Delta\bar{I}_{02})\Omega^2 + \bar{p}_\alpha^2 - \bar{c}_{y\alpha}^2} = \\ & = \frac{\Delta\bar{I}_{02} + \bar{z}_{A0}^2}{\Delta\bar{I}_{02}} \frac{\Omega^2 - \Omega_a^2}{(\Omega^2 - \Omega_{K2}^2)(\Omega^2 - \Omega_{K4}^2)} > 0, \end{aligned} \quad (13)$$

где $\Delta\bar{I}_{02} = 1 - \bar{C}_{\Sigma 0} - \Delta\bar{A}_0$; $\Omega_{K2,4}, \Omega_a$ — см. в (5) и (11).

Отметим, что необходимые условия устойчивости (13) зависят от следующих безразмерных параметров МС:

– типа ротора (длинный, сферический, короткий), который характеризуется параметром $\bar{C}_{\Sigma 0} = C_{\Sigma 0}/A_{\Sigma 0}$;

– схемы установки ротора относительно опор и их жесткости (параметры $\bar{p}_\alpha, \bar{c}_{y\alpha}$);

– расстояния \bar{z}_{A0} расположения ДМ и автобалансира от общего центра масс роторной системы; при этом \bar{z}_{A0} влияет только на Ω_a ;

– степени инерционной анизотропии неуравновешенного ротора $\Delta\bar{A}_0$, вызванной влиянием дисбалансной массы.

Введем упорядоченные по возрастанию критические (граничные) скорости вращения ротора $\Omega_{1,2,3}$, соответствующие критическим скоростям в условии (13):

$$\Omega_1 < \Omega_2 < \Omega_3, \quad (14)$$

где $\Omega_1 = \min(\Omega_{K2}, \Omega_a, \Omega_{K4})$; $\Omega_2 = \min(\Omega_a, \Omega_{K3})$; $\Omega_3 = \max(\Omega_{K2}, \Omega_a, \Omega_{K4})$.

При типичных значениях параметров роторной машины (в общем случае) имеет место соотношение $\Omega_{K2} < \Omega_a < \Omega_{K3} < \Omega_{K4}$, т. е. $\Omega_1 = \Omega_{K2}$, $\Omega_2 = \Omega_a$, $\Omega_3 = \Omega_{K4}$. При этом критическая скорость Ω_{K2} соответствует поперечным колебаниям ротора, а Ω_{K4} — угловым колебаниям. Средняя граничная скорость Ω_2 в зависимости от параметров системы может быть равна значению как Ω_a , так и Ω_{K3} , что учитывает наличие зон неустойчивости колебаний инерционно анизотропного ротора.

В общем случае критические скорости $\Omega_{1,2,3}$ разбивают диапазон скоростей вращения ротора $\Omega \in [0, \infty]$ на четыре диапазона, из которых в двух диапазонах

$$\Omega_1 < \Omega < \Omega_2 \text{ и } \Omega > \Omega_3 \quad (15)$$

возможно наступление автобалансировки ротора (рис. 3).

В зависимости от сочетания значений параметров системы некоторые из скоростей Ω_{K4}, Ω_a могут отсутствовать, что изменяет количество и расположение областей устойчивости автобалансировки.

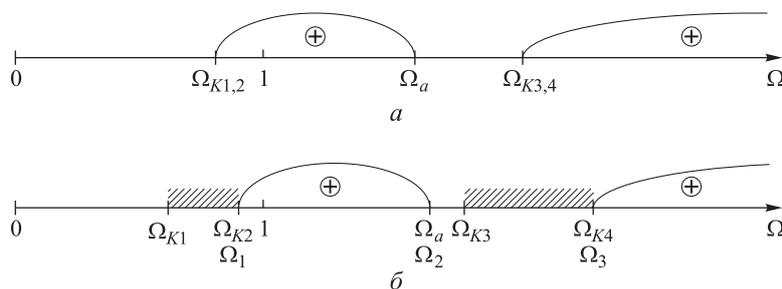


Рис. 3. Области частоты вращения ротора Ω , в пределах которых возможна его автобалансировка (общий случай), без учета $\Delta\bar{A}_0 = 0$ (а) и с учетом $\Delta\bar{A}_0 \neq 0$ (б) влияния массы дисбаланса:

⊕ — области противофазного движения ротора; — неустойчивость движения инерционно анизотропного ротора

Анализ необходимых условий устойчивости (13), (15) в частных случаях типа ротора (при произвольном его расположении относительно опор) позволил установить следующее.

1. Длинный ротор, для которого выполняется соотношение $\bar{C}_{\Sigma 0} < (1 - \Delta\bar{A}_0)$ или через физические параметры $C_r < A_r + z_{GA}^2 M_r m_0 / (M_r + m_0) - m_0 R_0^2$, — в этом случае существуют все три критические скорости $\Omega_{1,2,3}$; автобалансировка возможна в двух диапазонах скорости вращения ротора: $\Omega_1 < \Omega < \Omega_2$ и $\Omega > \Omega_3$ (см. рис. 3).

2. Ротор, близкий к сферическому типу, для которого $(1 - \Delta\bar{A}_0) < \bar{C}_{\Sigma 0} < (1 - \Delta\bar{A}_0 + \bar{z}_{A0}^2)$ или через физические параметры $A_r + z_{GA}^2 M_r m_0 / (M_r + m_0) - m_0 R_0^2 < C_r < A_r + M_r z_{GA}^2 - m_0 R_0^2$, — в этом случае критическая скорость угловых колебаний отсутствует ($\Omega_3^2 < 0$); автобалансировка возможна в одном диапазоне скорости вращения ротора, ограниченном сверху и снизу, — при $\Omega_1 < \Omega < \Omega_2$.

3. Короткий ротор, для которого выполняется соотношение $\bar{C}_{\Sigma 0} > (1 - \Delta\bar{A}_0 + \bar{z}_{A0}^2)$ или через физические параметры $C_r > A_r + M_r z_{GA}^2 - m_0 R_0^2$, — в этом случае существует только одна критическая скорость Ω_1 поперечных колебаний ($\Omega_{2,3}^2 < 0$); автобалансировка возможна в одном диапазоне скорости вращения ротора, ограниченном снизу, — при $\Omega > \Omega_1$.

4. При больших скоростях вращения ротора ($\Omega \gg \Omega_{1,2,3}$) необходимое условие наступления автобалансировки (13) сводится к знаку множителя $(\Delta\bar{I}_{02} + \bar{z}_{A0}^2) / \Delta\bar{I}_{02} > 0$. Отсюда следует, что автобалансировка может быть осуществлена при $\Delta\bar{I}_{02} > 0$ ($\bar{C}_{\Sigma 0} < (1 - \Delta\bar{A}_0)$) или $\Delta\bar{I}_{02} < -\bar{z}_{A0}^2$ ($\bar{C}_{\Sigma 0} > 1 - \Delta\bar{A}_0 + \bar{z}_{A0}^2$). Запишем эти же условия через физические параметры МС: при $C_{\Sigma 0} < A_{\Sigma 0} - 0,5 m_0 R_0^2$ или $C_{\Sigma 0} > A_{\Sigma 0} - 0,5 m_0 R_0^2 + M_{s0} z_{A0}^2$. Следовательно, при больших скоростях вращения длинные роторы ($\bar{C}_{\Sigma 0} < (1 - \Delta\bar{A}_0)$) могут быть автобалансированы при произвольном расположении АБУ; короткие роторы

$(\bar{C}_{\Sigma 0} > 1 - \Delta \bar{A}_0 + \bar{z}_{A0}^2)$ могут быть автобалансируются при расположении АБУ на расстоянии от общего центра масс (точки С), который не превышает $\bar{z}_{A0} < \sqrt{\bar{C}_{\Sigma 0} - 1 + \Delta \bar{A}_0}$; роторы, близкие к сферическому типу $((1 - \Delta \bar{A}_0) < \bar{C}_{\Sigma 0} < (1 - \Delta \bar{A}_0 + \bar{z}_{A0}^2))$, не автобалансируются.

Отметим, что при анализе необходимых условий устойчивости (13) и (15) учитывались следующие особенности:

- изменение знака множителя $(\Delta \bar{I}_{02} + \bar{z}_{A0}^2)$ в (13) (при изменении параметров МС) влечет за собой изменение знака параметра Ω_a^2 , что определяет физическое существование или отсутствие критической скорости Ω_a ; эта же особенность касается множителя $\Delta \bar{I}_{02}$ по отношению к критической скорости Ω_{K4} ;

- пространственное движение инерционно анизотропного ротора имеет области неустойчивости колебаний при скорости вращения между расщепленными критическими скоростями: $\Omega_{K3} < \Omega < \Omega_{K4}$ и $\Omega_{K1} < \Omega < \Omega_{K2}$.

Для наглядности основные результаты анализа необходимых условий устойчивости автобалансировки ротора сведены в таблицу.

Необходимые условия устойчивости автобалансировки двухопорного ротора

| Параметр и диапазон его значений | | Области возможного наступления автобалансировки ротора (см. (13), (5), (11), (14)) |
|--|---|--|
| $\bar{C}_{\Sigma 0} = C_{\Sigma 0} / A_{\Sigma 0}$ (тип ротора) | $\Delta \bar{I}_{02} = 1 - \bar{C}_{\Sigma 0} - \Delta \bar{A}_0$ | |
| $\bar{C}_{\Sigma 0} < (1 - \Delta \bar{A}_0)$ (длинный ротор) | $\Delta \bar{I}_{02} > 0$ | при $\Omega_1 < \Omega < \Omega_2$ или $\Omega > \Omega_3$ |
| $(1 - \Delta \bar{A}_0) < \bar{C}_{\Sigma 0} < (1 - \Delta \bar{A}_0 + \bar{z}_{A0}^2)$ (ротор, близкий к сферическому) | $\Delta \bar{I}_{02} < 0$ | при $\Omega_1 < \Omega < \Omega_2$ |
| $\bar{C}_{\Sigma 0} > (1 - \Delta \bar{A}_0 + \bar{z}_{A0}^2)$ (короткий ротор) | $\Delta \bar{I}_{02} < 0$ | при $\Omega > \Omega_1$ |

Полученные необходимые условия устойчивости автобалансировки (13), (15) обобщают и уточняют известные условия для пространственно движущегося ротора в [2]. Развитие результата состоит в учете влияния неуравновешенной массы на динамические свойства вращающегося ротора. В целом неуравновешенная масса m_0 и вызванная анизотропия ротора ΔA_0 приводят к сужению областей возможной автобалансировки ротора.

Заключение. Таким образом, в работе получены необходимые условия устойчивости автобалансировки ротора, совершающего пространственное движение, см. неравенства (13), (15) и табл. 1. Данные условия учитывают влияние массы дисбаланса ротора на динамику системы и определяют области параметров механической системы, в пределах которых возможно наступление автобалансирующего режима движения ротора. В результате влияния массы дисбаланса ротор приобретает качественно новые динамические свойства — неуравно-

вешенный ротор становится инерционно анизотропным, происходит расщепление (удвоение) критических скоростей его вращения, причем движение анизотропного ротора является неустойчивым в диапазонах между расщепленными критическими скоростями.

Анализ необходимых условий (13) и (15) позволил установить следующее.

1. В общем случае существует до двух диапазонов скорости вращения Ω неуравновешенного ротора, в пределах которых возможна его автобалансировка. Границами этих диапазонов являются критические скорости вращения Ω_{ki} поперечных и угловых колебаний ротора, а также антирезонансная критическая скорость вращения Ω_a . Число и расположение областей устойчивости зависит от следующих безразмерных параметров системы: типа ротора; схемы установки ротора относительно опор и их жесткости; расстояния \bar{z}_{A0} расположения ДМ и автобалансира от общего центра масс роторной системы; степени инерционной анизотропии ротора $\Delta\bar{A}_0$, вызванной влиянием дисбалансной массы.

2. В частных случаях типа ротора (при произвольном его расположении относительно опор) имеют место следующие свойства:

- автобалансировка ротора длинного типа возможна в двух диапазонах скорости вращения;
- автобалансировка ротора, близкого к сферическому типу, возможна в одном диапазоне скорости вращения, ограниченном снизу и сверху;
- автобалансировка короткого ротора возможна в одном диапазоне скорости вращения, ограниченном только снизу.

3. На возможность автобалансировки ротора может влиять его дисбаланс. Показано, что наиболее чувствительными к данному фактору являются длинные роторы и роторы, близкие к сферическому типу. В целом данный фактор приводит к сужению областей возможной автобалансировки ротора.

4. Полученные в работе результаты необходимо учитывать при проектировании роторных машин с автобалансиrom и при назначении технологических допусков на их изготовление и монтаж. Дальнейшее исследование будет направлено на анализ характера влияния указанных ранее факторов на необходимые условия устойчивости автобалансировки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гусаров А.А. Автобалансирующие устройства прямого действия. М.: Наука, 2002. 119 с.
2. Філімоніхін Г.Б. Зрівноваження і віброзахист роторів автобалансирами з твердими коригувальними вантажами. Кіровоград: КНТУ, 2004. 352 с.
3. Gorbenko A.N. On the stability of self-balancing of a rotor with the help of balls // Strength of Materials. 2003. Vol. 35. Iss. 3. P. 305–312. DOI: 10.1023/A:1024621023821
4. Rodrigues D.J., Champneys A.R., Friswell M.I., Wilson R.E. Automatic two-plane balancing for rigid rotors // International Journal of Non-Linear Mechanics. 2008. Vol. 43. Iss. 6. P. 527–541. DOI: 10.1016/j.ijnonlinmec.2008.01.002

5. *Быков В.Г.* Балансировка статически и динамически неуравновешенного ротора одноплоскостным автобалансирующим механизмом // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 1. Математика. Механика. Астрономия. 2009. № 4. С. 67–76.
6. *Strautmanis G., Mezitis M., Strautmane V., Gorbenko A.* Impact of dimensions of the compensating mass of the automatic balancer on its acceleration // *Vibroengineering Procedia*. 2017. Vol. 12. P. 1–5. DOI: 10.21595/vp.2017.18449
7. *Filimonikhin G., Filimonikhina I., Yakymenko M., Yakimenko S.* Application of the empirical criterion for the occurrence of auto balancing for axisymmetric rotor on two isotropic elastic supports // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2017. Vol. 2. No. 7 (86). P. 51–58. DOI: 10.15587/1729-4061.2017.96622
8. *Филимонихин Г.Б., Горбенко А.Н.* Влияние массы шаров автобалансира на структуру уравнений движения двухопорного ротора // Автоматизация производственных процессов в машиностроении и приборостроении: Украинский межведомственный науч.-техн. сборник национального ун-та «Львовская политехника». 2011. Вып. 45. С. 478–488. URL: <http://ena.lp.edu.ua:8080/handle/ntb/11667>
9. *Горбенко А.Н.* Массоинерционные характеристики и безразмерные уравнения движения двухопорного ротора с автобалансиrom с учетом массы компенсирующих грузов // Наука и образование: научное издание. 2015. № 12. С. 266–294. DOI: 10.7463/1215.0827773
10. *Горбенко А.Н.* Влияние автобалансира на критические скорости вращения двухопорного ротора // Наука и образование: научное издание. 2016. № 10. С. 143–167. DOI: 10.7463/1016.0847756.
11. *Вибрации* в технике: справочник. В 6 т. Том 3. Колебания машин, конструкций и их элементов / под ред. Ф.М. Диментберга и К.С. Колесникова. М.: Машиностроение, 1980. 544 с.

Горбенко Александр Николаевич — канд. техн. наук, доцент кафедры «Судовые энергетические установки» Керченского государственного морского технологического университета (Российская Федерация, Республика Крым, 298309, г. Керчь, ул. Орджоникидзе, д. 82).

Шмелев Сергей Харлампиевич — канд. техн. наук, доцент кафедры «Судовые тепловые двигатели» Государственного морского университета имени адмирала Ф.Ф. Ушакова (Российская Федерация, 353918, г. Новороссийск, пр-т Ленина, д. 93).

Просьба сослаться на эту статью следующим образом:

Горбенко А.Н., Шмелев С.Х. Необходимые условия устойчивости автобалансировки двухопорного ротора с учетом массы дисбаланса // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2018. № 5. С. 36–50. DOI: 10.18698/0236-3941-2018-5-36-50

NECESSARY SELF-BALANCING ROBUSTNESS CONDITIONS FOR A TWO-BEARING ROTOR TAKING UNBALANCE MASS INTO ACCOUNT

A.N. Gorbenko¹
S.Kh. Shmelev²

gan0941@yandex.ru
shm_Novo@mail.ru

¹ Kerch State Maritime Technological University, Kerch, Russian Federation

² Admiral Ushakov Maritime State University, Novorossiysk, Russian Federation

Abstract

The paper derives the necessary conditions that make self-balancing of an unbalanced rotor moving in three dimensions possible. We considered the system dynamics taking the rotor unbalance mass into account. We derived analytical expressions for the necessary conditions using an engineering phase criterion for self-balancing robustness. We show that there are two rotor speed ranges within which self-balancing is possible. Critical rates of transverse and torsional rotor vibrations together with critical anti-resonance angular speed form the boundaries of these ranges. We detected the parameters that affect self-balancing conditions. We show that self-balancing of long rotors is possible within two angular speed ranges, while self-balancing of spherical and short rotors only happens within a single angular speed range. We determined that long and nearly spherical rotors are most sensitive to unbalance mass. We analysed the necessary self-balancing conditions for the case of high angular speeds. The results presented in this paper should be considered during design and operation of rotary machines equipped with a self-balance system

Keywords

*Rotor, unbalance, self-balancing
robustness, critical speeds, anisotropy*

Received 07.02.2018
© BMSTU, 2018

REFERENCES

- [1] Gusarov A.A. Avtobalansiruyushchie ustroystva pryamogo deystviya [Automatic balancing devices of direct action]. Moscow, Nauka Publ., 2002, 119 p.
- [2] Filimonikhin G.B. Zrivnovazhennyya i vibrozakhist rotoriv avtobalansirami z tverdimi korigival'nimi vantazhami [Balancing and vibration protection of rotors by autobalancers with solid corrective weights]. Kirovograd, KNTU Publ., 2004. 352 p.
- [3] Gorbenko A.N. On the stability of self-balancing of a rotor with the help of balls. *Strength of Materials*, 2003, vol. 35, no. 3, pp. 305–312. DOI: 10.1023/A:1024621023821
- [4] Rodrigues D.J., Champneys A.R., Friswell M.I., Wilson R.E. Automatic two-plane balancing for rigid rotors. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2008, vol. 43, no. 6, pp. 527–541. DOI: 10.1016/j.ijnonlinmec.2008.01.002
Available at: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020746208000152>
- [5] Bykov V.G. Compensating of statically and dynamically unbalanced rotor by single-plane auto-balancing device. *Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Ser. 1. Matematika. Mekhanika. Astronomiya* [Vestnik SPbSU. Mathematics. Mechanics. Astronomy], 2009, no. 4, pp. 67–76 (in Russ.).

- [6] Strautmanis G., Mezitis M., Strautmane V., Gorbenko A. Impact of dimensions of the compensating mass of the automatic balancer on its acceleration. *Vibroengineering Procedia*, 2017, vol. 12, pp. 1–5. DOI: 10.21595/vp.2017.18449
Available at: <https://www.jvejournal.com/article/18449>
- [7] Filimonikhin G., Filimonikhina I., Yakymenko M., Yakimenko S. Application of the empirical criterion for the occurrence of auto balancing for axisymmetric rotor on two isotropic elastic supports. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2017, vol. 2, no. 7 (86), pp. 51–58. DOI: 10.15587/1729-4061.2017.96622
- [8] Filimonikhin G.B., Gorbenko A.N. Vliyanie massy sharov avtobalansira na strukturu uravneniy dvizheniya dvukhopornogo rotora. *Avtomatizatsiya proizvodstvennykh protsessov v mashinostroenii i priborostroenii* [Automation of production processes in mechanical and instrument engineering], 2011, no. 45, pp. 478–488.
- [9] Gorbenko A.N. Mass-inertial characteristics and dimensionless equations of two-bearing rotor motion with auto-balancer in terms of compensating body mass. *Mashinostroenie i komp'yuternye tekhnologii* [Mechanical Engineering and Computer Science], 2015, no. 12 (in Russ.). DOI: 10.7463/1215.0827773 Available at: <http://technomag.bmstu.ru/doc/827773.html>
- [10] Gorbenko A.N. Auto-balancer influence on the critical speeds of rotor on two supports. *Mashinostroenie i komp'yuternye tekhnologii* [Mechanical Engineering and Computer Science], 2016, no. 10 (in Russ.). Available at: <http://technomagelpub.elpub.ru/jour/article/view/1071>
- [11] Dimentberg F.M., Kolesnikov K.S., eds. *Vibratsii v tekhnike*, vol. 3. Kolebaniya mashin, konstruktivnyy i ikh elementov. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1980. 544 p.

Gorbenko A.N. — Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Marine Power Plants, Kerch State Maritime Technological University (Ordzhonikidze ul. 82, Kerch, Republic of Crimea, 298309 Russian Federation).

Shmelev S.Kh. — Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Marine Heat Engines, Admiral Ushakov Maritime State University (Lenina prospekt 93, Novorossiysk, 353918 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Gorbenko A.N., Shmelev S.Kh. Necessary Self-Balancing Robustness Conditions for a Two-Bearing Rotor Taking Unbalance Mass into Account. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Mashinost.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Mech. Eng.], 2018, no. 5, pp. 36–50 (in Russ.). DOI: 10.18698/0236-3941-2018-5-36-50