

## О КОЛЕБАНИЯХ ПОЛУЦИЛИНДРА, ИМЕЮЩЕГО ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ ПОЛОСТЬ С НЕСМЕШИВАЮЩИМИСЯ ЖИДКОСТЯМИ

Вин Ко Ко

win.c.latt@gmail.com

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

---

### Аннотация

Исследованы динамические характеристики и устойчивость малых колебаний твердого тела, имитирующего космический заправщик или морской газозов, топливные баки которого содержат криогенную жидкость. Отличительной особенностью криогенной жидкости являются низкие температуры и различные плотности частиц жидкости, что наблюдается при хранении и эксплуатации. Это значительно усложняет исследование гидродинамических задач. Криогенная жидкость моделируется слоями несмешивающихся жидкостей

### Ключевые слова

*Устойчивость, орбитальная заправочная станция, космический заправщик, криогенная жидкость, несмешивающиеся жидкости, приведенные массы*

Поступила в редакцию 14.04.2017

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017

---

**Введение.** Для индустриализации космического пространства российские и американские специалисты рассматривают возможность создания для будущих полетов к Луне, Марсу и обратно орбитальных заправочных станций и космических заправщиков с топливными баками, полость которых заполнена криогенной жидкостью, состоящей из несмешивающихся слоев [1–8].

В будущем окажется целесообразным использовать орбитальную платформу не только для запуска кораблей к Луне, но и для приема кораблей, возвращающихся с орбиты Луны или базы на Луне. Таким образом эти корабли будут сохраняться для последующих полетов. Обеспечение такого маневра требует огромных энергетических затрат, но задача может быть упрощена, если топливо для экспедиций будет накоплено на орбитальных станциях вблизи Земли и Луны, считают представители космических предприятий [9].

**Постановка задачи.** Пусть однородное тело массой  $m_t$ , имеющее форму полуцилиндра радиусом  $R$  с закрепленным на нем круглым цилиндром, полностью наполненным тремя несмешивающимися жидкостями, расположено на горизонтальной плоскости и выведено из состояния покоя (рис. 1). Рассмотрим малые колебания такой механической системы в предположении, что проскальзывание по плоскости и трение качения отсутствуют.

Составим дифференциальные уравнения движения рассматриваемой гидродинамической системы, используя результаты работы [10]. На твердое тело, освобожденное от внешних связей, действуют следующие силы: силы тяжести твердого тела и жидкостей, сила трения  $F_T$  и нормальная составляющая реакция  $N$  в точке касания полуцилиндра с плоскостью, а также гидродинамические

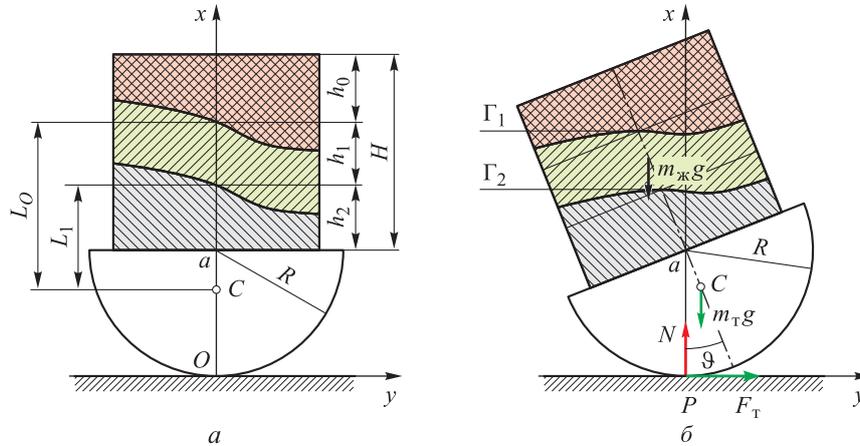


Рис. 1. Положения гидродинамической системы

силы и гидродинамические моменты. Выбрав начало координат в точке  $O$  касания тела в момент равновесного состояния, а в качестве полюса точку  $C$  — центр масс твердого тела, запишем дифференциальные уравнения движения твердого тела с жидкостями:

$$m_T \ddot{y}_C = F_T - F_{гд}; \quad (1)$$

$$m_T \ddot{x}_C = N - (m_T + m_{ж})g; \quad (2)$$

$$J_C \ddot{\vartheta} = N a \sin \vartheta - F_T (R - a) - M_{гд}, \quad (3)$$

где  $J_C$  — момент инерции твердого тела относительно точки  $C$ ;  $a$  — расстояние  $DC$ ;  $F_{гд}$  — проекция гидродинамических сил на ось  $y$ ;  $M_{гд}$  — момент гидродинамических сил жидкостей относительно точки  $C$ , выражения для которых получены в работе [10]:

$$F_{гд} = M \ddot{u} - S \ddot{\vartheta} + \sum_{n=1}^{\infty} (m'_{1n} - m'_{0n}) \ddot{\sigma}_{1n} + \sum_{n=1}^{\infty} (m'_{2n} - m'_{1n}) \ddot{\sigma}_{2n}; \quad (4)$$

$$M_{гд} = \left( I_O + \sum_{n=1}^{\infty} I_n \right) \ddot{\vartheta} - S g \vartheta + \sum_{n=1}^{\infty} (m'_{1n} + m'_{0n} \overline{f_{0n}}) L_{1n} \ddot{\sigma}_{1n} - g \sum_{n=1}^{\infty} (m'_{1n} - m'_{0n}) \sigma_{1n} + \\ + \sum_{n=1}^{\infty} (m'_{2n} \overline{f_{1n}} + m'_{1n}) L_{2n} \ddot{\sigma}_{2n} - g \sum_{n=1}^{\infty} (m'_{2n} - m'_{1n}) \sigma_{2n} + S \ddot{u}, \quad (5)$$

где  $M = m_0 + m_1 + m_2 + m_k$  — суммарная масса всей системы;

$$u = y_C = (R - a) \vartheta, \quad S = m_0 \left( L_0 + \frac{h_0}{2} \right) + m_1 \left( L_1 + \frac{h_1}{2} \right) + m_2 \left( L_2 + \frac{h_2}{2} \right), \quad (6)$$

$$L'_{1n} = \frac{m'_{1n} \left( L_0 - \frac{2r_0}{\xi_n} \operatorname{th} k_n \frac{h_1}{2} \right) - m'_{0n} \left( L_0 + \frac{2r_0}{\xi_n} \operatorname{th} k_n \frac{h_0}{2} \right)}{(m'_{1n} + m'_{0n} \overline{f_{0n}})};$$

$$L'_{2n} = \frac{m'_{2n} \left( L_1 - \frac{2r_0}{\xi_n} \operatorname{th} k_n \frac{h_2}{2} \right) - m'_{1n} \left( L_1 + \frac{2r_0}{\xi_n} \operatorname{th} k_n \frac{h_1}{2} \right)}{(m'_{2n} + m'_{1n} f_{1n})}$$

— плечи гидродинамических сил давлений жидкостей.

Исключая  $F_T$  и  $N$  из третьего уравнения, получаем

$$J_C \ddot{\Theta} = [m_T \ddot{x}_C + (m_T + m_{\text{ж}}) g] a \sin \Theta - (m_T \dot{y}_C + F_{\text{гд}})(R - a) - M_{\text{гд}}. \quad (7)$$

Предположив, что полуцилиндр движется без скольжения, имеем уравнения связи

$$y_C = R\Theta - a \sin \Theta, \quad x_C = R - a \cos \Theta. \quad (8)$$

Ограничиваясь случаем малых колебаний ( $\sin \Theta \approx \Theta$ ,  $\cos \Theta \approx 1$ ), находим  $\ddot{y}_C$ ,  $\ddot{x}_C$ , полученные выражения подставим в уравнение (7). Полагаем  $F_{\text{гд}}$  и  $M_{\text{гд}}$  вычисленными с точностью до первого порядка малости, в результате получаем следующие дифференциальные уравнения движения полуцилиндра с жидкостями:

$$J_P \ddot{\Theta} + S^* g \Theta - g \sum_{n=1}^{\infty} (m'_{1n} - m'_{0n}) \sigma_{1n} - g \sum_{n=1}^{\infty} (m'_{2n} - m'_{1n}) \sigma_{2n} + \sum_{n=1}^{\infty} [m'_{2n} (l_1 - A_{2n}) - m'_{1n} (l_1 + A_{1n})] \ddot{\sigma}_{2n} + \sum_{n=1}^{\infty} [m'_{1n} (l_0 - A_{1n}) - m'_{0n} (l_0 + A_{0n})] \ddot{\sigma}_{1n} = 0, \quad (9)$$

где  $J_P = J_{P_T} + J_P^3$  — момент инерции приведенного твердого тела [11],  $J_{P_T}$  и  $J_P^3$  — моменты инерции твердого и эквивалентного тел [12] относительно оси, проходящей через точку  $P$ ,  $J_{P_T} = m_T R \left( \frac{3R}{2} - 2a \right)$ ,  $m_0 = \pi r_0^2 \rho_0 h_0$ ,  $m_1 = \pi r_0^2 \rho_1 h_1$ ,

$m_2 = \pi r_0^2 \rho_2 h_2$ ,  $a = \frac{4R}{3\pi}$  — массы каждой жидкости;

$$J_P^3 = I_O + m_{\text{ж}} (R - a)^2 + \sum_{n=1}^{\infty} I_n, \quad m_{\text{ж}} = m_0 + m_1 + m_2, \quad (10)$$

$$I_O = m_0 \left( \frac{h_0^2}{12} + \left( l_0 + \frac{h_0}{2} \right)^2 + \frac{r_0^2}{4} \right) + m_1 \left( \frac{h_1^2}{12} + \left( l_1 + \frac{h_1}{2} \right)^2 + \frac{r_0^2}{4} \right) + m_2 \left( \frac{h_2^2}{12} + \left( R + \frac{h_2}{2} \right)^2 + \frac{r_0^2}{4} \right)$$

— момент инерции затвердевших жидкостей относительно оси, проходящей через точку  $O$ ;

$$\sum_{n=1}^{\infty} I_n = m_0 r_0^2 \left( -1 + \frac{r_0}{h_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{16}{\xi_n^3 (\xi_n^2 - 1)} \operatorname{th} \xi_n \frac{h_0}{2r_0} \right) + m_1 r_0^2 \left( -1 + \frac{r_0}{h_1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{16}{\xi_n^3 (\xi_n^2 - 1)} \operatorname{th} \xi_n \frac{h_1}{2r_0} \right) +$$

$$+ m_2 r_0^2 \left( -1 + \frac{r_0}{h_2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{16}{\xi_n^3 (\xi_n^2 - 1)} \operatorname{th} \xi_n \frac{h_2}{2r_0} \right);$$

$S^* g \vartheta = \left( m_{\text{т}} a - m_{\text{ж}} \frac{H}{2} \right) g \vartheta$  — статический момент твердого тела и затвердевших жидкостей относительно оси, проходящей через точку  $O$ ;  $m'_{0n} = \rho_0 V$ ,  $m'_{1n} = \rho_1 V$ ,  $m'_{2n} = \rho_2 V$  — приведенные массы колеблющихся жидкостей,  $V = \frac{2\pi r_0^3}{\xi_n (\xi_n^2 - 1)} \times \operatorname{th} \xi_n \frac{h_1}{r_0}$ ;  $\sigma_{1n}$  и  $\sigma_{2n}$  — обобщенные координаты волновых движений на поверхностях разделов жидкостей;  $l_0 = L_0 + (R - a)$ ;  $l_1 = L_1 + (R - a)$ ;  $A_{0n} = \frac{2r_0}{\xi_n} \operatorname{th} \xi_n \frac{h_0}{2}$ ;  $A_{1n} = \frac{2r_0}{\xi_n} \operatorname{th} \xi_n \frac{h_1}{2}$ ;  $A_{2n} = \frac{2r_0}{\xi_n} \operatorname{th} \xi_n \frac{h_2}{2}$ ;  $B_{1n} = [m'_{1n}(l_0 - A_{1n}) - m'_{0n}(l_0 + A_{0n})]$ ;  $B_{2n} = [m'_{2n}(l_1 - A_{2n}) - m'_{1n}(l_1 + A_{1n})]$ ;  $\frac{dJ_1(\xi)}{d\xi} = 0$ ,  $J_1(\xi)$  — функция Бесселя первого рода и первого порядка [13].

Учитывая волновые движения жидкостей, отвечающих  $n$ -му тону колебаний поверхностей раздела, запишем полную систему уравнений движения твердого тела с жидкостями:

$$\begin{aligned}
 J_p \ddot{\vartheta} + S^* g \vartheta + \sum_{n=1}^{\infty} B_{1n} \ddot{\sigma}_{1n} + \sum_{n=1}^{\infty} B_{2n} \ddot{\sigma}_{2n} - g \sum_{n=1}^{\infty} (m'_{1n} - m'_{0n}) \sigma_{1n} - \\
 - g \sum_{n=1}^{\infty} (m'_{2n} - m'_{1n}) \sigma_{2n} = 0; \tag{11}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (m'_{1n} + m'_{0n} \overline{f_{0n}}) \ddot{\sigma}_{1n} + (m'_{1n} - m'_{0n}) \omega_n^2 \sigma_{1n} + B_{1n} \ddot{\vartheta} - \frac{m'_{1n}}{\operatorname{ch} \xi_n \frac{h_1}{r_0}} \ddot{\sigma}_{2n} - \\
 - (m'_{1n} - m'_{0n}) g \vartheta = 0, n = 1, 2, 3, \dots; \tag{12}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (m'_{2n} \overline{f_{1n}} + m'_{1n}) \ddot{\sigma}_{2n} + (m'_{2n} - m'_{1n}) \omega_n^2 \sigma_{2n} + B_{2n} \ddot{\vartheta} - \frac{m'_{1n}}{\operatorname{ch} \xi_n \frac{h_1}{r_0}} \ddot{\sigma}_{1n} - \\
 - (m'_{2n} - m'_{1n}) g \vartheta = 0, n = 1, 2, 3, \dots \tag{13}
 \end{aligned}$$

Для дальнейшего исследования колебаний твердого с жидкостями введем обозначения

$$a_1 = (m'_{1n} - m'_{0n}) \omega_n^2; \quad a_2 = (m'_{2n} - m'_{1n}) \omega_n^2; \quad b_1 = (m'_{1n} + m'_{0n} \overline{f_{0n}}); \tag{14}$$

$$b_2 = (m'_{2n} \overline{f_{1n}} + m'_{1n}); \quad c_1 = (m'_{1n} - m'_{0n}) g; \quad c_2 = (m'_{2n} - m'_{1n}) g; \tag{15}$$

$$\begin{aligned} \overline{f_{0n}} &= \text{th}\xi_n \frac{h_1}{r_0} \text{cth}\xi_n \frac{h_0}{r_0}; \quad \overline{f_{1n}} = \text{th}\xi_n \frac{h_1}{r_0} \text{cth}\xi_n \frac{h_2}{r_0}; \\ \omega_n^2 &= g \frac{\xi_n}{r_0} \text{th}\xi_n \frac{h_1}{r_0}; \quad d_n = \frac{1}{\text{ch}\xi_n \frac{h_1}{r_0}}. \end{aligned} \quad (16)$$

Положив в уравнениях (11)–(13)

$$\sigma_{1n} = A_1 e^{pt}, \quad \sigma_{2n} = A_2 e^{pt}, \quad \vartheta = C e^{pt}, \quad (17)$$

$$\ddot{\sigma}_{1n} = p^2 A_1 e^{pt}, \quad \ddot{\sigma}_{2n} = p^2 A_2 e^{pt}, \quad \ddot{\vartheta} = p^2 C e^{pt}, \quad (18)$$

получим систему однородных уравнений, записанную в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} (a_1 + b_1 p^2) & -d_1 m'_{11} p^2 & (B_{11} p^2 - c_1) \\ -d_1 m'_{21} p^2 & (a_2 + b_2 p^2) & (B_{22} p^2 - c_2) \\ (B_{11} p^2 - c_1) & (B_{22} p^2 - c_2) & J_p p^2 + S^* \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ C \end{bmatrix} = 0. \quad (19)$$

Обозначив  $\lambda = p^2$ , из системы уравнений (19) получим характеристическое уравнение 3-го порядка

$$\alpha \lambda^3 + \beta \lambda^2 + \gamma \lambda + \delta = 0, \quad (20)$$

где коэффициенты определяются по формулам:

$$\alpha = b_1 b_2 J_p - b_1 B_{22}^2 - m'_{11} m'_{21} d_1^2 J_p - B_{11} B_{22} d_1 (m'_{11} + m'_{21}) - b_2 B_{11}^2; \quad (21)$$

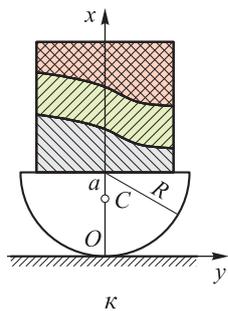
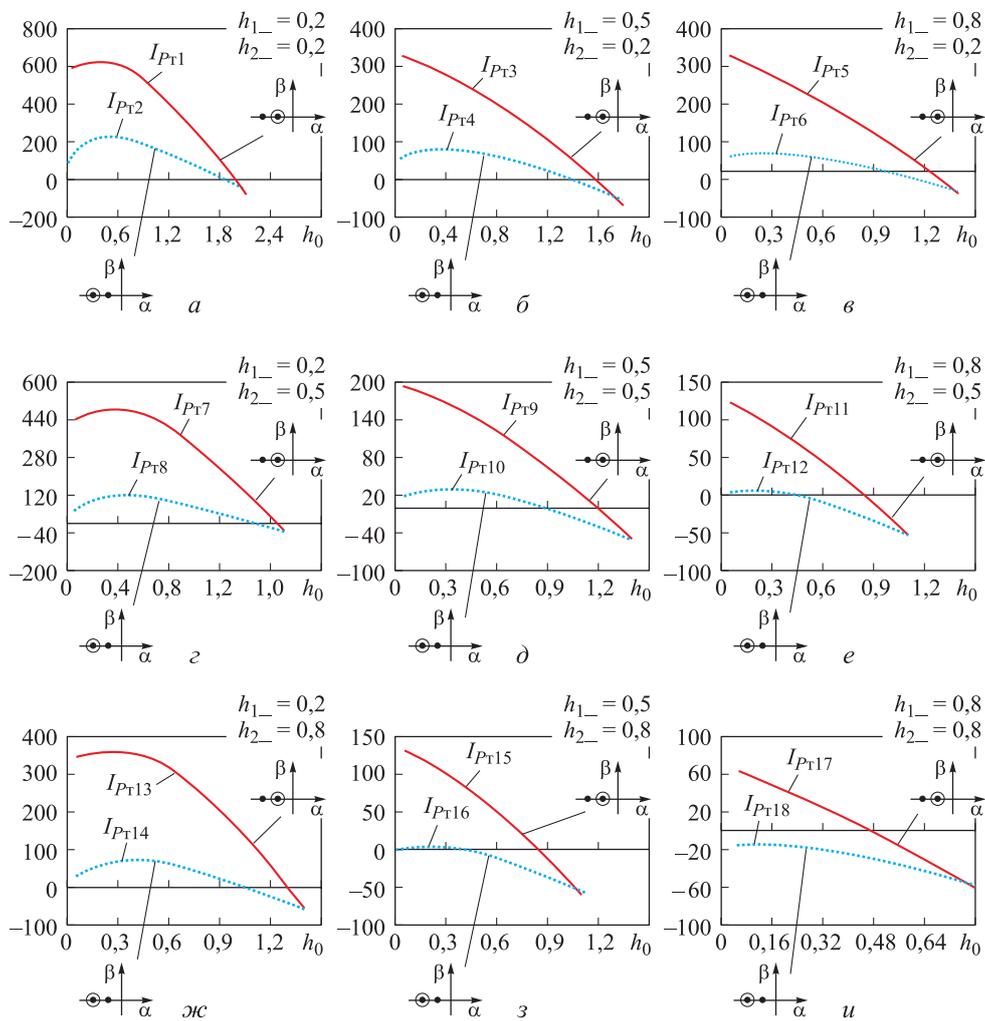
$$\begin{aligned} \beta &= (a_1 b_2 + a_2 b_1) J_p + b_1 b_2 S^* g - (a_1 B_{22}^2 - 2b_1 B_{22} c_2) - m'_{11} m'_{21} d_1^2 S^* g + \\ &+ (B_{11} c_2 + B_{22} c_2) d_1 (m'_{11} + m'_{21}) - (a_2 B_{11}^2 - 2b_2 B_{11} c_1); \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \gamma &= a_1 a_2 J_p + (a_1 b_2 + a_2 b_1) S^* g - (c_2^2 b_1 - 2a_1 B_{22} c_2) - \\ &- c_1 c_2 d_1 (m'_{11} + m'_{21}) - (c_1^2 b_2 - 2a_2 B_{11} c_1); \end{aligned} \quad (23)$$

$$\delta = a_1 a_2 S^* g - (c_2^2 a_1 + c_1^2 a_2). \quad (24)$$

Рассматриваемая динамическая система является консервативной и не может быть асимптотически устойчивой, поэтому для устойчивости рассматриваемой динамической системы достаточно поставить требование, чтобы все корни характеристического уравнения были чисто мнимые или квадраты соответствующих корней были действительными числами меньше нуля [14]. В результате исследования получены области устойчивости в параметрах, характеризующих инерционные свойства твердого тела и жидкости.

Области устойчивости колебаний твердого тела, имеющего полость, наполненную тремя жидкостями, приведены на рис. 2, а–к, на этих же рисунках показано расположение корней характеристического уравнения, принадлежащих верхней и нижней границам области устойчивости.



**Рис. 2.** Области устойчивости (а-и) колебаний твердого тела (κ) с полостью, заполненной тремя несмешивающимися жидкостями

Области устойчивости колебаний твердого тела, имеющего полость частично наполненную двумя жидкостями, приведены на рис. 3, а-г.

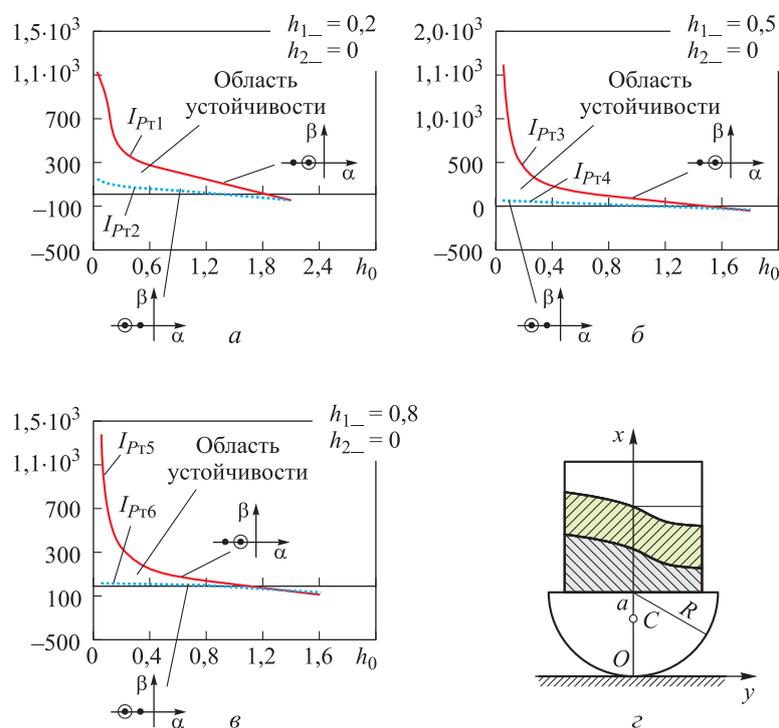


Рис. 3. Области устойчивости (а–в) колебаний твердого тела (z) с полостью, заполненной двумя несмешивающимися жидкостями

**Заключение.** Рассмотрена задача о малых колебаниях твердого тела, имеющего полость, заполненную тремя несмешивающимися жидкостями, моделирующими динамическое подведение криогенной жидкости. Определены собственные частоты рассматриваемой механической системы и исследована устойчивость малых движений в параметрах инерционных характеристик твердого тела и несмешивающихся жидкостей. Выполненная работа позволяет оценить влияние жидкого топлива на динамические характеристики космического заправщика или морского газовоза.

Автор благодарит доцента, канд. физ.-мат. наук Александра Николаевича Темнова за постановку задачи и внимание к работе.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Методы решения задач гидромеханики для условий невесомости / В.Г. Бабский, М.Ю. Жуков, Н.Д. Копачевский, А.Д. Мышкис, Л.А. Слобожанин, А.Д. Тюпцов. Киев: Наукова думка, 1992. 592 с.
2. Калиниченко В.А., Нестеров С.В., Секерж-Зенькович С.Я. Теоретическое и экспериментальное исследование параметрического возбуждения волн конечной амплитуды в двухслойной жидкости // 9-й Всесоюзный симпозиум по дифракции и распространению волн: Волны и дифракция. Т. 2. Тбилиси, 1985. С. 53–56.

3. *Калиниченко В.А., Секерж-Зенькович С.Я., Тимофеев А.С.* Экспериментальное исследование поля скоростей параметрически возбуждаемых волн в двухслойной жидкости // Известия АН СССР. МЖГ. 1991. № 5. С. 161–166.
4. *Темнов А.Н., Ай Мин Вин.* О движении стратифицированной жидкости в полости подвижного твердого тела // Инженерный журнал: наука и инновации. 2012. № 7. DOI: 10.18698/2308-6033-2012-7-291 URL: <http://engjournal.ru/catalog/eng/teormech/291.html>
5. *Гончаров Д.А.* Динамика двухслойной жидкости, разделенной упругой перегородкой с учетом сил поверхностного натяжения // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2013. № 11. DOI: 10.7463/1113.0619258 URL: <http://technomag.bmstu.ru/doc/619258.html>
6. *Пожалостин А.А., Гончаров Д.А., Кокушкин В.В.* Малые колебания двухслойной жидкости с учетом проницаемости разделителя // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2014. № 5. С. 109–116.
7. *Чашечкин Ю.Д.* Дифференциальная механика жидкостей: согласованные аналитические, численные и лабораторные модели стратифицированных течений // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2014. № 6. С. 67–95.
8. *Темнов А.Н., Вин Ко Ко.* Колебания дискретно-стратифицированных жидкостей в цилиндрическом сосуде и их механические аналоги // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2016. № 3. С. 57–69. DOI: 10.18698/1812-3368-2016-3-57-69
9. *Космические заправки могут появиться на орбитах Земли и Луны* // newsnn.ru: веб-сайт. URL: <http://newsnr.ru/news/2017/01/23/165940> (дата обращения: 15.06.2017).
10. *Темнов А.Н., Вин Ко Ко.* Колебания дискретно-стратифицированных жидкостей в цилиндрическом сосуде, совершающем плоское движение // Наука и образование: научное издание. 2016. № 10. С. 85–101 (in Russ.). URL: <http://technomag.edu.ru/jour/article/view/1067>
11. *Моисеев Н.К., Румянцев В.В.* Динамика тела с полостями, содержащими жидкость. М.: Наука, 1966. 440 с.
12. *Колесников К.С.* Динамика ракет. М.: Машиностроение, 2003. 520 с.
13. *Мартинсон Л.К., Малов Ю.И.* Дифференциальные уравнения математической физики. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. 185 с.
14. *Попов Е.П.* Теория линейных систем автоматического регулирования и управления. М.: Наука, 1989. 304 с.

**Вин Ко Ко** — аспирант кафедры «Космические аппараты и ракеты-носители» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

**Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:**

Вин Ко Ко. О колебаниях полуцилиндра, имеющего цилиндрическую полость с несмещающимися жидкостями // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2017. № 6. С. 89–98. DOI: 10.18698/0236-3941-2017-6-89-98

## ON OSCILLATIONS OF A SEMI-CYLINDER HAVING A CYLINDRICAL CAVITY WITH IMMISCIBLE LIQUIDS

Win Ko Ko

win.c.latt@gmail.com

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

---

### Abstract

The proposed paper presents the problem formulation, solutions and results of the research concerning dynamic characteristics and stability of small oscillations of a solid body simulating a space tanker or nautical gas carrier whose fuel tanks contain a cryogenic liquid. A distinctive feature of cryogenic liquid is low temperatures and different densities of liquid particles observed in the storage and operation processes, which greatly complicates the study of hydrodynamic problems. In our research cryogenic liquid is modeled by layers of immiscible liquids

### Keywords

Stability, orbital refueling station, space tanker, cryogenic liquid, immiscible liquids, reduced masses

Received 14.04.2017

© BMSTU, 2017

---

### REFERENCES

- [1] Babskiy V.G., Zhukov M.Yu., Kopachevskiy N.D., Myshkis A.D., Slobozhanin L.A., Tyuptsov A.D. Metody resheniya zadach gidromekhaniki dlya usloviy nevesomosti [Solving method for hydromechanical problems in conditions of zero gravity]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1992. 592 p.
- [2] Kalinichenko V.A., Nesterov S.V., Sekerzh-Zen'kovich S.Ya. Theoretical and experimental study of finite amplitude wave parametric excitation in two-layer liquid. 9-y Vsesoyuznyy simpozium po difraktsii i rasprostraneniyu voln: Volny i difraktsiya. T. 2 [9th All-union workshop on diffraction and waves propagation: Waves and diffraction. Vol. 2]. Tbilisi, 1985, pp. 53–56 (in Russ.).
- [3] Kalinichenko V.A., Sekerzh-Zen'kovich S.Ya., Timofeev A.S. Experimental study of the velocity field of parametrically excited waves in a two-layer liquid. *Fluid Dynamics*, 1991, vol. 26, no. 5, pp. 771–775. DOI: 10.1007/BF01051000 Available at: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF01051000>
- [4] Temnov A.N., Ay Min Vin. On the motion of stratified liquid in the cavity of movable solid. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii* [Engineering Journal: Science and Innovation], 2012, no. 7 (in Russ.). DOI: 10.18698/2308-6033-2012-7-291 Available at: <http://engjournal.ru/catalog/eng/teormech/291.html>
- [5] Goncharov D.A. Dynamics of two-layer liquid divided by an elastic dividing wall with an allowance for surface tension forces. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie MGTU im. N.E. Baumana* [Science and Education: Scientific Publication], 2013, no. 11 (in Russ.). DOI: 10.7463/1113.0619258 Available at: <http://technomag.bmstu.ru/doc/619258.html>
- [6] Pozhalostin A.A., Goncharov D.A., Kokushkin V.V. Small oscillations of two-layer liquid in view permeability of separator. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Estestv. Nauki* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Nat. Sci.], 2014, no. 5, pp. 109–116 (in Russ.).

- [7] Chashechkin Yu.D. Fluid mechanics: consistent analytical, numerical and laboratory models of stratified flows. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Estestv. Nauki* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Nat. Sci.], 2014, no. 6, pp. 67–95 (in Russ.).
- [8] Temnov A.N., Vin Ko Ko. Oscillations of immiscible liquids in a stationary cylindrical vessel and their mechanical analogs. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Estestv. Nauki* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Nat. Sci.], 2016, no. 3, pp. 57–69 (in Russ.). DOI: 10.18698/1812-3368-2016-3-57-69
- [9] Kosmicheskie zapravki mogut poyavit'sya na orbitakh Zemli i Lunny [Space filling station can appear at the Earth and Moon orbits]. *newsnn.ru: website* (in Russ.). Available at: <http://newsnn.ru/news/2017/01/23/165940> (accessed: 15.06.2017).
- [10] Temnov A.N., Vin Ko Ko. Oscillations of immiscible liquids in cylindrical vessel in process of plane motion. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie* [Science and Education: Scientific Publication], 2016, no. 10, pp. 85–101 (in Russ.). URL: <http://technomag.edu.ru/jour/article/view/1067>
- [11] Moiseev N.K., Rumyantsev V.V. *Dinamika tela s polostyami, sodержashchimi zhidkost'* [Dynamics of body with cavities filled by the fluid]. Moscow, Nauka Publ., 1966. 440 p.
- [12] Kolesnikov K.S. *Dinamika raket* [Rocket dynamics]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2003. 520 p.
- [13] Martinson L.K., Malov Yu.I. *Differentsial'nye uravneniya matematicheskoy fiziki* [Differential equation of mathematical physics]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2002. 185 p.
- [14] Popov E.P. *Teoriya lineynykh sistem avtomaticheskogo regulirovaniya i upravleniya* [Theory of linear systems of automatic regulation and control]. Moscow, Nauka Publ., 1989. 304 p.

**Win Ko Ko** — post-graduate student of Spacecrafts and Launch Vehicles Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

**Please cite this article in English as:**

Win Ko Ko. On Oscillations of a Semi-Cylinder Having a Cylindrical Cavity with Immiscible Liquids. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Mashinostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Mech. Eng.], 2017, no. 6, pp. 89–98.  
DOI: 10.18698/0236-3941-2017-6-89-98