

## РАСЧЕТ СИЛ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МЕЖДУ ДЕФОРМИРУЕМЫМ ОБЪЕКТОМ И ЗВЕНЬЯМИ ЗАХВАТНОГО УСТРОЙСТВА МАНИПУЛЯТОРА

А.Г. Лесков<sup>1</sup>

agleskov@rambler.ru

Е.В. Селиверстова<sup>1,2</sup>

feoktistovaev@mail.ru

<sup>1</sup> Дмитровский филиал МГТУ им. Н.Э. Баумана, пос. Орево, Дмитровский р-н, Московская обл., Российская Федерация

<sup>2</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

---

### Аннотация

Выполнен анализ методов расчета сил контактного взаимодействия между звеньями захватного устройства манипулятора и деформируемым объектом манипулирования, возникающих в процессе захвата объекта. Данная задача актуальна при моделировании и планировании захвата. Предложен оригинальный метод определения сил контактного взаимодействия между объектами, модели поверхностей которых основаны на точечной дискретизации. Решение задачи Синьорини основано на законах теории линейной упругости и законе трения Амонтона — Кулона. В качестве метода расчета пересечения поверхностей объекта и захватного устройства использован алгоритм, учитывающий направление движения звена захватного устройства относительно объекта, описанный в предыдущих работах авторов. Достоинства предложенного метода — небольшая вычислительная сложность и простота реализации. Разработана компьютерная программа и приведены результаты эксперимента, подтверждающие работоспособность алгоритма

### Ключевые слова

*Захват, деформируемый объект, моделирование, автоматический захват объектов, силы контактного взаимодействия, планирование захвата, захватное устройство Schunk WSG50*

Поступила в редакцию 21.10.2017

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018

---

В настоящее время прослеживается устойчивая тенденция перехода к роботизированным технологиям в различных областях деятельности человека. Робототехнические системы предоставляют возможность выполнять манипуляционную задачу с объектом без непосредственного нахождения человека в операционной зоне. Наиболее распространенной манипуляционной операцией является захват объекта.

Одним из способов синтеза захвата является офлайн-планирование по геометрическим моделям захватного устройства манипулятора (ЗУМ) и объекта манипулирования (ОМ) [1], выполняющее предварительную оценку возможных способов захвата. Для каждого способа конфигурации ЗУМ рассчитываются силы контактного взаимодействия (СКВ) между звеньями ЗУМ и ОМ, при

обеспечении которых выполнение операции будет успешным. В случае планирования захвата ОМ хрупкого или такого, значительная деформация которого не допускается, к точности расчета СКВ предъявляются высокие требования.

Первым этапом расчета СКВ является определение областей пересечения поверхностей ЗУМ и деформируемого ОМ при моделировании захвата. Результат работы алгоритма определения пересечений — это расчет сближения или глубины проникания [2] как расстояния, на которое звенья захватного устройства продвинулись в ОМ, если бы поверхность объекта не оказывала сопротивления. Проникание является условным и в действительности отсутствует. Для устранения такого проникания необходимо решить задачу Синьорини [3] — определить локальные деформации объекта и звена, как если бы они прикоснулись без пересечения, и силы, вызванные этой деформацией.

Существует множество разных подходов к решению задачи получения поверхности контакта между двумя деформируемыми телами и сил контактного взаимодействия между ними. Обзор основных исследований приведен в [4].

Методы «пенальти» и «штрафа» [5–7] наиболее широко используются для решения описанной задачи в компьютерной графике. Однако такие алгоритмы не могут полностью исключить пересечение поверхностей объектов. В [8] описан метод, сводящийся к решению линейной задачи о дополнителности [9]. Он не допускает проникание тел, но отличается высокой вычислительной сложностью для невыпуклых объектов. Импульсные методы [10, 11] предполагают мгновенные контакты между объектами, поэтому они не могут быть применены для моделирования контакта между деформируемыми объектами. В [12, 13] описана система для обработки взаимодействия деформируемых объектов, образованных жесткими каркасами, на которые прикреплен деформируемый слой. Недостатком метода является то, что модели объектов, созданные таким образом, склонны к бесформенности.

В последние годы широкое распространение получили модели объектов на основе точечной дискретизации [14–17]. Для таких моделей задача определения локальной деформации объектов и определения СКВ была решена сравнительно недавно. Впервые решение рассматриваемой задачи в такой постановке приведено в [18]. Этот метод основан на решении линейной задачи о дополнителности [9] с использованием алгоритма Лемке [19]. Взаимодействующие объекты представляются квазижесткими моделями [20]. В таких моделях объекты рассматриваются как твердые тела с упругими поверхностями. В [21, 22] описаны методы, основанные на механике сплошных сред, где объем и поверхность объекта рассматриваются как облака точек. Недостатком перечисленных методов, рассматривающих модели объектов на основе точечной дискретизации, помимо высокой вычислительной сложности, является серьезное несоответствие направлений и значений рассчитанных СКВ реальным силам, возникающим в процессе взаимодействия объектов.

Далее будет рассмотрен алгоритм определения СКВ между объектами, математические модели которых основаны на точечной дискретизации, лишенный

перечисленных недостатков. Правильность моделирования при использовании предлагаемого метода легко доказуема, потому что решение задачи Синьорини основано на законах теории линейной упругости и законе трения Амонтона — Кулона.

**Определение контактной поверхности.** Моделирование захвата осуществляется путем пошагового изменения положения элементов ЗУМ для перевода его в состояние «захватное устройство закрыто». На некотором шаге поверхности ОМ и звена ЗУМ начинают пересекаться.

Поверхности ОМ и звена ЗУМ представлены в виде матриц  $P' = [p'_1, \dots, p'_N]^T$  и  $Q' = [q'_1, \dots, q'_M]^T$ , строки которых содержат координаты вершин полигональных моделей ОМ и звена ЗУМ.

В [23] описан алгоритм определения областей пересечения поверхностей ЗУМ и деформируемого объекта при моделировании захвата. Если пересечение обнаружено, выполняется расчет его параметров.

Первым параметром является область пересечения, которая представляет собой фигуру, образованную в результате конъюнкции фигур ЗУМ и ОМ. Она задается двумя матрицами  $P = [p_1, \dots, p_n]^T$  и  $Q = [q_1, \dots, q_m]^T$ , строки которых являются координатами вершин полигональных моделей объекта и звена, потенциально испытывающих смещение вследствие деформации. Вторым параметром является глубина проникания ЗУМ в ОМ при захвате, т. е. минимальное расстояние, на которое нужно развести эти объекты, чтобы их поверхности перестали пересекаться. Третьим параметром — вектор, вдоль которого отсчитывается глубина проникания. Последние два параметра задаются двумя матрицами глубин прониканий  $\delta_P = [\delta_{p_1}, \dots, \delta_{p_n}]^T$  и  $\delta_Q = [\delta_{q_1}, \dots, \delta_{q_m}]^T$ , составленных из векторов, нормы которых равны глубинам проникания для вершин из матриц  $P$  и  $Q$ . Векторы  $\delta_{p_i}$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) сонаправлены, а векторы  $\delta_{q_j}$  ( $j=1, 2, \dots, m$ ) противоположно направлены с вектором движения звена ЗУМ относительно объекта  $V$  на текущем шаге моделирования (рис. 1).

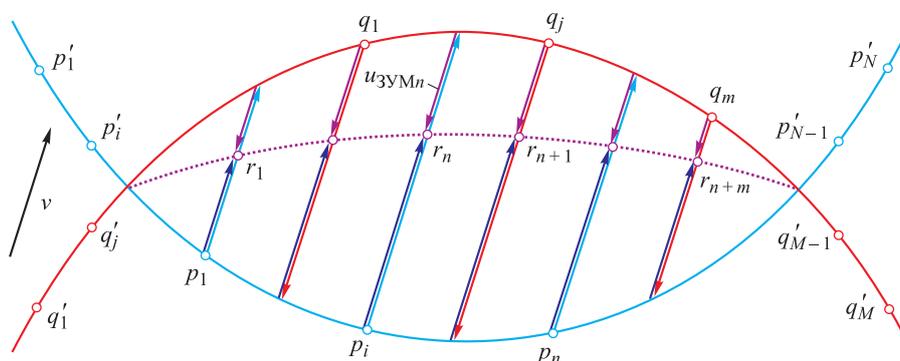


Рис. 1. Определение контактной поверхности

Полагаем, что строки матриц вершин пятна контакта ОМ  $R_P = [r_{p1}, \dots, r_{pn}]^T$  и пятна контакта звена ЗУМ  $R_Q = [r_{q1}, \dots, r_{qm}]^T$  формируются из координат точек, полученных путем смещения вершин  $p_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) и  $q_j$  ( $j=1, 2, \dots, m$ ) вдоль соответствующих векторов проникания  $\delta_{p_i}$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) и  $\delta_{q_j}$  ( $j=1, 2, \dots, m$ ) (см. рис. 1).

Принимаем такие смещения обратно пропорциональными модулям упругости  $E_{ЗУМ}$  и  $E_{ОМ}$  материалов, из которых изготовлены звено ЗУМ и ОМ. Тогда можно записать:

$$R_P = P + \delta_P \frac{1/E_{ОМ}}{1/E_{ОМ} + 1/E_{ЗУМ}} \Leftrightarrow R_P = P + \delta_P \frac{E_{ЗУМ}}{E_{ОМ} + E_{ЗУМ}};$$

$$R_Q = Q + \delta_Q \frac{1/E_{ЗУМ}}{1/E_{ОМ} + 1/E_{ЗУМ}} \Leftrightarrow R_Q = Q + \delta_Q \frac{E_{ОМ}}{E_{ОМ} + E_{ЗУМ}}.$$

В процессе захвата звено ЗУМ вступает в контакт с ОМ, в результате чего формируется пара пятен контакта, принадлежащих поверхностям ОМ и ЗУМ. Поскольку эти пятна имеют одинаковую форму, для каждой вершины из  $R_P$  и  $R_Q$  существуют точки на поверхностях звена и объекта, с которыми они находятся в контакте. Поэтому далее рассматриваем пару пятен контакта как единую контактную поверхность, заданную матрицей вершин  $R = \begin{bmatrix} [R_P]^T & [R_Q]^T \end{bmatrix}^T = [r_1, \dots, r_n, r_{n+1}, \dots, r_{n+m}]^T$  (см. рис. 1).

Найдем функцию, описывающую контактную поверхность. Для вершин, координаты которых содержатся в строках матрицы  $R$ , решаем задачу интерполяции сплайн-поверхностью [24], т. е. восстанавливаем функцию  $\varphi(r_x, r_y) \approx r_z$ , основанную на данных интерполяции  $r_{ix}, r_{iy}, r_{iz}$  ( $i=1, 2, \dots, n+m$ ). Для этого необходимо решить систему линейных алгебраических уравнений:

$$\varphi(r_x, r_y) = \sum_{i=1}^{n+m} C_i [(r_x - r_{ix})^2 + (r_y - r_{iy})^2] \ln [(r_x - r_{ix})^2 + (r_y - r_{iy})^2] + Ar_x + Br_y + D,$$

$$\sum_{i=1}^{n+m} C_i = 0, \quad \sum_{i=1}^{n+m} C_i x_i = 0, \quad \sum_{i=1}^{n+m} C_i y_i = 0, \quad \varphi(r_{xi}, r_{yi}) = r_{zi} \quad (i=1, 2, \dots, n+m).$$

Найдем нормали контактной поверхности в точках, координаты которых содержатся в строках матрицы  $R$ . Направление нормалей выбирается таким образом, чтобы они были направлены внутрь ОМ. Векторы нормалей  $n_i$  рассчитываются из соотношения

$$n_i = \frac{(r_k - r_i) \times (r_1 - r_i) + \sum_{j=1}^{k-1} [(r_j - r_i) \times (r_{j+1} - r_i)]}{\left\| (r_k - r_i) \times (r_1 - r_i) + \sum_{j=1}^{k-1} [(r_j - r_i) \times (r_{j+1} - r_i)] \right\|}, \quad i=1, \dots, n+m,$$

где  $r_j$  — радиус-векторы вершин, образующих треугольники с вершиной  $r_i$  после формирования триангуляции Делоне [25] для множества вершин, содержащихся в строках матрицы  $R$ .

**Определение смещений вершин ОМ и звена ЗУМ.** Введем в рассмотрение матрицы смещений вершин ОМ  $u_{OM}$  и звена ЗУМ  $u_{ЗУМ}$  (см. рис. 1):

$$u_{OM} = \left[ [R_P - P]^T \quad [R_Q - Q - \delta_Q]^T \right]^T = [u_{OM1}, \dots, u_{OMn}, u_{OMn+1}, \dots, u_{OMn+m}]^T;$$

$$u_{ЗУМ} = \left[ [R_P - P - \delta_P]^T \quad [R_Q - Q]^T \right]^T = [u_{ЗУМ1}, \dots, u_{ЗУМn}, u_{ЗУМn+1}, \dots, u_{ЗУМn+m}]^T.$$

Матрицы вершин  $R$  соответствуют матрицы нормальных  $u_{OMN}$  и касательных  $u_{OM\tau}$  смещений вершин ОМ, а также нормальных  $u_{ЗУМN}$  и касательных  $u_{ЗУМ\tau}$  смещений вершин звена ЗУМ (рис. 2).

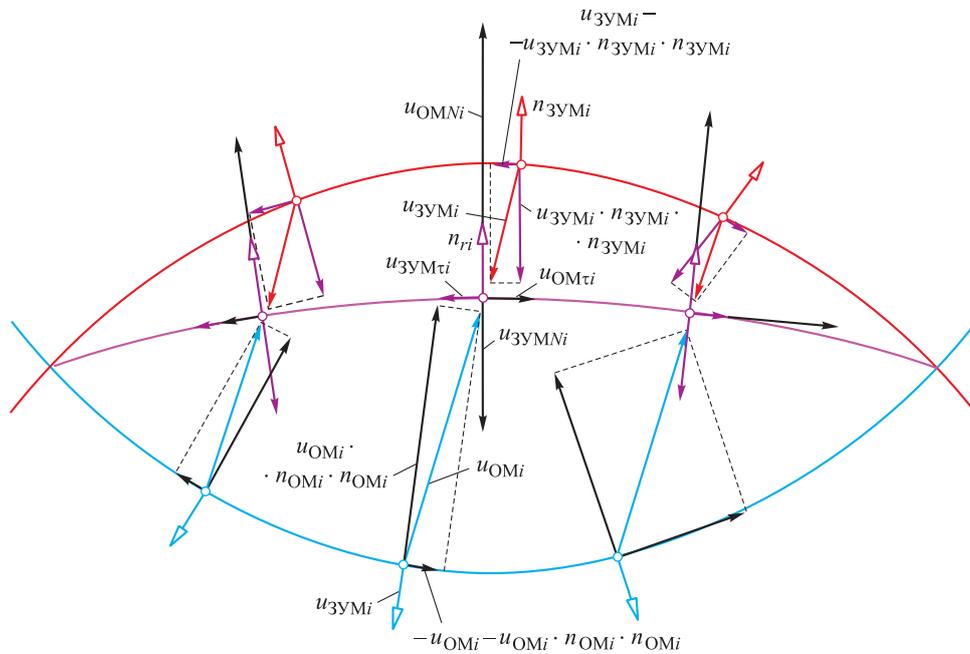


Рис. 2. Определение смещений вершин ОМ и звена ЗУМ

Поскольку при захвате поверхности ОМ и звена ЗУМ деформируются, изменяются и направления нормалей этих поверхностей. Поэтому строки матриц смещений имеют вид:

$$u_{OMNi} = u_{OMi} n_{OMi} n_{ri};$$

$$u_{OM\tau i} = q_{OMi} (u_{OMi} - u_{OMi} n_{OMi} n_{OMi}) q_{OMi}^{-1};$$

$$u_{ЗУМNi} = u_{ЗУМi} n_{ЗУМi} n_{ri};$$

$$u_{ЗУМ\tau i} = q_{ЗУМi} (u_{ЗУМi} - u_{ЗУМi} n_{ЗУМi} n_{ЗУМi}) q_{ЗУМi}^{-1},$$

где  $n_{OMi}$ ,  $n_{ЗУМi}$ ,  $n_{ri}$  — единичные векторы нормалей поверхностей объекта, звена и контактной поверхности в соответствующих точках;  $q_{OMi}$  и  $q_{ЗУМi}$  — кватернионы такие, что

$$q_{OMi} = \left\{ \cos \left( \arccos \frac{n_{OMi} n_{ri}}{2} \right), n_{OMi} \times n_{ri} \cos \left( \arccos \frac{n_{OMi} n_{ri}}{2} \right) \right\};$$

$$q_{ЗУМi} = \left\{ \cos \left( \arccos \frac{n_{ЗУМi} n_{ri}}{2} \right), n_{ЗУМi} \times n_{ri} \cos \left( \arccos \frac{n_{ЗУМi} n_{ri}}{2} \right) \right\}.$$

**Определение сил контактного взаимодействия.** Представим распределенную СКВ, с которой звено ЗУМ действует на ОМ, в виде матрицы, строки которой являются векторами сосредоточенных сил  $F_{OM} = [f_{OM1}, \dots, f_{OM(n+m)}]^T$ , приложенными к вершинам, содержащимся в матрице  $R$ . Справедливо следующее равенство:

$$F_{OM} = F_{OMN} + F_{OM\tau},$$

где  $F_{OMN} = [f_{OMN1}, \dots, f_{OMN(n+m)}]^T$  и  $F_{OM\tau} = [f_{OM\tau1}, \dots, f_{OM\tau(n+m)}]^T$  — матрицы, строки которых есть векторы нормальных и тангенциальных сил, с которыми звено ЗУМ действует на ОМ.

Аналогично можно представить распределенную СКВ, с которой ОМ действует на звено ЗУМ:

$$F_{ЗУМ} = F_{ЗУМN} + F_{ЗУМ\tau},$$

где  $F_{ЗУМN} = [f_{ЗУМN1}, \dots, f_{ЗУМN(n+m)}]^T$  и  $F_{ЗУМ\tau} = [f_{ЗУМ\tau1}, \dots, f_{ЗУМ\tau(n+m)}]^T$ .

Для нахождения матриц сил  $F_{OMN}$ ,  $F_{OM\tau}$ ,  $F_{ЗУМN}$  и  $F_{ЗУМ\tau}$  необходимо решить задачу теории упругости, которая заключается в определении сил по известным перемещениям точек тела, т. е. нужно найти отношение между матрицами смещений  $u_{OMN}$ ,  $u_{OM\tau}$ ,  $u_{ЗУМN}$ ,  $u_{ЗУМ\tau}$  и сил  $F_{OMN}$ ,  $F_{OM\tau}$ ,  $F_{ЗУМN}$ ,  $F_{ЗУМ\tau}$ .

Поскольку рассматриваются малые деформации, физическая модель может быть основана на теории линейной упругости. В качестве метода описания механики контакта было выбрано приближение Буссинеска [26], в котором поверхность вокруг точек контакта представляется как упругое полупространство [2].

Поскольку предполагается линейная упругость материала, векторы нормального  $u_{Nj}$  и касательного  $u_{\tau j}$  смещений для точки  $r_j$ , вызванные множествами векторов сосредоточенных нормальных  $F_N = [f_{N1}, \dots, f_{Nm}]^T$  и касательных  $F_\tau = [f_{\tau1}, \dots, f_{\tau m}]^T$  сил, могут быть найдены как суперпозиции векторов смещений:

$$u_{Nj} = \frac{1-\nu}{2\pi G} \sum_{k=1, k \neq j}^n \frac{f_{Nk}}{l_k} + \frac{f_{Nj}}{ES_j};$$

$$u_{\tau j} = \frac{1-\nu}{2\pi G} \sum_{k=1, k \neq j}^n \frac{f_{\tau k}}{l_k} + \frac{f_{\tau j}}{GS_j},$$

где  $\nu$  — коэффициент Пуассона;  $E$  и  $G$  — модули Юнга и сдвига;  $l_k$  — расстояние между вершинами  $r_j$  и  $r_k$ , к которым приложены нормальная  $f_{Nk}$  и тангенциальная  $f_{\tau k}$  точечные силы;  $S_j$  — площадь поверхности, на которую действуют нормальная  $f_{Nj}$  и тангенциальная  $f_{\tau j}$  точечные силы, приложенные к вершине  $r_j$ . Площадь  $S_j$  определяется из равенства

$$S_j = \frac{1}{4} \sum_{i=2}^{m-1} \left\| (r_i - r_1) \times (r_{i+1} - r_1) \right\|,$$

где  $r_i$  ( $i=1, 2, \dots, m$ ) — последовательность радиус-векторов вершин, образующих треугольники с вершиной  $r_j$  после формирования триангуляции Делоне [25] для множества вершин, содержащихся в строках матрицы  $R$ , обеспечивающая обход вершины  $r_j$  против хода часовой стрелки, что формирует алгоритм Джарвиса [27].

После обобщения для всех точек контактной поверхности, связь между  $F_{OMN}$ ,  $F_{OM\tau}$ ,  $F_{ЗУМN}$ ,  $F_{ЗУМ\tau}$  и  $u_{OMN}$ ,  $u_{OM\tau}$ ,  $u_{ЗУМN}$ ,  $u_{ЗУМ\tau}$  может быть выражена в матричной форме:

$$u_{OMN} = W_{OM} F_{OMN}; \tag{1}$$

$$u_{ЗУМN} = W_{ЗУМ} F_{ЗУМN}; \tag{2}$$

$$u_{OM\tau} = W_{OM} F_{OM\tau}; \tag{3}$$

$$u_{ЗУМ\tau} = W_{ЗУМ} F_{ЗУМ\tau}, \tag{4}$$

где  $W_{OM}$  и  $W_{ЗУМ}$  — передаточные матрицы ОМ и звена ЗУМ размера  $[n+m \times n+m]$ , элементы которых вычисляются по формулам:

$$w_{OMii} = \frac{1}{E_{OM} S_i}; \quad w_{OMij} = \frac{1-\nu_{OM}}{2\pi G_{OM} l_j};$$

$$w_{ЗУМii} = \frac{1}{E_{ЗУМ} S_i}; \quad w_{ЗУМij} = \frac{1-\nu_{ЗУМ}}{2\pi G_{ЗУМ} l_j},$$

где  $E_{OM}$ ,  $E_{ЗУМ}$  — модули Юнга объекта и звена ЗУМ;  $\nu_{OM}$  и  $\nu_{ЗУМ}$  — коэффициенты Пуассона ОМ и ЗУМ;  $G_{OM}$  и  $G_{ЗУМ}$  — модули сдвига объекта и звена ЗУМ;  $S_i$  — площадь поверхности, на которую действуют точечные силы, приложенные к вершине  $r_i$ ;  $l_j$  — расстояние между вершинами  $r_i$  и  $r_j$ . Расстояние  $l_j$  определяется из соотношения

$$l_j = \sum_{k=1}^{m-1} \sqrt{x_{\Delta}^2 + y_{\Delta}^2 + [\varphi(r_{ix} + (k+1)x_{\Delta}, r_{iy} + (k+1)y_{\Delta}) - \varphi(r_{ix} + x_{\Delta}k, r_{iy} + y_{\Delta}k)]^2};$$

$$x_{\Delta} = \frac{r_{jx} - r_{ix}}{m}; \quad y_{\Delta} = \frac{r_{jy} - r_{iy}}{m},$$

где  $\varphi$  — восстановленная функция контактной поверхности;  $m$  — количество шагов расчета;  $x_\Delta$  и  $y_\Delta$  — значение шага по координатам  $x$  и  $y$ .

Вычитая (2) из (1) и (4) из (3), получаем

$$u_{OMN} - u_{ЗУМN} = W_{OM}F_{OMN} - W_{ЗУМ}F_{ЗУМN}; \quad (5)$$

$$u_{OM\tau} - u_{ЗУМ\tau} = W_{OM}F_{OM\tau} - W_{ЗУМ}F_{ЗУМ\tau}. \quad (6)$$

Ввиду того, что эпюры сил, действующих на ОМ и ЗУМ, зеркально симметричны относительно поверхности пятна контакта, справедливы равенства

$$\begin{aligned} F_{OMN} &= -F_{ЗУМN} = F_N; \\ F_{OM\tau} &= -F_{ЗУМ\tau} = F_\tau. \end{aligned}$$

Значит, (5) и (6) можно записать в виде

$$u_{OMN} - u_{ЗУМN} = (W_{OM} + W_{ЗУМ})F_N; \quad (7)$$

$$u_{OM\tau} - u_{ЗУМ\tau} = (W_{OM} + W_{ЗУМ})F_\tau. \quad (8)$$

Из соотношений (7) и (8) следует справедливость равенств

$$\begin{aligned} F_N &= (W_{OM} + W_{ЗУМ})^T (u_{OMN} - u_{ЗУМN}); \\ F_\tau &= (W_{OM} + W_{ЗУМ})^T (u_{OM\tau} - u_{ЗУМ\tau}). \end{aligned}$$

Тогда выражения для матриц нормальных  $F_{OMN}$ ,  $F_{ЗУМN}$  и тангенциальных  $F_{OM\tau}$ ,  $F_{ЗУМ\tau}$  сил примут вид:

$$\begin{aligned} F_{OMN} &= (W_{OM} + W_{ЗУМ})^T (u_{OMN} - u_{ЗУМN}); \\ F_{ЗУМN} &= -(W_{OM} + W_{ЗУМ})^T (u_{OMN} - u_{ЗУМN}); \\ F_{OM\tau} &= (W_{OM} + W_{ЗУМ})^T (u_{OM\tau} - u_{ЗУМ\tau}); \\ F_{ЗУМ\tau} &= -(W_{OM} + W_{ЗУМ})^T (u_{OM\tau} - u_{ЗУМ\tau}). \end{aligned}$$

Примем, что между телами существует сухое трение, согласно закону трения Амонтона — Кулона в его простейшем виде [28]: максимальная сила трения покоя  $f_{трmax}$  равна силе трения скольжения  $f_{ск}$ , которая, в свою очередь, равна нормальной силе  $f_N$ , умноженной на постоянный коэффициент трения  $\mu$ :

$$f_{трmax} = f_{ск} = \mu f_N.$$

Введем в рассмотрение матрицы  $F_{OMтр} = [f_{OMтр1}, \dots, f_{OMтр(n+m)}]^T$  и  $F_{ЗУМтр} = [f_{ЗУМтр1}, \dots, f_{ЗУМтр(n+m)}]^T$ , их строки являются векторами сил трения, приложенными к вершинам, которые содержатся в матрице  $R$ , со стороны ОМ и ЗУМ.

Если значение коэффициента трения  $\mu$  много больше единицы, т. е. между поверхностями контактирующих тел возникает адгезия или прилипание, то схватывание [2] возникает по всей контактной поверхности.

В этом случае справедливы равенства:

$$\begin{aligned} F_{OMтр} &= F_{OM\tau}; \\ F_{ЗУМтр} &= F_{ЗУМ\tau}. \end{aligned}$$

Если рассматривается контакт без адгезии и прилипания, то на краю области схватывания касательное напряжение стремится к бесконечности, в то время как нормальное напряжение стремится к нулю. Это означает, что в большинстве случаев условие схватывания вблизи края области контакта не выполняется. В этой области будет иметь место проскальзывание [2]. Таким образом, контактная поверхность разделяется на две области — схватывания и проскальзывания.

В этом случае матрицы трения  $F_{OMтр}$ ,  $F_{ЗУМтр}$  и нормальных сил  $F_{ЗУМN}$ ,  $F_{ЗУМ\tau}$  будут формироваться по следующему правилу:

$$\begin{cases} f_{OM\tau i} \leq \mu f_{OMNi} \Rightarrow f_{OM\tau pi} = f_{OM\tau i}, \\ f_{OM\tau i} > \mu f_{OMNi} \Rightarrow f_{OM\tau pi} = \vec{0}, \quad f_{OMNi} = \vec{0}, \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n+m;$$

$$\begin{cases} f_{ЗУМ\tau i} \leq \mu f_{ЗУМNi} \Rightarrow f_{ЗУМ\tau pi} = f_{ЗУМ\tau i}, \\ f_{ЗУМ\tau i} > \mu f_{ЗУМNi} \Rightarrow f_{ЗУМ\tau pi} = \vec{0}, \quad f_{ЗУМNi} = \vec{0}, \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n+m.$$

Наконец, матрицы сил контактного взаимодействия  $F_{OM}$  и  $F_{ЗУМ}$  с учетом наличия между ОМ и звеном ЗУМ сухого трения можно записать как

$$\begin{aligned} F_{OM} &= F_{OMN} + F_{OMтр}; \\ F_{ЗУМ} &= F_{ЗУМN} + F_{ЗУМтр}. \end{aligned}$$

**Экспериментальная часть.** Приведенные алгоритмы расчета контактных поверхностей и СКВ реализованы на функционально-моделирующем стенде (Дмитровский филиал МГТУ им. Н.Э. Баумана).

Аппаратная часть стенда состоит из захватных устройств Schunk WSG50, оснащенных датчиками силы (ДС) и датчиками положения (ДП) звеньев. Программная часть реализована с использованием операционной системы ROS. Она включает в себя драйверы ЗУМ Schunk WSG50, ДС и ДП звеньев ЗУМ, системы расчета пересечений поверхностей моделей ОМ и звеньев ЗУМ, контактных поверхностей, глубин проникновения, СКВ между объектом и звеньями, а также систему визуализации, отображающую положение ЗУМ относительно ОМ и положение его звеньев.

В качестве ОМ был выбран резиновый мяч с известными модулями Юнга и сдвига и коэффициентом Пуассона. Способы определения упругих свойств объекта, а также коэффициента трения между звеньями ЗУМ и ОМ приведены в [29]. На кончики звеньев ЗУМ наклеены мягкие накладки в форме дисков с известными упругими характеристиками.

На рис. 3 показан способ захвата ОМ захватным устройством Schunk WSG50.



Рис. 3. Способ захвата ОМ

В соответствии с зафиксированным ДП положением пальцев и ОМ в программе воссоздается и отображается с помощью системы визуализации конфигурация захвата (рис. 4, точками указаны вершины контактной поверхности).

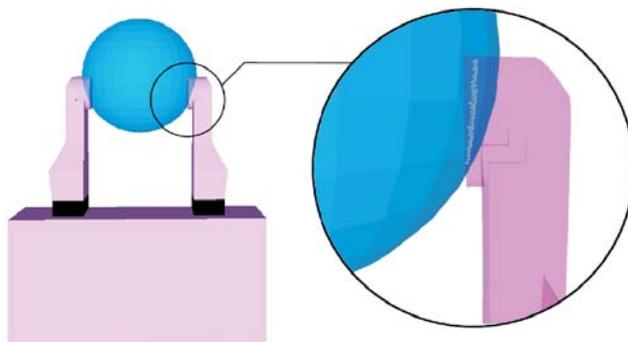


Рис. 4. Работа системы визуализации и системы определения контактной поверхности

На рис. 5 стрелками показаны нормальные и тангенциальные составляющие СКВ (*a*, *б*), силы трения (*в*) и СКВ (*г*), соответствующие вершинам контактной поверхности.

На рис. 6 приведены графики зависимостей показаний ДП и ДС звена ЗУМ от времени.

Значение силы  $F_{ДС}$  зафиксированного ДС звена ЗУМ равно 16,7 Н. В соответствии с алгоритмом расчета, модуль сосредоточенной СКВ составил 17,2 Н. Это значение получено суммированием норм строк матрицы  $F_{ЗУМ}$ . Точка при-

ложения сосредоточенной СКВ  $l_c$  рассчитывается как положение центра масс, где в качестве масс элементов принимаются модули сил СКВ:

$$r_c = \frac{\sum_i^{n+m} \|f_{зумi}\| r_i}{\sum_i \|f_{зумi}\|}.$$

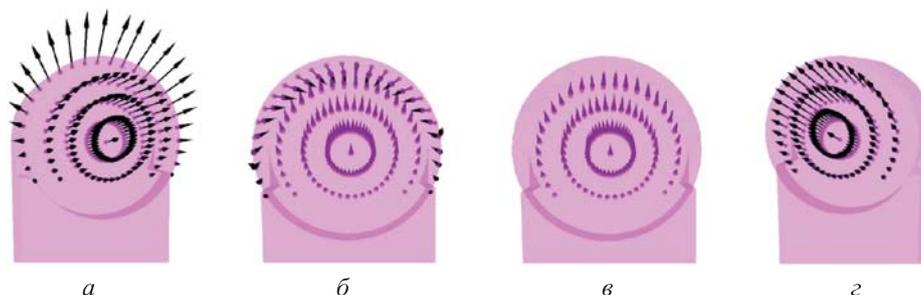


Рис. 5. Расчет сил контактного взаимодействия

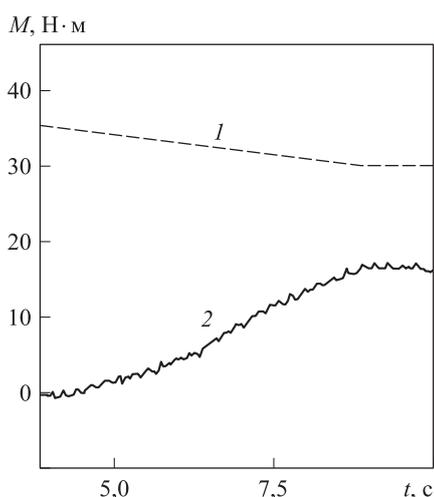


Рис. 6. Графики зависимостей показаний ДП (1) и ДС (2) звена ЗУМ от времени

Разность между расчетным и зафиксированным значениями объясняется тем, что ДС фиксирует нормальную компоненту силы, приложенной к центру дисков  $l_0$  на кончиках звеньев ЗУМ до контакта с ОМ. Координаты  $l_0$  известны из конструктивных характеристик звена. Фактически ДС представляет собой датчик, измеряющий момент. Для получения значения силы зафиксированное значение момента делят на плечо  $\|l_0\|$ . Точка приложения рассчитанной равнодействующей СКВ  $r_c$  отличается от центра дисков на кончиках звеньев ЗУМ, а ее направление не совпадает с нормалью  $n_{зум}$  дисков до контакта с ОМ.

Момент  $M_{ДС}$ , который возникает от зафиксированной ДС силы, вокруг оси ДС составляет 1,04 Н·м. Он рассчитывается по формуле  $M_{ДС} = F_{ДС} \|l_0\|$ .

Момент  $M_{зум}$ , который возникает от компоненты рассчитанной СКВ вдоль  $n_{зум}$ , вокруг оси ДС составляет 1,13 Н·м. Он определяется как  $M_{зум} = F_{зум} n_{зум} \|l_c - l_c n_{зум} n_{зум}\|$ .

Таким образом, разность между рассчитанной СКВ и зафиксированной силой составила 8,7 %.

**Заключение.** Рассмотрен алгоритм расчета контактных поверхностей и СКВ между объектами, математические модели которых основаны на точечной дискретизации. Решение задачи Синьорини основано на законах теории линейной упругости и трения Амонтона — Кулона. В качестве метода расчета пересечения поверхностей объекта и ЗУМ используется алгоритм, учитывающий направление движения звена захватного устройства относительно ОМ.

Достоинствами предложенного метода является небольшая вычислительная сложность по сравнению с ранее разработанными алгоритмами [18, 21, 22] и простота реализации. Кроме того, рассчитанные с помощью рассмотренного способа направления и значения СКВ соответствуют реальным силам, возникающим в процессе взаимодействия объектов.

Алгоритм расчета контактных поверхностей и СКВ реализован на функционально-моделирующем стенде в Дмитровском филиале МГТУ им. Н.Э. Баумана [29]. Правильность предложенного метода доказана на основе экспериментальных исследований, в ходе которых установлено, что рассчитанное значение отличается от реального менее чем на 9 %.

Результаты работы алгоритма расчета контактных поверхностей и СКВ могут быть использованы для оценки качества захвата и формирования сигналов управления звеньями ЗУМ в случае, если захватное устройство не оснащено тактильными датчиками, или когда захват ОМ осуществляется областями звеньев, не оснащенных осязанием.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Лесков А.Г., Илларионов В.В., Калеватых И.А. и др. Аппаратно-программный комплекс для решения задач автоматического захвата объекта манипуляторами // Инженерный журнал: наука и инновации. 2015. № 1. DOI: 10.18698/2308-6033-2015-1-1361 URL: <http://engjournal.ru/catalog/prubor/robot/1361.html>
2. Попов В.Л. Механика контактного взаимодействия и физика трения. М.: Физматлит, 2013. 352 с.
3. Kikuchi N., Oden J.T. Contact problems in elasticity: a study of variational inequalities and finite element methods. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1988. 485 p.
4. Teschner M., Kimmmerle S., Zachmann G., Heidelberger B., et al. Collision detection for deformable objects // Proc. Eurographics. 2004. P. 119–135.
5. Terzopoulos D., Platt J.C., Barr A.H. Elastically deformable models // Proc. 14th Special Interest Group on Graphics and Interactive Techniques. 1987. Vol. 21. No. 4. P. 205–214. DOI: 10.1145/37402.37427
6. Moore M., Wilhelms J. Collision detection and response for computer animation // Proc. 15th Special Interest Group on Graphics and Interactive Techniques. 1988. Vol. 22. No. 4. P. 289–298. DOI: 10.1145/378456.378528
7. Platt J.C., Barr A.H. Constraint methods for flexible models // Proc. 15th Special Interest Group on Graphics and Interactive Techniques. 1988. Vol. 22. No. 4. P. 279–288. DOI: 10.1145/378456.378524
8. Baraff D., Witkin A. Dynamic simulation of non-penetrating flexible bodies // Proc. 19th Special Interest Group on Graphics and Interactive Techniques. 1992. Vol. 26. No. 2. P. 303–308. DOI: 10.1145/142920.134084

9. Alefeld G., Wang Z., Shen Z. Solutions of linear complementarity problems for H-matrices // *Reliable Computing*. 2004. Vol. 10. No. 6. P. 423–435. DOI: 10.1023/B:REOM.0000047093.79994.8f
10. Hahn J.K. Realistic animation of rigid bodies // *Proc. 15th Special Interest Group on Graphics and Interactive Techniques*. 1988. Vol. 22. No. 4. P. 299–308.
11. Mirtich B., Canny J. Impulse-based simulation of rigid bodies // *Proc. 1995 symposium on Interactive 3D graphics*. 1995. P. 181–190. DOI: 10.1145/378456.378530
12. Gascuel M.-P. An implicit formulation for precise contact modeling between flexible solids // *Proc. 20th Special Interest Group on Graphics and Interactive Techniques*. 1993. P. 313–320. DOI: 10.1145/166117.166157
13. Desbrun M., Gascuel M.-P. Animating soft substances with implicit surfaces // *Proc. 22nd Special Interest Group on Graphics and Interactive Techniques*. 1995. P. 287–290. DOI: 10.1145/218380.218456
14. Pfister H., Zwicker M., Baar J., Gross M. Surfels: surface elements as rendering primitives // *Proc. 27th Special Interest Group on Graphics and Interactive Techniques*. 2000. P. 335–342. DOI: 10.1145/344779.344936
15. Zwicker M., Pauly M., Knoll O., Gross M. Pointshop 3d: An interactive system for point-based surface editing // *Proc. 29th Special Interest Group on Graphics and Interactive Techniques*. 2002. P. 322–329. DOI: 10.1145/566570.566584
16. *Perspective accurate splatting* / M. Zwicker, J. Rasanen, M. Botsch, C. Dachsbacher, M. Pauly // *Proc. Graphics Interface*. 2004. P. 247–254. URL: <https://dl.acm.org/citation.cfm?id=100608>
17. Guennebaud G., Barthe L., Paulin M. Deferred splatting // *Proc. Eurographics*. 2004. Vol. 23. No. 3. P. 653–660.
18. Pauly M., Keiser R., Kobbelt L.P., Gross M. Shape modeling with point-sampled geometry // *Proc. 30th Special Interest Group on Graphics and Interactive Techniques*. 2003. Vol. 23. No. 3. P. 641–650. DOI: 10.1145/882262.882319
19. More J.J. Classes of functions and feasibility conditions in nonlinear complementarity problems // *Math. Programming*. 1974. Vol. 6. No. 1. P. 327–338. DOI: 10.1007/BF01580248
20. Pauly M., Pai D.K., Guibas L.J. Quasi-rigid objects in contact // *Proc. 31st Special Interest Group on Graphics and Interactive Techniques*. 2004. P. 109–119. DOI: 10.1145/1028523.1028539
21. Muller M., Keiser R., Nealen A., Pauly M., et al. Point based animation of elastic, plastic and melting objects // *Proc. Eurographics symposium on Computer animation*. 2004. P. 141–151. DOI: 10.1145/1028523.1028542
22. *Contact handling for deformable point-based objects* / R. Keiser, M. Müller, B. Heidelberger, M. Teschner, M. Gross // *Proc. Vision, Modeling, and Visualization*. 2004. P. 665–674.
23. Лесков А.Г., Феоктистова Е.В. Алгоритм определения пересечения произвольных полигональных моделей для нахождения коллектора контакта, нормалей и глубины проникновения при планировании и моделировании захвата деформируемого объекта // *Сборник докладов VIII Всероссийской конференции молодых ученых и специалистов «Будущее машиностроения России»*. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015. С. 988–992.
24. Ашкеназы В.О. Сплайн-поверхности. Основы теории и вычислительные алгоритмы. Тверь: Тверской гос. ун-т, 2003. 82 с.
25. Скворцов А.В. Триангуляция Делоне и ее применение. Томск: Изд-во Томского ун-та, 2002. 128 с.

26. Леденев В.В., Однолько В.Г., Нгуен З.Х. Теоретические основы механики деформирования и разрушения. Тамбов: Изд-во ТГТУ, 2013. 312 с.

27. Васильков Д.М. Геометрическое моделирование и компьютерная графика: вычислительные и алгоритмические основы. Минск: Изд-во БГУ, 2011. 203 с.

28. Алексеев А.Е. Нелинейные законы сухого трения в контактных задачах линейной теории упругости // Прикладная механика и техническая физика. 2002. Т. 43. № 4. С. 161–169.

29. Лесков А.Г., Селиверстова Е.В., Бажинова К.В. Определение в автоматическом режиме упругих свойств объекта манипулирования и коэффициента трения между объектом и звеньями захватного устройства // Сборник докладов IX Всероссийской конференции молодых ученых и специалистов «Будущее машиностроения России». М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016. С. 665–667.

**Лесков Алексей Григорьевич** — д-р техн. наук, профессор, директор Дмитровского филиала МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 141801, Московская обл., Дмитровский р-н, пос. Орево).

**Селиверстова Елена Владимировна** — инженер Дмитровского филиала МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 141801, Московская обл., Дмитровский р-н, пос. Орево), аспирантка кафедры «Робототехнические системы и мехатроника» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

**Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:**

Лесков А.Г., Селиверстова Е.В. Расчет сил контактного взаимодействия между деформируемым объектом и звеньями захватного устройства манипулятора // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2018. № 3. С. 58–74.

DOI: 10.18698/0236-3941-2018-3-58-74

## COMPUTING CONTACT FORCES BETWEEN A DEFORMABLE OBJECT AND GRIPPER LINKS OF A MANIPULATOR

A.G. Leskov<sup>1</sup>

agleskov@rambler.ru

E.V. Seliverstova<sup>1,2</sup>

feoktistovaev@mail.ru

<sup>1</sup>Dmitrov Branch, Bauman Moscow State Technical University, Orevo, Dmitrovskiy District, Moscow Region, Russian Federation

<sup>2</sup>Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

---

### Abstract

We analysed the methods of computing contact forces between gripper links of a manipulator and a deformable object of manipulation. This problem is important for grasp simulation and planning. We present an original method for determining contact forces between objects, whose surfaces are modelled using point-based discretisation. We provide a solution to the Signorini problem based on the laws of linear elasticity theory and the

### Keywords

*Grasp, deformable object, simulation, automatic object grasping, contact forces, grasp planning, Schunk WSG50*

simulation and planning. We present an original method for determining contact forces between objects, whose surfaces are modelled using point-based discretisation. We provide a solution to the Signorini problem based on the laws of linear elasticity theory and the Amonton — Coulomb model of friction. To compute the intersections of the object and gripper surfaces, we used an algorithm described in our previous works that takes into account the direction of the gripper link motion relative to the object. Advantages of the method proposed are low computational complexity and ease of implementation. We developed computer software and present experimental results that prove the efficiency of the algorithm

Received 21.10.2017  
© BMSTU, 2018

## REFERENCES

- [1] Leskov A.G., Illarionov V.V., Kalevtykh I.A., et al. Hardware-software complex for solving the task of automatic capture of the object with manipulators. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii* [Engineering Journal: Science and Innovation], 2015, no. 1 (in Russ.). DOI: 10.18698/2308-6033-2015-1-1361 Available at: <http://engjournal.ru/catalog/prubor/robot/1361.html>
- [2] Popov V.L. *Mekhanika kontaktnogo vzaimodeystviya i fizika treniya* [Mechanics of contact interaction and physics of friction]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2013. 352 p.
- [3] Kikuchi N., Oden J.T. *Contact problems in elasticity: a study of variational inequalities and finite element methods*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1988. 485 p.
- [4] Teschner M., Kimmerle S., Zachmann G., Heidelberger B., et al. Collision detection for deformable objects. *Proc. Eurographics*, 2004, pp. 119–135.
- [5] Terzopoulos D., Platt J.C., Barr A.H. Elastically deformable models. *Proc. 14th Special Interest Group on Graphics and Interactive Techniques*, 1987, vol. 21, no. 4, pp. 205–214. DOI: 10.1145/37402.37427
- [6] Moore M., Wilhelms J. Collision detection and response for computer animation. *Proc. 15th Special Interest Group on Graphics and Interactive Techniques*, 1988, vol. 22, no. 4, pp. 289–298. DOI: 10.1145/378456.378528
- [7] Platt J.C., Barr A.H. Constraint methods for flexible models. *Proc. 15th Special Interest Group on Graphics and Interactive Techniques*, 1988, vol. 22, no. 4, pp. 279–288. DOI: 10.1145/378456.378524
- [8] Baraff D., Witkin A. Dynamic simulation of non-penetrating flexible bodies. *Proc. 19th Special Interest Group on Graphics and Interactive Techniques*, 1992, vol. 26, no. 2, pp. 303–308. DOI: 10.1145/142920.134084
- [9] Alefeld G., Wang Z., Shen Z. Solutions of linear complementarity problems for H-matrices. *Reliable Computing*, 2004, vol. 10, no. 6, pp. 423–435. DOI: 10.1023/B:REOM.0000047093.79994.8f
- [10] Hahn J.K. Realistic animation of rigid bodies. *Proc. 15th Special Interest Group on Graphics and Interactive Techniques*, 1988, vol. 22, no. 4, pp. 299–308.
- [11] Mirtich B., Canny J. Impulse-based simulation of rigid bodies. *Proc. 1995 symposium on Interactive 3D graphics*, 1995, pp. 181–190. DOI: 10.1145/378456.378530
- [12] Gascuel M.-P. An implicit formulation for precise contact modeling between flexible solids. *Proc. 20th Special Interest Group on Graphics and Interactive Techniques*, 1993, pp. 313–320. DOI: 10.1145/166117.166157

- [13] Desbrun M., Gascuel M.-P. Animating soft substances with implicit surfaces. *Proc. 22nd Special Interest Group on Graphics and Interactive Techniques*, 1995, pp. 287–290. DOI: 10.1145/218380.218456
- [14] Pfister H., Zwicker M., Baar J., Gross M. Surfels: surface elements as rendering primitives. *Proc. 27th Special Interest Group on Graphics and Interactive Techniques*, 2000, pp. 335–342. DOI: 10.1145/344779.344936
- [15] Zwicker M., Pauly M., Knoll O., Gross M. Pointshop 3d: An interactive system for point-based surface editing. *Proc. 29th Special Interest Group on Graphics and Interactive Techniques*, 2002, pp. 322–329. DOI: 10.1145/566570.566584
- [16] Zwicker M., Rasanen J., Botsch M., Dachsbacher C., Pauly M. Perspective accurate splatting. *Proc. Graphics Interface*, 2004, pp. 247–254. Available at: <https://dl.acm.org/citation.cfm?id=100608>
- [17] Guennebaud G., Barthe L., Paulin M. Deferred splatting. *Proc. Eurographics*, 2004, vol. 23, no. 3, pp. 653–660.
- [18] Pauly M., Keiser R., Kobbelt L.P., Gross M. Shape modeling with point-sampled geometry. *Proc. 30th Special Interest Group on Graphics and Interactive Techniques*, 2003, vol. 23, no. 3, pp. 641–650. DOI: 10.1145/882262.882319
- [19] More J.J. Classes of functions and feasibility conditions in nonlinear complementarity problems. *Math. Programming*, 1974, vol. 6, no. 1, pp. 327–338. DOI: 10.1007/BF01580248
- [20] Pauly M., Pai D.K., Guibas L.J. Quasi-rigid objects in contact. *Proc. 31st Special Interest Group on Graphics and Interactive Techniques*, 2004, pp. 109–119. DOI: 10.1145/1028523.1028539
- [21] Muller M., Keiser R., Nealen A., Pauly M., Gross M., Alexa M. Point based animation of elastic, plastic and melting objects. *Proc. Eurographics symposium on Computer animation*, 2004, pp. 141–151. DOI: 10.1145/1028523.1028542
- [22] Keiser R., Müller M., Heidelberger B., Teschner M., Gross M. Contact handling for deformable point-based objects. *Proc. Vision, Modeling, and Visualization*, 2004, pp. 665–674.
- [23] Leskov A.G., Feoktistova E.V. [Algorithm for determining the intersection of arbitrary polygonal models for finding the contact collector, normals and depth of penetration during planning and modeling the grasp of a deformable object]. *Sb. dokl. VIII Vserossiyskoy konf. molodykh uchenykh i spetsialistov «Budushchee mashinostroeniya Rossii»* [Proc. VIII Russ. Conf. of Young Scientists and Specialists "The Future of Mechanical Engineering in Russia"]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2015. Pp. 988–992.
- [24] Ashkenazy V.O. Splayn-poverkhnosti. Osnovy teorii i vychislitel'nye algoritmy [Pline surfaces. Fundamentals of the theory and computational algorithms]. Tver', TSU Publ., 2003. 82 p.
- [25] Skvortsov A.V. Triangulyatsiya Delone i ee primenenie [Delaunay triangulation and its Application]. Tomsk, TSU Publ., 2002. 128 p.
- [26] Ledenev V.V., Odnol'ko V.G., Nguen Z.Kh. Teoreticheskie osnovy mekhaniki deformirovaniya i razrusheniya [Theoretical foundations of deformation and fracture mechanics]. Tambov, TSTU Publ., 2013. 312 p.
- [27] Vasil'kov D.M. Geometricheskoe modelirovanie i komp'yuternaya grafika: vychislitel'nye i algoritmicheskie osnovy [Geometric modeling and computer graphics: computational and algorithmic fundamentals]. Minsk, BSU Publ., 2011. 203 p.
- [28] Alekseev A.E. Nonlinear deformation and stability of noncircular cylindrical shells under internal pressure and axial compression. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2002, vol. 43, no. 4, pp. 617–621. DOI: 10.1023/A:1016066001346

[29] Leskov A.G., Seliverstova E.V., Bazhinova K.V. [Determination of elastic properties of manipulated object and the coefficient of friction between object and links of gripper device in automatic mode]. *Sb. Dokl. IX Vserossiyskoy konf. molodykh uchenykh i spetsialistov «Budushchee mashinostroeniya Rossii»* [Proc. IX Russ. Conf. of Young Scientists and Specialists "The Future of Mechanical Engineering in Russia"]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2016. Pp. 665–667.

**Leskov A.G.** — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Director of the Dmitrov Branch, Bauman Moscow State Technical University (Orevo, Dmitrovskiy District, Moscow Region, 141801 Russian Federation).

**Seliverstova E.V.** — Engineer, Dmitrov Branch, Bauman Moscow State Technical University (Orevo, Dmitrovskiy Region, Moscow Region, 141801 Russian Federation); post-graduate student, Department of Robotics and Mechatronics, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

**Please cite this article in English as:**

Leskov A.G., Seliverstova E.V. Computing Contact Forces Between a Deformable Object and Gripper Links of a Manipulator. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Mashinotr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Mech. Eng.], 2018, no. 3, pp. 58–74 (in Russ.). DOI: 10.18698/0236-3941-2018-3-58-74



В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана вышла  
в свет монография авторов  
**В.М. Кашина, В.Д. Свечарника, В.Л. Солунина,  
А.Б. Шаповалова**

**«Исследование процессов  
в приводе наведения установки  
в упрежденную точку на траектории»**

Рассмотрены особенности работы приводов наведения установки в режиме слежения за упрежденной точкой на траектории. Исследованы статистические характеристики сигналов в системе наведения по результатам математического моделирования и по данным экспериментальных работ. Для инженеров и научных работников, занимающихся проектированием систем управления.

**По вопросам приобретения обращайтесь:**  
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1  
+7 (499) 263-60-45  
press@bmstu.ru  
www.baumanpress.ru