

## ДИНАМИКА ПРОДОЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ПОДВОДНОГО БУКСИРУЕМОГО АППАРАТА В ЗАДАЧЕ МОНИТОРИНГА ЗАДАННОЙ ОБЛАСТИ КОНТИНЕНТАЛЬНОГО ШЕЛЬФА

В.Т. Грумондз<sup>1</sup>

v.grumondz@gmail.com

Р.В. Пильгунов<sup>1, 2</sup>

М.В. Виноградов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Российская Федерация

<sup>2</sup> АО «ГНПП «Регион», Москва, Российская Федерация

---

### Аннотация

Рассмотрена динамика продольного движения подводной буксируемой робототехнической системы, предназначенной для мониторинга заданной области континентального шельфа и состоящей из буксируемого аппарата и гибкой связи. Особенность рассматриваемой задачи — требование учета весьма жестких ограничений на углы дифферента и границы диапазона глубин движения буксируемого аппарата, его геометрические параметры и длину троса в условиях существенного увеличения гидростатической силы по сравнению с силой тяжести буксируемого аппарата. Приведены гидродинамические характеристики аппарата. Построена математическая модель равновесия весоного троса, а также модель продольного движения подводного буксируемого аппарата. Проанализированы возможные установившиеся движения системы. Выбраны параметры буксируемого аппарата, обеспечивающие заданные траектории движения. Рассмотрены вопросы балансировки буксируемого аппарата при горизонтальном установившемся движении на постоянной глубине. Приведены результаты решения задачи о продольной динамической устойчивости неуправляемого и управляемого установившегося движения буксируемого аппарата, в том числе — условия угловой устойчивости по дифференту. Рассмотрены задачи динамики продольного движения в режиме отслеживания рельефа морского дна и обхода подводных препятствий

### Ключевые слова

*Подводный буксируемый аппарат, мониторинг континентального шельфа, динамика продольного движения, балансировка, устойчивость движения, обход придонных препятствий*

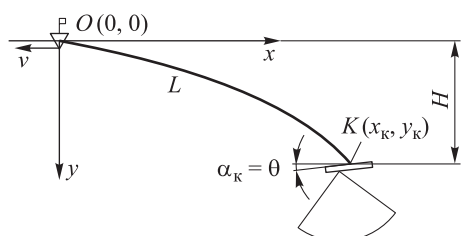
Поступила в редакцию 29.06.2016  
© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017

---

**Введение.** Задачи анализа динамики продольного движения механической системы буксир–кабель–трос–буксируемый аппарат (БА) рассматривались в ряде работ. Так, например, в работах [1–3] приведены вопросы равновесия троса, представляющего собой абсолютно гибкую весоую нерастяжимую связь, и БА при прямо-

линейном равномерном движении, вопросы оптимизации параметров равновесия троса и БА (например, оптимизационная задача в переменных глубина–натяжение) и некоторые другие. Рассматриваемая в настоящей работе задача мониторинга заданной области континентального шельфа выдвигает ряд новых жестких требований к динамике буксируемой робототехнической системы. Во-первых, это весьма точная угловая стабилизация продольной оси БА по дифференту относительно заданного направления, только при которой можно обеспечить высокую точность обзора окружающего пространства, в частности морского дна континентального шельфа, какими-либо средствами наблюдения (гидроакустическими и др.). Во-вторых, это требование обеспечения большого диапазона глубин установившегося горизонтального движения и соответствующих балансировочных состояний БА, поскольку глубина моря на континентальном шельфе имеет, как известно, значения от нуля до двухсот метров. В-третьих, это длина троса, которая должна быть не менее некоторой предельной, гарантирующей допустимо низкий уровень помех, воздействующих со стороны корабля-буксировщика на наблюдательную систему БА. Кроме того, БА в реальных условиях должен иметь положительную плавучесть, что обусловлено необходимостью обеспечения его самостоятельного всплытия в аварийной ситуации (обрыв троса и др.). Наконец, БА, предназначенный для мониторинга континентального шельфа, по своим гидродинамическим и динамическим характеристикам должен иметь возможность отслеживания рельефа морского дна и обхода подводных препятствий. Всем этим вопросам, не рассмотренным или рассмотренным недостаточно полно в доступной научной литературе, посвящена настоящая работа.

**Постановка задачи.** Предлагаемая механическая система буксир–кабель–трос–БА предназначена для использования на континентальном шельфе в целях выполнения широкого круга задач,



**Рис. 1.** Схема расположения элементов системы буксир–кабель–трос–БА при буксировке в вертикальной плоскости

лебедочного комплекса, установленного на борту корабля-буксировщика.

Схема действия системы подразумевает следующие операции: спуск на воду и притапливание БА, его погружение на программную глубину буксировки, дальнейшее движение на постоянной глубине, а также обход значительных по высоте препятствий, расположенных на морском дне. В последнем случае для обхода препятствия и последующего возврата на исходную (или переходя на новую) глубину движения БА переходит в режим квазиустановившейся цирку-

лях выполнения широкого круга задач, связанных с исследованием морского дна, таких, как изучение подводного рельефа, построение карты морских глубин, поиск полезных ископаемых — нефти, газа, металлов и др.

Предположим, что один конец (ходовой, точка  $K$ , рис. 1) гибкой связи находится в зацеплении с БА через узел крепления, другой (коренной, точка  $O$ , см. рис. 1) наматывается на лебедку судового

ляции в вертикальной плоскости. Считается, что корабль-буксировщик движется прямолинейно и равномерно.

Пусть заданы диапазоны изменения скорости буксировки  $v_{\min} \leq v \leq v_{\max}$ , углов дифферента  $\vartheta_{\min} \leq \vartheta \leq \vartheta_{\max}$  и вытравленной длины троса  $L_{\min} \leq L \leq L_{\max}$ . Движение системы буксир-кабель-трос-БА установившееся, в вертикальной плоскости. Поверхность воды плоская и невозмущенная; морские течения отсутствуют.

Гибкая связь (ГС) (кабель-трос) предполагается весомой, абсолютно гибкой, нерастяжимой, имеющей некоторое фиксированное ограничение по прочности, определяемое предельно допустимой силой натяжения  $T_{\max}$ . Продольная и поперечная гидродинамические характеристики троса  $c_{x0}$ ,  $c_{x90}$ , а также плотность его материала предполагаются известными.

Считается, что БА представляет собой оперенное тело вращения, на котором располагаются заглубляющие крылья и рули управления. На геометрические параметры БА — размах главного и носового крыльев, предельные линейные размеры корпуса и оперения, расположение оперения БА на корпусе — наложены конструктивные ограничения, связанные с обеспечением устойчивой работы акустической системы, осуществляющей мониторинг подводного пространства, а также с размещением БА на борту буксира в те отрезки времени, когда БА не используется по прямому назначению, а сам буксир функционирует как носитель БА.

Требуется построить соотношения, позволяющие выбирать геометрические параметры БА, включая крылья и оперение, определять балансировочные значения углов установки крыльев и отклонения рулей так, чтобы в условиях существенно положительной плавучести  $P > 0$  БА обеспечить устойчивое горизонтальное установившееся движение буксируемой тросовой системы в рабочих режимах, удовлетворяющих приведенным ограничениям по  $\vartheta$  и  $L$ , и, кроме того, возможность отслеживания рельефа морского дна и обхода придонных препятствий.

**Гидродинамические характеристики БА.** В качестве профиля крыла-заглубителя, исходя из экспериментальных данных, выбран профиль крыла CLARC-Y [4]. Позиционные составляющие гидродинамических характеристик получены экспериментально (рис. 2), демпфирующие — комбинированием эмпирических методик и методики К.К. Федяевского [5, 6].

Для демпфирующей характеристики БА  $c_y^{\omega z}$  (черта для простоты записи далее опущена) можно принять

$$c_y^{\omega z}(\alpha) = c_{y0}^{\omega} + c_{y1}^{\omega}(\alpha_k),$$

где

$$c_{y0}^{\omega} = (c_{y0}^{\omega})_{\text{кор}} + (c_{y0}^{\omega})_{\text{Г.К}} + (c_{y0}^{\omega})_{\text{К.Г.Р}} + (c_{y0}^{\omega})_{\text{К.С}} + (c_{y0}^{\omega})_{\text{Н.К}} \quad (1)$$

есть независящая от угла  $\alpha_k$  часть демпфирующего коэффициента  $c_y^{\omega}$ . Для корпуса, согласно данным работы [6], имеем

$$(c_{y0}^{\omega})_{\text{кор}} = 0,5\psi_v \frac{W_{\text{к}}}{S_m L_{\text{к}}} = 0,5.$$

Демпфирующий коэффициент главного крыла

$$(c_{y0}^{\omega})_{\text{г.к}} = (c_y^{\alpha})_{\text{г.к}} \frac{L_{\text{г.к}}}{L_{\text{к}}},$$

демпфирующий коэффициент кормовых горизонтальных рулей

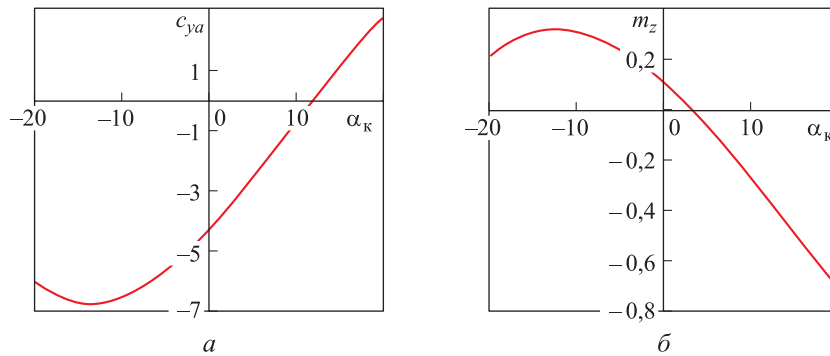
$$(c_{y0}^{\omega})_{\text{к.г.р}} = (c_y^{\alpha})_{\text{к.г.р}} \frac{L_{\text{к.г.р}}}{L_{\text{к}}},$$

демпфирующие коэффициенты кормового стабилизатора и носового крыла

$$(c_{y0}^{\omega})_{\text{к.с}} = (c_y^{\alpha})_{\text{к.с}} \frac{L_{\text{к.с}}}{L_{\text{к}}}; \quad (c_{y0}^{\omega})_{\text{н.к}} = (c_y^{\alpha})_{\text{н.к}} \frac{L_{\text{н.к}}}{L_{\text{к}}}.$$

Аналогично для вращательной производной коэффициента момента дифферента  $m_z^{\omega z}$  БА будем иметь

$$m_z^{\omega z} = (m_z^{\omega z})_{\text{кор}} + (m_z^{\omega z})_{\text{г.к}} + (m_z^{\omega z})_{\text{к.г.р}} + (m_z^{\omega z})_{\text{к.с}} + (m_z^{\omega z})_{\text{н.к}}. \quad (2)$$



**Рис. 2.** Зависимость суммарного коэффициента  $c_{ya}$  подъемной силы (а) и коэффициента  $m_z$  момента дифферента БА (б) от угла атаки  $\alpha_{\text{к}}$  (в градусах) при  $\delta_{\text{оп}} = 0$

**Математическая модель установившегося продольного движения БА.** Уравнения установившегося продольного движения БА при  $\theta = 0$  имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} c_{ya}(\nu, \alpha_{\text{к}}, \delta_{\text{кр}}, \delta_1, \delta_{\text{оп}}) \frac{\rho v^2}{2} S_m - Y_{\text{тр}} - P &= 0; \\ c_{xa}(\nu, \alpha_{\text{к}}, \delta_{\text{кр}}, \delta_1, \delta_{\text{оп}}) \frac{\rho v^2}{2} S_m - X_{\text{тр}} &= 0; \\ m_z(\nu, A_{\text{к}}, \delta_{\text{кр}}, \delta_1, \delta_{\text{оп}}) \frac{\rho v^2}{2} S_m L_{\text{к}} + (G(x_{\text{ц.т}} - x_{\text{к}}) - A(x_{\text{ц.в}} - x_{\text{к}})) \cos \alpha_{\text{к}} &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

В последнем уравнении системы (3) момент записан относительно точки  $K$  (см. рис. 1), т. е. так, чтобы не зависеть от величин сил буксировки  $X_{\text{тр}}$ ,  $Y_{\text{тр}}$ .

Система (3) уравнений равновесия БА расщепляется на две подсистемы: последнее уравнение может быть решено относительно  $\alpha_k$  при данном угле  $\delta_{\text{о.п}}$  независимо от двух других (при этом очевидно, что  $\alpha_k = \vartheta$  в силу  $\theta = 0$ ). Исходя из этого, дальнейшие расчеты проводятся в два этапа: на первом выполняется построение зависимости балансирующего угла дифферента  $\vartheta_B$  от угла  $\delta_{\text{о.п}}$  отклонения кормового горизонтального руля  $\vartheta_B(\delta_{\text{о.п}})$  на основе третьего уравнения системы (3). Затем угол  $\delta_{\text{о.п}}$ , определяющий  $\vartheta_B$  при данной скорости движения  $v$ , находится из условия максимума величины  $c_{ya}$ :

$$\delta_{\text{о.п}}(v) = \arg \max \delta_{\text{кр}} \max (c_{ya}(v, \alpha_k, \delta_{\text{кр}}, \delta_1^-, \delta_{\text{о.п}}))$$

при соблюдении условия  $\vartheta_{\text{min}} \leq \vartheta \leq \vartheta_{\text{max}}$  (в случае, если задано максимальное заглубление). Если же задано минимальное заглубление, то угол  $\delta_{\text{о.п}}$  находится из условия минимума  $c_{ya}$ :

$$\delta_{\text{о.п}}(v) = \arg \min \delta_{\text{кр}} \max (c_{ya}(v, \alpha_k, \delta_{\text{кр}}, \delta_1^+, \delta_{\text{о.п}}))$$

также при  $\vartheta_{\text{min}} \leq \vartheta \leq \vartheta_{\text{max}}$ .

На втором этапе, кроме уже известных (с учетом найденных углов  $\delta_{\text{о.п}}(v)$  и  $\vartheta_B(\delta_{\text{о.п}})$ ) значений коэффициента подъемной силы  $c_{ya}(v, \alpha_k, \delta_{\text{кр}}, \delta_1, \delta_{\text{о.п}})$ , на основе соответствующей зависимости находят значения коэффициента лобового сопротивления  $c_{xa}(v, \alpha_k, \delta_{\text{кр}}, \delta_1, \delta_{\text{о.п}})$  и тем самым величины сил буксировки  $Y_{\text{тр}}(v)$ ,  $X_{\text{тр}}(v)$ :

$$Y_{\text{тр}} = c_{ya}(v, \alpha_k, \delta_{\text{кр}}, \delta_1, \delta_{\text{о.п}}) q S_m - P,$$

$$X_{\text{тр}} = c_{xa}(v, \alpha_k, \delta_{\text{кр}}, \delta_1, \delta_{\text{о.п}}) q S_m,$$

которые служат исходными данными для последующего расчета параметров равновесия троса.

**Математическая модель установившегося движения кабель-троса в вертикальной плоскости.** Пусть  $r_{90} = c_{x90} \frac{\rho v^2}{2} d_T$ ,  $r_0 = c_{x0} \frac{\rho v^2}{2} d_T$ ,  $p = (\rho_T - \rho) \pi \frac{d_T^2}{4} g$  — погонная сила сопротивления троса при угле атаки  $90^\circ$  и  $0$  и погонный «вес троса в воде» соответственно.

Поскольку движение ГС установившееся, уравнения (в частных производных), его описывающие, превращаются в уравнения равновесия элементарного отрезка ГС (обыкновенные дифференциальные уравнения равновесия ГС) в вертикальной плоскости, имеющие вид [1, 2]:

$$\frac{dT}{dl} = -r_0 \cos^2 \alpha - p \sin \alpha, \quad \frac{d\alpha}{dl} = \frac{1}{T} (r_{90} \sin^2 \alpha - p \cos \alpha), \quad \frac{dx}{dl} = \cos \alpha, \quad \frac{dy}{dl} = \sin \alpha. \quad (4)$$

В случае растяжимой ГС система (4) примет вид

$$\frac{dT}{dl} = -Br_0 \cos^2 \alpha - p \sin \alpha, \quad \frac{d\alpha}{dl} = \frac{1}{T} (Br_0 \sin^2 \alpha - p \cos \alpha),$$

$$\frac{dx}{dl} = B \cos \alpha, \quad \frac{dy}{dl} = B \sin \alpha,$$

где  $B = \left(1 + \frac{2T}{E\pi d_T^2}\right)$ ,  $E$  — модуль упругости троса.

Отметим, что знаки слагаемых в уравнениях (4) подразумевают отсчет от коренного конца троса.

Решение системы (4) требует задания в качестве начальных условий значений всех четырех параметров  $T$ ,  $\alpha$ ,  $x$ ,  $y$  или на ходовом, или на коренном концах троса. Однако как для ходового, так и для коренного конца известны значения лишь двух из них, а именно  $T$  и  $\alpha$  заданы (как  $T = \sqrt{(Y_{тр})^2 + (X_{тр})^2}$ ,  $\alpha = \arcsin(Y_{тр}/T)$ ) на ходовом конце, а параметры  $x$  и  $y$  — на коренном конце ( $x = 0$  и  $y = 0$ ). Таким образом, задача решения системы (4) с такими условиями оказывается краевой, а в силу наличия нелинейных функций от параметров  $T$  и  $\alpha$  — также и нелинейной, что делает ее решение достаточно трудоемким. Однако легко видеть, что первые два уравнения системы (4) не содержат параметров  $x$  и  $y$  и, следовательно, могут быть решены как замкнутая система из двух дифференциальных уравнений с начальными условиями  $(T(0), \alpha(0)) = (T, \alpha)|_к$ .

Зная теперь зависимость  $\alpha(l)$ , используя ее, можно проинтегрировать и оставшиеся два уравнения с начальными условиями  $(x(0), y(0)) = (x, y)|_о$ . Некоторые из полученных в итоге зависимостей безразмерной глубины  $\bar{H}$  буксировки аппарата от безразмерной длины троса  $\bar{L}$  при различных значениях коэффициента подъемной силы  $c_{ya}$  БА даны на рис. 3.

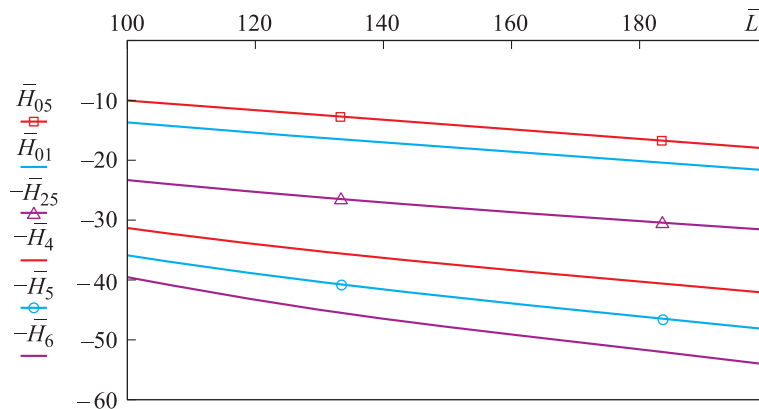


Рис. 3. Безразмерные зависимости  $\bar{H}(\bar{L})$  при значениях коэффициента  $c_{ya} = \{-0,5; -1; -2,5; -4; -5; -6\}$  при скорости буксировки  $v = 3$  м/с

**Углы установки крыльев и балансировочные значения углов отклонения рулей.** Основным критерием выбора значения  $\delta_{кр}$  при создании БА для решения задач мониторинга континентального шельфа является достижение максимальной глубины буксировки, превосходящей заданную, при соблюдении требуемых условий по дифференту  $\vartheta_{\min} \leq \vartheta_{\text{Б}} \leq \vartheta_{\max}$  и натяжению троса  $T \leq T_{\max}$ . При этом значение угла  $\delta_{кр}$  выбирается для наихудшего расчетного случая, а именно при максимальном значении скорости буксировки, поскольку большим значениям скорости движения соответствуют меньшие значения заглубления БА и большие значения абсолютной величины силы  $T$  натяжения троса. Алгоритм выбора угла  $\delta_{кр}$  установки главного крыла состоит в следующем. При некотором значении  $\delta_{кр}$  из диапазона  $\delta_{кр}^{\min} \leq \delta_{кр} \leq \delta_{кр}^{\max}$  (при заданном значении параметра  $\delta_1$ ) на основе третьего уравнения системы (3) строится балансировочная зависимость угла  $\vartheta_{\text{Б}}$  от угла  $\delta_{о.п}$  отклонения кормового горизонтального руля  $\vartheta_{\text{Б}}(\delta_{о.п})$  в границах области  $|\delta_{о.п}| \leq \delta_{о.п}^{\max}$  и  $\vartheta_{\min} \leq \vartheta_{\text{Б}} \leq \vartheta_{\max}$ . Данные расчеты повторяются для различных значений  $\delta_{кр}$  и  $\delta_1$ . Полученные балансировочные зависимости  $\vartheta_{\text{Б}}(\delta_{о.п})$  ( $|\delta_{о.п}| \leq \delta_{о.п}^{\max}$ ,  $\vartheta_{\min} \leq \vartheta_{\text{Б}} \leq \vartheta_{\max}$ ) подставляются затем в выражения для коэффициентов  $c_{ya}$  и  $c_{xa}$ , которые, в свою очередь, являются исходными для расчета достижимых глубин  $H$  хода БА. Зная  $c_{ya}$  и  $c_{xa}$ , можно вычислить проекции  $X_{\text{тр}}$ ,  $Y_{\text{тр}}$  силы буксировки  $T$  на скоростные оси БА и абсолютную величину самой этой силы, равную

$$T = \sqrt{(Y_{\text{тр}})^2 + (X_{\text{тр}})^2}.$$

**Продольная устойчивость и угловая стабилизация по дифференту горизонтального установившегося движения БА.** Предположим, что в интервале времени движения, на котором рассматривается вопрос об устойчивости установившегося движения БА, сила натяжения троса и ее проекции на связанные оси мало изменяются из-за большой длины троса и постоянства скорости буксира. Тем самым речь будет идти об изучении свойства угловой устойчивости невозмущенного движения, отвечающего балансировочному состоянию  $\vartheta = \vartheta_{\text{Б}}$ , в случае наличия и отсутствия управления БА по каналу дифферента. В данном случае задача об угловой устойчивости представляет наибольший интерес в связи с необходимостью для рассматриваемого БА выдерживания с большой точностью требуемого узкого диапазона изменения угла дифферента, что, в свою очередь, обусловлено необходимостью обеспечения заданной точности работы системы наблюдения, например гидроакустической, в задаче мониторинга континентального шельфа. С динамической точки зрения такое рассмотрение в изучаемой задаче вполне естественно, поскольку в силу механических свойств системы буксир–ГС–БА характерное время переходного процесса в режиме управляемой угловой стабилизации при установлении заданного асимптотически устойчивого балансировочного состояния при горизонтальном движении БА намного меньше характерных времен изменения состояния буксира и троса.

В рассматриваемой задаче с достаточной для практики точностью можно считать, что горизонтальная поступательная скорость БА, определяемая движением буксира, в процессе движения не изменяется, так что и в невозмущенном, и в возмущенном движениях  $v = \text{const}$ , т. е.  $\Delta v \equiv 0$ . Тогда, используя результаты работ [5–8], в том числе общие дифференциальные уравнения движения подводного аппарата [5, 7], для исследования устойчивости установившегося движения БА  $v_0 = \text{const}$ ,  $\omega_z = \omega_{z0} = 0$ , запишем в рассматриваемой постановке систему уравнений первого приближения углового возмущенного движения в вертикальной плоскости в следующем виде:

$$\begin{aligned} (a_{23} p_t^2 + a_{24} p_t + a_{25}) \Delta \vartheta + (a_{26} p_t + a_{27}) \Delta \alpha_k &= a_{28} \Delta \delta_{o.п}; \\ (a_{33} p_t^2 + a_{34} p_t + a_{35}) \Delta \vartheta + (a_{36} p_t + a_{37}) \Delta \alpha_k &= a_{38} \Delta \delta_{o.п}, \end{aligned} \quad (5)$$

где динамические коэффициенты

$$\begin{aligned} a_{22} &= (m + \lambda_{11}) \omega_{z0} \cos \alpha_{k0} - (c_y^\alpha \alpha_{k0} + c_3 \alpha_{k0}^3 + c_y^\delta \delta_{o.п}) \rho S_m L_k - c_y^{\omega_z} \frac{\rho S_m L_k}{2} \omega_{z0}; \\ a_{23} &= m x_{цт} + \lambda_{26} \omega_{z0}; \quad a_{24} = (m + \lambda_{11}) v_0 \cos \alpha_{k0} - c_y^{\omega_z} \frac{\rho S_m L_k}{2} v_0; \quad a_{25} = (A^* - G) \sin \vartheta_0; \\ a_{26} &= -(m + \lambda_{22}) v_0 \cos \alpha_{k0}; \quad a_{27} = (m + \lambda_{11}) \omega_{z0} v_0 \sin \alpha_{k0} + (c_y^\alpha + c_3 \alpha_{k0}^2) \frac{\rho v_0^2}{2} S_m; \\ a_{28} &= c_y^\delta \frac{\rho v_0^2}{2} S_m; \quad a_{31} = -(m x_{цт} + \lambda_{26}) \sin \alpha_{k0}; \\ a_{32} &= (m x_{цт} + \lambda_{26}) \omega_{z0} \cos \alpha_{k0} - (m_z^\alpha \alpha_{k0} + m_3 \alpha_{k0}^3 + m_y^\delta \delta_{o.п}) \rho S_m L_k v_0 - m_z^{\omega_z} \frac{\rho S_m L_k}{2} \omega_{z0}; \\ a_{33} &= J_z + \lambda_{66}; \quad a_{34} = (m x_{цт} + \lambda_{26}) v_0 \cos \alpha_{k0} - m_z^{\omega_z} \frac{\rho S_m L_k}{2} v_0; \quad a_{35} = -G x_{цт} \sin \vartheta_0; \\ a_{36} &= -(m x_{цт} + \lambda_{26}) v_0 \cos \alpha_{k0}; \\ a_{37} &= -(m x_{цт} + \lambda_{26}) \omega_{z0} v_0 \sin \alpha_{k0} - (m_z^\alpha + 3m_3 \alpha_{k0}^2) \frac{\rho v_0^2}{2} S_m L_k; \\ a_{38} &= m_z^\delta \frac{\rho v_0^2}{2} S_m L_k. \end{aligned}$$

Здесь  $p_t = \frac{d}{dt}$ ;  $A^* = A + T \sin \varphi$  — приведенная архимедова сила, действующая на БА. Присоединенные массы и статические моменты, а также присоединенные моменты инерции БА  $\lambda_{ik}$  рассчитываются в соответствии с работами [5, 7, 8].

В случае движения БА, управляемого по линейному закону  $\Delta \delta_{o.п} = (k_1 + k_2 p_t) \Delta \vartheta$ , получим из (5) следующую систему уравнений продольного возмущенного движения:



$$\left[ a_{i3} p_t^2 + (a_{i4} - a_{i8} k_2) p_t + (a_{i5} - a_{i8} k_1) p_t \right] \Delta \vartheta = 0.$$

Наконец, если в возмущенном движении не только  $\Delta v \equiv 0$ , но и  $\Delta \theta \equiv 0$  (реально это означает, что в возмущенном движении кинематические параметры  $\Delta v$ ,  $\Delta \theta$  пренебрежимо мало меняются со временем), то система уравнений продольного углового возмущенного движения БА по дифференцу сводится к одному уравнению относительно  $\Delta \vartheta$  следующего вида:

$$\left[ a_{33} p_t^2 + (a_{34} + a_{36} - a_{38} k_2) p_t + (a_{35} + a_{37} - a_{38} k_1) \right] \Delta \vartheta = 0.$$

Из этого уравнения с помощью теоремы Рауса — Гурвица легко получить условия асимптотической угловой устойчивости по дифференцу невозмущенного горизонтального установившегося движения БА как в случае неуправляемого, так и в случае управляемого углового движения:

$$a_{33} > 0, \quad a_{34} + a_{36} > a_{38} k_2, \quad a_{35} + a_{37} > a_{38} k_1. \quad (6)$$

Эти условия достаточно просто выразить через гидродинамические коэффициенты, геометрические параметры БА и параметры невозмущенного установившегося горизонтального движения в следующем виде:

$$\begin{aligned} & -\overline{m_z^{\omega z}} L_k > k_2 m_z^{\delta} v_0, \\ & -G(x_{цт} \sin \vartheta_0 + y_{цт} \cos \vartheta_0) - (m_z^{\alpha} + 3m_3 \alpha_{к0}^2) \frac{\rho v_0^2}{2} S_m L_k > k_1 m_z^{\delta} \frac{\rho v_0^2}{2} S_m L_k. \end{aligned}$$

Первое условие из (6) здесь опущено как выполняющееся автоматически, поскольку всегда  $a_{33} = J_z + \lambda_{66} > 0$ .

**Продольное квазиустановившееся движение БА в режиме отслеживания рельефа дна и обхода придонных препятствий.** В процессе своего движения в режиме мониторинга заданной области континентального шельфа подводная буксируемая система должна иметь возможность, во избежание аварийных ситуаций, обходить сверху крупные неровности морского дна и различные крупные придонные препятствия. Следовательно, при проектировании БА необходимо предусмотреть возможность соответствующего предупредительного его маневра в вертикальной плоскости. Решение этой задачи связано с рядом разнообразных технических трудностей, относящихся к различным подсистемам (дальность обнаружения препятствия, различные величины запаздывания сигналов и др.). В настоящей работе рассмотрен вопрос об обеспечении принципиальной возможности такого обхода лишь с точки зрения динамических возможностей БА в квазистационарной постановке, т. е. без анализа переходных процессов, возникающих при смене направления движения. Используемая математическая модель квазиустановившегося продольного движения БА в режиме отслеживания рельефа дна и обхода придонных препятствий основана на видеоизмененных уравнениях [5, 7] циркуляции в вертикальной плоскости с учетом проекций  $T_{x1}$  и  $T_{y1}$  силы реакции  $T$  троса на связанные оси БА.

В строгом смысле циркуляционные движения в вертикальной плоскости не являются стационарными, поскольку кинематические параметры движения БА не остаются в этом случае в точности постоянными, что обусловлено действием на БА в плоскости движения силы тяжести и гидростатической силы. В связи с этим квазистационарное приближение будет тем точнее, чем меньше по модулю величина приведенной плавучести БА  $P^* = A^* - G$ , при  $P^* = 0$  балансировочные значения углов и радиусов циркуляции, полученные в настоящем разделе, окажутся точными.

Система уравнений движения БА в вертикальной плоскости в рассматриваемом квазистационарном приближении, согласно [6, 7] имеет вид

$$\begin{aligned} (m + \lambda_{22})v_y \omega_z - m \overline{\chi_0} \omega_z^2 L_K &= T_{x1} - c_x(\alpha_K, \delta_{o.п}) \frac{\rho v^2}{2} S_m; \\ -m v_x \omega_z &= T_{y1} + c_y(\alpha_K, \delta_{o.п}) \frac{\rho v^2}{2} S_m + c_y^{\omega_z} \frac{\rho v}{2} S_m L_K \omega_z; \\ m \overline{\chi_0} L_K v_x \omega_z &= m_z(\alpha_K, \delta_{o.п}) \frac{\rho v^2}{2} S_m + m_z^{\omega_z} \frac{\rho v}{2} S_m L_K^2 \omega_z; \\ \frac{d\vartheta}{dt} &= \omega_z; \quad \frac{d\theta}{dt} = \frac{d\vartheta}{dt} - \frac{d\alpha_K}{dt}; \quad \frac{dx_g}{dt} = v \cos\theta; \quad \frac{dy_g}{dt} = v \sin\theta. \end{aligned} \tag{7}$$

Здесь  $\overline{\chi_0} = \frac{x_{ц.т} - x_{ц.в}}{L_K} + \frac{\lambda_{26}}{m L_K}$ .

Угловая скорость  $\omega_z$  с достаточно хорошим приближением может быть представлена в рассматриваемой задаче в виде зависимости от радиуса циркуляции  $R$  и окружной скорости  $v$ , а именно  $\omega_z = \frac{v}{R}$ . При этом допущении с учетом равенств

$$v_x = v \cos(\alpha_K), \quad v_y = -v \sin(\alpha_K)$$

первые три уравнения (7) приводятся к виду

$$\begin{aligned} -(m + \lambda_{22}) \frac{v^2}{R} \sin(\alpha_K) - m \overline{\chi_0} \left(\frac{v}{R}\right)^2 L_K &= T_{x1} - c_x(\alpha_K, \delta_{o.п}) \frac{\rho V^2}{2} S_m; \\ \frac{-m}{R} \cos(\alpha_K) &= \frac{T_{y1}}{v^2} + c_y(\alpha_K, \delta_{o.п}) \frac{\rho S_m}{2} + c_y^{\omega_z}(\alpha_K) \frac{\rho S_m L_K}{2R}; \\ \frac{m \overline{\chi_0} L_K \cos(\alpha_K)}{R} &= m_z(\alpha_K, \delta_{o.п}) \frac{\rho S_m L_K}{2} + m_z^{\omega_z} \frac{\rho S_m L_K^2}{2R}. \end{aligned} \tag{8}$$

Сделав дополнительное предположение  $T_{y1} = K_{Ty} \frac{\rho v^2}{2} S_m$ , получаем, что два последних уравнения системы (8) не содержат скорости  $v$ :

$$\frac{-m}{R} \cos(\alpha_K) = K_{Ty} \frac{\rho}{2} S_m + c_y(\alpha_K, \delta_{o.п}) \frac{\rho S_m}{2} + c_y^{\omega_z}(\alpha_K) \frac{\rho S_m L_K}{2R};$$

$$\frac{m \overline{\chi_0} \cos(\alpha_k)}{R} = m_z(\alpha_k, \delta_{o.p.}) \frac{\rho S_m}{2} + m_z^{\omega_z} \frac{\rho S_m L_k}{2R}.$$

Поскольку в этих уравнениях в качестве неизвестных выступают углы атаки  $\alpha_k$  и отклонения рулей  $\delta_{o.p.}$ , то при принятых допущениях видно, что балансировка БА на циркуляции не зависит от его скорости  $v$ , а зависит от коэффициента вертикальной составляющей  $K_{Ty}$  силы натяжения троса. Это обстоятельство существенно для расчета циркуляции, так как ее радиус  $R$  также не зависит от скорости движения.

Разрешим два последних уравнения относительно  $R$ . Тогда, опуская промежуточные выкладки и вводя дополнительные обозначения  $R_1$  и  $R_2$  для функций радиуса квазиустановившейся циркуляции, получаем уравнение

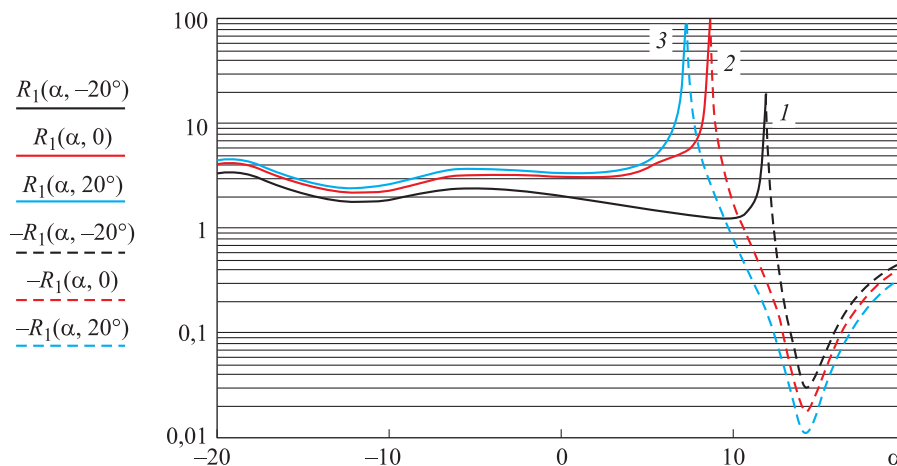
$$\begin{aligned} R_1(\alpha_k, \delta_{o.p.}, K_{Ty}) &= \frac{-C_y^{\omega_z}(\alpha_k) L_k - \mu \cos(\alpha_k)}{C_y(\alpha_k, \delta_{o.p.}) + K_{Ty}}; \\ R_2(\alpha_k, \delta_{o.p.}) &= \frac{\mu \overline{\chi_0} \cos(\alpha_k) - m_z^{\omega_z} L_k}{m_z(\alpha_k, \delta_{o.p.})}, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\mu = \frac{2m}{\rho S_m}$ . Радиус циркуляции может быть вычислен по любой из этих двух формул при заданном коэффициенте  $K_{Ty}$  и известной балансировочной зависимости  $\alpha_B(\delta_B)$ . Найти ее можно, положив  $R_1(\alpha_k, \delta_{o.p.}, K_{Ty}) = R_2(\alpha_k, \delta_{o.p.})$ , т. е.

$$\frac{-C_y^{\omega_z}(\alpha_k) L_k - \mu \cos(\alpha_k)}{C_y(\alpha_k, \delta_{o.p.}) + K_{Ty}} = \frac{\mu \overline{\chi_0} \cos(\alpha_k) - m_z^{\omega_z} L_k}{m_z(\alpha_k, \delta_{o.p.})}. \quad (10)$$

Решая уравнение (10) для любой заданной величины коэффициента  $K_{Ty}$  при каждом значении  $|\delta_{o.p.}| \leq \delta_{o.p.}^{\max}$ , получаем балансировочную зависимость  $\alpha_B(\delta_B)$ , подставляя которую в  $R_1(\alpha_k, \delta_{o.p.}, K_{Ty})$  или  $R_2(\alpha_k, \delta_{o.p.})$ , будем иметь зависимость  $R_B(\delta_B)$ . Графики безразмерных зависимостей  $\overline{R_1}(\alpha_k)$  при значениях коэффициента  $K_{Ty} = 1,5$  и значениях  $\delta_{o.p.} = -20^\circ, 0, 20^\circ$  выборочно приведены на рис. 4. Положительные значения радиусов означают циркуляцию вверх, к поверхности воды, отрицательные — циркуляцию вниз, от поверхности. Обход препятствия возможен лишь для положительных значений радиусов, отрицательные радиусы необходимы для обратного маневра после обхода. При этом обратный маневр может начинаться на минимальной глубине — при прохождении БА над препятствием, или ранее — в тот момент, когда опасность столкновения миновала.

Полученные соотношения нетрудно применить для расчета запасов горизонтальных рулей БА, необходимых для обхода препятствия сверху. Пусть препятствие является одномерным, т. е. имеющим только высоту, но не имеющим



**Рис. 4.** Зависимости  $\overline{R_1}(\alpha)$  для значений угла  $\delta_{оп} = -20^\circ, 0, 20^\circ$  (кривые 1–3 соответственно) при значении коэффициента  $K_{Ty} = 1,5$  в полулогарифмическом масштабе по оси ординат (штриховые — «отрицательные» радиусы)

длины и ширины, что позволяет пользоваться моделями продольного движения БА, и пусть в некоторый момент времени известно возвышение препятствия  $\Delta H = H - H_{п}$  над установившейся глубиной движения БА и величина расстояния между БА и препятствием  $L_{п}$ . Воспользовавшись геометрическими соображениями, найдем максимально допустимый (потребный) радиус  $R_{п}$  циркуляции БА, необходимый для того, чтобы избежать столкновения БА с препятствием:

$$\varphi = \text{arccctg}\left(\frac{L_{п}}{\Delta H}\right) = \arcsin\left(\frac{\Delta H}{\sqrt{\Delta H^2 + L_{п}^2}}\right) = \arcsin\left(\frac{\Delta H}{a}\right), \text{ и } \sin \varphi = \frac{a/2}{R_{п}} = \frac{\Delta H}{a},$$

откуда

$$R_{п} = \frac{a^2}{2\Delta H} = \frac{\Delta H^2 + L_{п}^2}{2\Delta H}$$

(отметим, что  $a$  есть расстояние между точкой начала маневра в вертикальной плоскости БА и вершиной препятствия).

Зависимость предельного (максимального) радиуса циркуляции БА  $R_{п}$  от возвышения  $\Delta H$  при различных значениях расстояния до препятствия  $L_{п}$  приведена на рис. 5.

Таким образом, зная возвышение препятствия  $\Delta H$  и расстояние до него  $L_{п}$  в некоторый момент времени, можно найти предельный (максимальный) радиус циркуляции БА  $R_{п}$ , при котором возможен безопасный обход препятствия. Выбрав коэффициент запаса по радиусу (положим  $k_R = 0,9$ ) и подставляя предельный радиус циркуляции БА, взятый с запасом —  $R_{п}(\Delta H, L_{п})k_R = \frac{\Delta H^2 + L_{п}^2}{2\Delta H}k_R$  — в левые

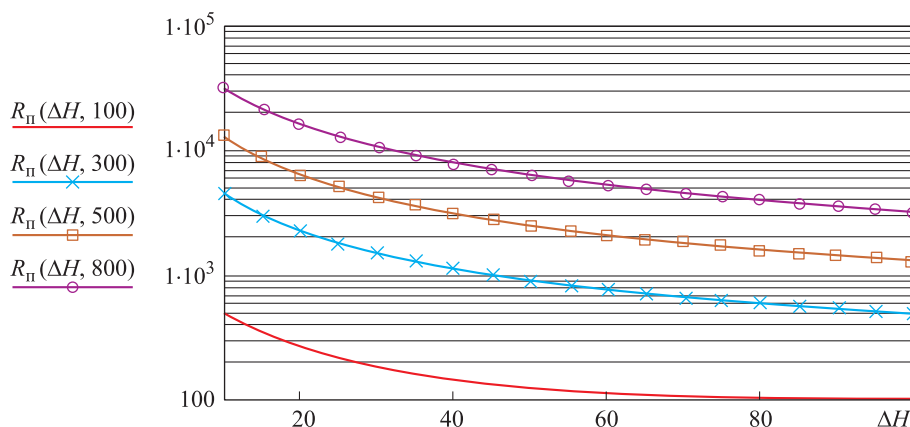


Рис. 5. Зависимости  $R_{п}$  от возвышения препятствия  $\Delta H$  при расстояниях до препятствия  $L_{п} = 100, 300, 500, 800$  м (в полулогарифмическом масштабе по оси ординат)

части системы уравнений (9), или решая уравнение  $R_{п}k_R = R_{Б}(\delta_{Б})$ , получаем значения перекладки рулей  $\delta_{Б}$ , необходимые в рассматриваемый момент времени для гарантированного обхода препятствия, расположенного на дне, при заданных  $\Delta H, L_{п}$  и  $K_{Ty}$ . Поскольку  $R_{п}$  есть максимально допустимый радиус циркуляции БА, то приемлемы любые динамически реализуемые радиусы  $R_{Б}$ , удовлетворяющие условию  $R_{Б} < R_{п}$  (при условии  $|\delta_{о,п}| \leq \delta_{о,п}^{\max}$ ).

**Выводы.** Решена задача построения динамически устойчивых режимов горизонтального установившегося движения буксируемой системы, предназначенной для мониторинга придонной области берегового шельфа с учетом жестких ограничений на диапазоны глубин движения БА и углов дифферента, а также наличия существенной положительной плавучести БА. Построен алгоритм решения задачи определения параметров движения БА в режиме отслеживания рельефа морского дна и обхода препятствий в квазистационарной постановке. Показана возможность реализации таких движений с учетом выполнения условий балансировки и статической устойчивости. Рассчитаны радиусы квазиустановившейся циркуляции в вертикальной плоскости.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Виноградов Н.И., Гутман М.Л., Лев И.Г., Нисневич М.З. Привязные подводные системы. Прикладные задачи статики и динамики. СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 2000. 320 с.
2. Егоров В.И. Подводные буксируемые системы. Л.: Судостроение, 1981. 304 с.
3. Меркин Д.Р. Введение в механику гибкой нити. М.: Наука, 1980. 240 с.
4. Виноградов Н.И., ред. Привязные подводные системы. Аэрогидродинамические характеристики при установившемся движении. СПб.: ФГУП «ЦНИИ «Гидроприбор», 2005. 304 с.
5. Грумондз В.Т., Половинкин В.В., Яковлев Г.А. Теория движения двусредных аппаратов. Математические модели и методы исследования. М.: Вузовская книга, 2012. 643 с.

6. Пантов Е.Н., Махинин Н.Н., Шереметов Б.Б. Основы теории движения подводных аппаратов. Л.: Судостроение, 1973. 216 с.
7. Грумондз В.Т., Яковлев Г.А. Алгоритмы аэрогидробаллистического проектирования. М.: Изд-во МАИ, 1994. 304 с.
8. Короткин А.И. Присоединенные массы судостроительных конструкций. СПб.: МорВест, 2007. 448 с.

**Грумондз Валерий Тихонович** — д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры «Динамика полета и управление ЛА» Московского авиационного института (национального исследовательского университета) (Российская Федерация, 125993, Москва, Волоколамское шоссе, д. 4).

**Пильгунов Роман Владиславович** — ассистент кафедры «Проектирование аэрогидрокосмических систем» Московского авиационного института (национального исследовательского университета), младший научный сотрудник АО «ГНПП «Регион» (Российская Федерация, 115230, Москва, Каширское шоссе, д. 13А).

**Виноградов Максим Владимирович** — инженер-расчетчик 2-й категории АО «ГНПП «Регион» (Российская Федерация, 115230, Москва, Каширское шоссе, д. 13А).

**Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:**

Грумондз В.Т., Пильгунов Р.В., Виноградов М.В. Динамика продольного движения подводного буксируемого аппарата в задаче мониторинга заданной области континентального шельфа // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2017. № 6. С. 19–34. DOI: 10.18698/0236-3941-2017-6-19-34

**LONGITUDINAL DYNAMICS OF UNDERWATER TOWED EQUIPMENT  
IN THE PROBLEM OF MONITORING THE DEFINED REGION  
OF THE CONTINENTAL SHELF**

V.T. Grumondz<sup>1</sup>

v.grumondz@gmail.com

R.V. Pil'gunov<sup>1,2</sup>

M.V. Vinogradov<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Moscow Aviation Institute, Moscow, Russian Federation

<sup>2</sup> JSC State Scientific and Production Enterprise Region, Moscow, Russian Federation

**Abstract**

The article focuses on longitudinal dynamics of an underwater towed robotic system intended for monitoring a defined region of the continental shelf and consisting of a towed vehicle and flexible connection. The flexible connection means an inextensible, absolutely flexible, smooth, weighty cable of circular cross-section. The characteristic feature of the studied problem formulation is the requirement to take into account very stringent restrictions on the pitch angles and the depth range limits of the towed vehi-

**Keywords**

*Underwater towed vehicle, monitoring of the continental shelf, longitudinal dynamics, balancing, motion stability, by-passing of near-bottom obstacles*

cle, its geometric parameters and rope length in conditions of a significant increase in the hydrostatic force in comparison with the weight of the towed vehicle. The paper gives hydrodynamic characteristics of the vehicle and presents a mathematical model of the equilibrium of a weighted rope, as well as a model of the longitudinal motion of the underwater towed vehicle. The system's possible steady-state movements were analyzed and the parameters of the towed vehicle were selected. The parameters provide the specified trajectory of the motion. Furthermore, the problems of balancing the towed vehicle with a horizontal steady motion at a constant depth were observed and examined. The problem of the longitudinal dynamic stability of the uncontrolled and controlled steady motion of the towed vehicle was solved, including the conditions for angular pitch stability. Finally, the problems of longitudinal dynamics in the mode of tracing the seabed relief and underwater obstacles were considered

Received 29.06.2016  
© BMSTU, 2017

---

## REFERENCES

- [1] Vinogradov N.I., Gutman M.L., Lev I.G., Nisnevich M.Z. Privyaznye podvodnye sistemy. Prikladnye zadachi statiki i dinamiki [Towed underwater systems. Applied problems of statics and dynamics]. Sankt-Petersburg, SpBU Publ., 2000. 320 p.
- [2] Egorov V.I. Podvodnye buksiruemye sistemy [Towed underwater systems]. Leningrad, Sudostroenie Publ., 1981. 304 p.
- [3] Merkin D.R. Vvedenie v mekhaniku gibkoy niti [Introduction to ideal cable mechanics]. Moscow, Nauka Publ., 1980. 240 p.
- [4] Vinogradov N.I., red. Privyaznye podvodnye sistemy. Aerogidrodinamicheskie kharakteristiki pri ustanovivshemsya dvizhenii [Towed underwater systems. Aerohydrodynamic characteristics in stable motion]. Sankt-Petersburg, FGUP "TsNII "Gidropribor" Publ., 2005. 304 p.
- [5] Grumondz V.T., Polovinkin V.V., Yakovlev G.A. Teoriya dvizheniya dvusrednykh apparatov. Matematicheskie modeli i metody issledovaniya [Two-medium apparatus movement theory. Mathematical models and research methods]. Moscow, Vuzovskaya kniga Publ., 2012. 643 p.
- [6] Pantov E.N., Makhinin N.N., Sheremetov B.B. Osnovy teorii dvizheniya podvodnykh apparatov [Fundamentals of underwater vehicle movement theory]. Leningrad, Sudostroenie Publ., 1973. 216 p.
- [7] Grumondz V.T., Yakovlev G.A. Algoritmy aerogidrobballisticheskogo proektirovaniya [Aerohydroballistic engineering algorithms]. Moscow, MAI Publ., 1994. 304 p.
- [8] Korotkin A.I. Prisoedinennye massy sudostroitel'nykh konstruksiy [Added mass of ship-building constructions]. Sankt-Petersburg, MorVest Publ., 2007. 448 p.

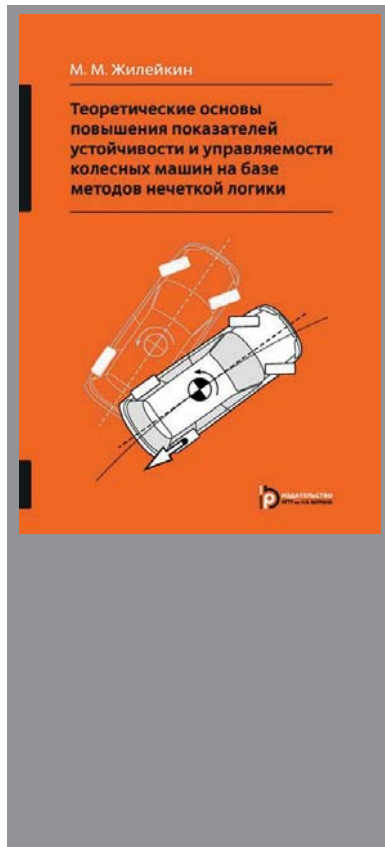
**Grumondz V.T.** — Dr. Sc. (Phys.-Math.), Professor of Aircraft Flight and Control Dynamics Department, Moscow Aviation Institute (Volokolamskoe shosse 4, Moscow, 125993 Russian Federation).

**Pil'gunov R.V.** — Assistant of Desing of Aerohydrodynamic Systems Department, Junior Research Scientist, JSC State Scientific and Production Enterprise Region (Kashirskoe shosse 13A, Moscow, 115230 Russian Federation).

**Vinogradov M.V.** — 2nd rank Computing Engineer, JSC State Scientific and Production Enterprise Region (Kashirskoe shosse 13A, Moscow, 115230 Russian Federation).

**Please cite this article in English as:**

Grumondz V.T., Pil'gunov R.V., Vinogradov M.V. Longitudinal Dynamics of Underwater Towed Equipment in the Problem of Monitoring the Defined Region of the Continental Shelf. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Mashinost.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Mech. Eng.], 2017, no. 6, pp. 19–34. DOI: 10.18698/0236-3941-2017-6-19-34



В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана  
вышло в свет учебное пособие автора

**М.М. Жилейкина**

**«Теоретические основы повышения  
показателей устойчивости и управляемости  
колесных машин на базе методов нечеткой  
логики»**

Управляемость и устойчивость автомобиля являются важнейшими эксплуатационными свойствами и составляющими активной безопасности движения, оценке которых придается большое значение. Представлены результаты теоретических исследований, выполненных на кафедре «Колесные машины» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Разработаны принципы повышения показателей устойчивости и управляемости как двухосных, так и многоосных колесных машин, оснащенных различными типами трансмиссий. Обоснованы принципиальные решения по способам управления движением машин, обеспечивающих повышение их курсовой и траекторной устойчивости. Предложены критерии оценки эффективности работы комплексной системы динамической стабилизации движения колесных машин. Разработаны алгоритмы работы системы динамической стабилизации с применением методов нечеткой логики для двухосных и многоосных колесных машин.

**По вопросам приобретения обращайтесь:**

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

+7 (499) 263-60-45

press@bmstu.ru

www.baumanpress.ru