УДК 536.2 DOI: 10.18698/0236-3941-2017-5-89-97

АВТОМОДЕЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ИЗОТРОПНОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ, ПОДВИЖНАЯ ГРАНИЦА КОТОРОГО ИМЕЕТ ПЛЕНОЧНОЕ ПОКРЫТИЕ

А.В. Аттетков fn2@bmstu.ru
П.А. Власов fn12@bmstu.ru
И.К. Волков fn12@bmstu.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Рассмотрена задача об определении температурного поля изотропного полупространства, граница которого движется по заданному закону и имеет пленочное покрытие. Исследован нестационарный режим теплообмена в системе твердое тело–покрытие–газ с изменяющимся во времени коэффициентом теплоотдачи и температурой внешней среды. Определены достаточные условия, выполнение которых обеспечивает возможность реализации автомодельного процесса теплопереноса в анализируемой системе. Качественно исследованы физические свойства изучаемого автомодельного процесса. Теоретически обоснована возможность реализации режима термостатирования подвижной границы объекта исследований

Ключевые слова

Изотропное полупространство с подвижной границей, термически тонкое покрытие, нестационарный теплообмен, температурное поле, автомодельное решение

Поступила в редакцию 02.11.2016

В математической теории теплопроводности [1–6] важное место занимают задачи теплопереноса в твердых телах с подвижными границами. Трудности, возникающие при их решении аналитическими методами, хорошо известны [7]. Они значительно усугубляются в тех случаях, когда есть необходимость учета нестационарности теплообмена в изучаемой системе [8–12]. Рассматриваемые задачи представляют практический интерес при разработке перспективных систем неэлектрического инициирования взрывных устройств повышенной безопасности, например, автономных адиабатических взрывателей для перфораторов [13]. Принцип их работы основан на реализации идеи теплового инициирования взрывного превращения в заряде взрывчатого вещества сжимаемым газовым слоем.

Несмотря на достигнутые результаты в изучении рассматриваемого круга задач, на ряд вопросов ответы еще не получены. В частности, это относится к теоретическому обоснованию возможности термостатирования границы изотропного твердого тела, движущейся по известному закону. Изучение этого вопроса и является предметом исследований, проводимых в настоящей работе.

В качестве объекта исследований рассматривается изотропное полупространство, граница которого движется по заданному закону $l = l(t)$ и обладает изотропным покрытием постоянной толщины h_*. При этом предполагается, что:

1) начальная температура T_0 объекта исследований постоянна и реализуются нестационарные режимы теплообмена с внешней средой при переменных во времени коэффициенте теплоотдачи $\alpha(t)$ и температуре внешней среды $T_c(t)$;

2) в системе полупространство–покрытие реализуются условия идеального теплового контакта [2, 3];

3) изотропное покрытие является термически тонким, т. е. для него допустима реализация идеи «сосредоточенная емкость» [4]: среднеинтегральная по толщине покрытия температура

$$\langle T(t)\rangle = \frac{1}{h_*}\int\limits_{l(t)-h_*}^{l(t)} T(x,t)\,dx$$

равна как температуре его границ, так и температуре подвижной границы $x = l(t)+0$, т. е.

$$T\big(l(t)-h_*,\, t\big) = T\big(l(t)-0, t\big) = \langle T(t)\rangle = T\big(l(t)+0, t\big),\ \ t \ge 0.$$

Цель проведенных исследований — определение достаточных условий, выполнение которых обеспечивает возможность реализации автомодельного (самоподобного) процесса теплопереноса в анализируемой системе. Отметим, что в понятие «автомодельный» обычно вкладывают тот смысл, что изучаемый физический процесс является гомохронным (однородным во времени) и обладает состоянием равновесия, которое не зависит от времени [14–16].

В соответствии с принятыми допущениями и с учетом ранее полученных результатов [9, 10] математическая модель процесса формирования температурного поля объекта исследований может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial\theta(\xi,\mathrm{Fo})}{\partial\mathrm{Fo}} = \frac{\partial^2\theta(\xi,\mathrm{Fo})}{\partial\xi^2},\ \ \xi > \nu(\mathrm{Fo}),\ \ \mathrm{Fo} > 0;\\
&\theta(\xi,0) = 0;\\
&\left.\frac{\partial\theta(\xi,\mathrm{Fo})}{\partial\xi}\right|_{\xi=\nu(\mathrm{Fo})} = \varepsilon\left.\frac{\partial\theta(\xi,\mathrm{Fo})}{\partial\mathrm{Fo}}\right|_{\xi=\nu(\mathrm{Fo})} + \mathrm{Bi}(\mathrm{Fo})\Big[\theta(\xi,\mathrm{Fo})\big|_{\xi=\nu(\mathrm{Fo})} - \zeta(\mathrm{Fo})\Big];\\
&\theta(\xi,\mathrm{Fo})\big|_{\mathrm{Fo}\ge 0} \in L^2\big[\nu(\mathrm{Fo}),\, +\infty\big),
\end{aligned} \qquad (1)$$

где последнее условие означает, что при каждом фиксированном значении $\mathrm{Fo} \ge 0$ функция $\theta(\xi,\, \mathrm{Fo})$ интегрируема с квадратом по пространственной переменной $\xi \in \big[\nu(\mathrm{Fo}),\, +\infty\big)$.

В математической модели (1) использованы следующие безразмерные переменные и параметры:

$$\mathrm{Fo}=\frac{at}{x_*^2},\qquad \xi=\frac{x}{x_*},\qquad \theta=\frac{T-T_0}{T_{\mathrm{c}0}-T_0},\quad \zeta=\frac{T_{\mathrm{c}}-T_0}{T_{\mathrm{c}0}-T_0},\quad h=\frac{h_*}{x_*},$$

$$\mathrm{Bi}=\frac{\alpha x_*}{\lambda},\quad \varepsilon=\frac{h}{\Lambda\chi}=\frac{c_{\text{п}}\rho_{\text{п}}}{c\rho}h,\qquad \chi=\frac{a_{\text{п}}}{a},\qquad \Lambda=\frac{\lambda}{\lambda_{\text{п}}},$$

где a — температуропроводность; t — время; x_* — выбранная единица масштаба пространственной переменной; x — пространственная переменная; α — коэффициент теплоотдачи; c — удельная массовая теплоемкость; ρ — плотность; λ — теплопроводность; индексы: «п» — покрытие, «с» — внешняя среда, «0» — начальное значение.

Функция $\nu(\mathrm{Fo})$, определяющая закон движения границы полупространства, — неотрицательная неубывающая функция, дифференцируемая хотя бы в обобщенном смысле [17] и удовлетворяющая условию $\nu(0)=0$. Функции $\mathrm{Bi}(\mathrm{Fo})$ и $\zeta(\mathrm{Fo})$ по смыслу решаемой задачи могут принимать лишь неотрицательные значения и должны удовлетворять условиям Гёльдера [17].

Отметим, что наличие пленочного покрытия в реализуемой математической модели «сосредоточенная емкость» фактически учтено граничным условием при $\xi=\nu(\mathrm{Fo})$, явно содержащим производную температуры по времени. Определяющий безразмерный параметр ε модели (1) по смыслу решаемой задачи – малый положительный параметр.

Выполним в задаче (1) автомодельную подстановку

$$\eta=\frac{\xi-\nu(\mathrm{Fo})}{\sqrt{\mathrm{Fo}}}. \tag{2}$$

Тогда, с учетом очевидных равенств

$$\frac{\partial}{\partial\mathrm{Fo}}=-\frac{\eta/2+\dot{\nu}(Fo)\sqrt{\mathrm{Fo}}}{\mathrm{Fo}}\frac{d}{d\eta},\quad \frac{\partial}{\partial\xi}=\frac{1}{\sqrt{\mathrm{Fo}}}\frac{d}{d\eta},\quad \frac{\partial^2}{\partial\xi^2}=\frac{1}{\mathrm{Fo}}\frac{d^2}{d\eta^2}$$

и введенных обозначений

$$U(\eta)\triangleq\theta(\xi,\,\mathrm{Fo}),\ \ \gamma(\mathrm{Fo})\triangleq\frac{\mathrm{Bi}(\mathrm{Fo})\sqrt{\mathrm{Fo}}}{\varepsilon\dot{\nu}(\mathrm{Fo})+1}, \tag{3}$$

смешанная задача (1) будет эквивалентна следующей краевой задаче:

$$\frac{d^2U(\eta)}{d\eta^2}+\left\{\frac{\eta}{2}+\dot{\nu}(\mathrm{Fo})\sqrt{\mathrm{Fo}}\right\}\frac{dU(\eta)}{d\eta}=0,\quad \eta>0; \tag{4}$$

$$\left.\frac{dU(\eta)}{d\eta}\right|_{\eta=0}=\gamma(\mathrm{Fo})\Big[\left.U(\eta)\right|_{\eta=0}-\zeta(\mathrm{Fo})\Big]; \tag{5}$$

$$U(\eta) \in L^2_\eta[0, +\infty), \tag{6}$$

где надстрочной точкой обозначена производная по переменной Fo. Начальное условие при $\mathrm{Fo}=0$ в смешанной задаче (1) в автомодельных переменных (2) будет иметь вид краевого условия задачи (4)–(6), заданного при $\eta = +\infty$.

Непосредственный анализ краевой задачи (4)–(6) показывает, что используемая подстановка (2) приводит к автомодельному решению при выполнении следующих условий:

$$\dot{\nu}(\mathrm{Fo})\sqrt{\mathrm{Fo}} \equiv \nu_0 - \mathrm{const}; \tag{7}$$

$$\gamma(\mathrm{Fo}) \equiv \gamma_0 - \mathrm{const}; \tag{8}$$

$$\zeta(\mathrm{Fo}) \equiv \zeta_0 - \mathrm{const}, \tag{9}$$

где постоянная ν_0 принимает лишь неотрицательные значения, а γ_0, ζ_0 — положительные постоянные. Искомое автомодельное решение в этом случае будет обладать тем свойством, что со временем изменяется только масштаб автомодельной переменной $\eta \geq 0$, а масштаб функции $U(\eta)$ остается неизменным.

Условие автомодельности (7) реализуется лишь для следующего закона движения границы объекта исследований:

$$\nu(\mathrm{Fo}) = 2\nu_0\sqrt{\mathrm{Fo}}. \tag{10}$$

При выполнении этого условия решение обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка (4) находится стандартными методами [18] и имеет вид

$$U(\eta) = U(0) + U'(0)\exp\left(\nu_0^2\right)\sqrt{\pi}\left[\mathrm{erfc}(\nu_0) - \mathrm{erfc}\left(\frac{\eta}{2} + \nu_0\right)\right], \quad \eta \geq 0, \tag{11}$$

где $\mathrm{erfc}(\cdot)$ — дополнительная функция ошибок Гаусса [2]; штрихом обозначена производная по переменной η.

Используя равенство (11), с учетом условий автомодельности (8), (9), равенства (10), краевого условия (5) и условия (6) принадлежности функции $U(\eta)$ классу интегрируемых с квадратом функций, находим безразмерную температуру $U(0)$ границы изотропного полупространства в изучаемом автомодельном режиме теплопереноса:

$$U(0) = \zeta_0 \frac{\gamma_0\sqrt{\pi}\exp\left(\nu_0^2\right)\mathrm{erfc}(\nu_0)}{1 + \gamma_0\sqrt{\pi}\exp\left(\nu_0^2\right)\mathrm{erfc}(\nu_0)}. \tag{12}$$

При этом справедлива следующая асимптотическая оценка при больших значениях ν_0:

$$U(0) \sim \frac{\zeta_0\gamma_0}{\gamma_0 + \nu_0} \underset{\nu_0 \to +\infty}{\longrightarrow} 0.$$

При неподвижной границе изотропного полупространства $(\nu_0 = 0)$ равенство (12) принимает вид

$$U(0) = \zeta_0,$$

т. е. безразмерная температура границы объекта исследований не зависит от реализуемого режима теплообмена в изучаемой системе и определяется лишь безразмерной температурой внешней среды $\zeta_0 - \mathrm{const}$, которая задана условием автомодельности (9).

Для получения содержательной информации о свойствах анализируемого процесса теплопереноса в изотропном полупространстве с подвижной границей $(\nu_0 > 0)$ обратимся к условию автомодельности (8) реализуемого граничного режима. В этом случае, согласно равенствам (3), (7) и (8), закон теплообмена в изучаемой системе определяется как

$$\mathrm{Bi}(\mathrm{Fo}) = \gamma_0 \frac{\varepsilon\nu_0 + \sqrt{\mathrm{Fo}}}{\mathrm{Fo}}$$

и зависит от ε — определяющего безразмерного параметра реализуемой математической модели «сосредоточенная емкость». Видно, что в рассматриваемой ситуации $\mathrm{Bi}(\mathrm{Fo})$ — монотонно убывающая функция, причем $\mathrm{Bi}(0) = +\infty$ и $\mathrm{Bi}(+\infty) = 0$. При этом безразмерная температура $U(0) - \mathrm{const}$, определенная равенством (12), зависит от параметра ν_0, заданного условием автомодельности (7). Отсюда следует, что реализуемый режим термостатирования границы объекта исследований зависит от скорости ее движения.

Приведенные результаты — наглядный пример автомодельных решений, иллюстрирующий свойства автомодельных процессов теплопереноса в твердых телах.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Карслоу Г., Егер Д.* Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 488 с.

2. *Лыков А.В.* Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. 600 с.

3. *Карташов Э.М.* Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. М.: Высшая школа, 2001. 550 с.

4. *Пудовкин М.А., Волков И.К.* Краевые задачи математической теории теплопроводности в приложении к расчетам температурных полей в нефтяных пластах при заводнении. Казань: Изд-во Казанского ун-та, 1978. 188 с.

5. *Карташов Э.М., Кудинов В.А.* Аналитическая теория теплопроводности и прикладной термоупругости. М.: URSS, 2012. 653 с.

6. *Формалёв В.Ф.* Теплопроводность анизотропных тел. Аналитические методы решения задач. М.: Физматлит, 2014. 312 с.

7. *Карташов Э.М.* Аналитические методы решения краевых задач нестационарной теплопроводности в областях с движущимися границами (обзор) // Инженерно-физический журнал. 2001. Т. 74. № 2. С. 171–195.

8. *Аттетков А.В., Волков И.К.* Математическое моделирование процессов теплопереноса в области с движущейся границей в условиях нестационарного теплообмена с внешней средой // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Естественные науки. 1999. № 1. С. 37–45.

9. *Аттетков А.В., Власов П.А., Волков И.К.* Температурное поле полупространства с термически тонким покрытием в импульсных режимах теплообмена с внешней средой // Инженерно-физический журнал. 2001. Т. 74. № 3. С. 81–86.

10. *Аттетков А.В., Власов П.А., Волков И.К.* Влияние подвижности границы на температурное поле полупространства в нестационарных условиях теплообмена с внешней средой // Инженерно-физический журнал. 2002. Т. 75. № 6. С. 172–178.

11. *Карташов Э.М.* Теплопроводность при переменном во времени относительном коэффициенте теплообмена // Известия РАН. Энергетика. 2015. № 2. С. 138–149.

12. *Аттетков А.В., Волков И.К.* Температурное поле анизотропного полупространства, подвижная граница которого содержит пленочное покрытие // Известия РАН. Энергетика. 2015. № 3. С. 39–49.

13. *Тебякин В.М.* Разработка адиабатического взрывателя для перфоратора, спускаемого на трубах ПКТ 105 // Вскрытие нефтегазовых пластов и освоение скважин: Тез. докл. II Всесоюзной научно-технической конф. М.: 1988. С. 141–142.

14. *Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П.* Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966. 688 с.

15. *Самарский А.А., Галактионов В.А., Курдюмов С.П., Михайлов А.П.* Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений. М.: Наука, 1987. 478 с.

16. *Волосевич П.П., Леванов Е.И.* Автомодельные решения задач газовой динамики и теплопереноса. М.: Изд-во МФТИ, 1997. 240 с.

17. *Ладыженская О.А., Солонников В.А., Уральцева Н.Н.* Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа. М.: Наука, 1967. 736 с.

18. *Зайцев В.Ф., Полянин А.Д.* Справочник по нелинейным дифференциальным уравнениям: приложения в механике; точные решения. М.: Физматлит, 1993. 464 с.

Аттетков Александр Владимирович — канд. техн. наук, старший научный сотрудник, доцент кафедры «Прикладная математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Власов Павел Александрович — канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Математическое моделирование» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Волков Игорь Куприянович — д-р физ.-мат. наук, профессор, профессор кафедры «Математическое моделирование» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Аттетков А.В., Власов П.А., Волков И.К. Автомодельное решение задачи теплопереноса в изотропном полупространстве, подвижная граница которого имеет пленочное покрытие // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2017. № 5. С. 89–97.
DOI: 10.18698/0236-3941-2017-5-89-97

A SIMILARITY SOLUTION TO THE HEAT TRANSFER PROBLEM FOR AN ISOTROPIC HALF-SPACE FEATURING A FILM-COATED MOVING BOUNDARY

A.V. Attetkov fn2@bmstu.ru
P.A. Vlasov fn12@bmstu.ru
I.K. Volkov fn12@bmstu.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

The study considers the problem of determining a temperature field in an isotropic half-space the boundary of which moves according to a given law and features a film coating. We investigated unsteady heat transfer in a system consisting of a solid, a coating and a gas, with both the heat transfer coefficient and ambient temperature being time-dependent. We determine sufficient conditions meeting which ensures the possibility of self-similar heat transfer process taking place in the system under consideration. We qualitatively investigated physical properties of the self-similar process under study. We provide a theoretical validation of implementing a thermostatting mode in the moving boundary of the object investigated

Keywords

Isotropic half-space with a moving boundary, thermally thin coating, unsteady heat transfer, temperature field, similarity solution

REFERENCES

[1] Carslaw H.S., Jaeger J.C. Conduction of heat in solids. Clarendon Press, 1986. 510 p. (Russ. ed.: Teploprovodnost' tverdykh tel. Moscow, Nauka Publ., 1964. 488 p.).

[2] Lykov A.V. Teoriya teploprovodnosti [Heat conduction theory]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1967. 600 p.

[3] Kartashov E.M. Analiticheskie metody v teorii teploprovodnosti tverdykh tel [Analytical methods in theory of heat conduction in solids]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2001. 550 p.

[4] Pudovkin M.A., Volkov I.K. Kraevye zadachi matematicheskoy teorii teploprovodnosti v prilozhenii k raschetam temperaturnykh poley v neftyanykh plastakh pri zavodnenii [Boundary problems of heat conduction mathematical theory in application to temperature field calculation in oil reservoir in condition of waterflooding]. Kazan', Izdatelstvo Kazanskogo universiteta, 1978. 188 p.

[5] Kartashov E.M., Kudinov V.A. Analiticheskaya teoriya teploprovodnosti i prikladnoy termouprugosti [Analytical theory of thermal conductivity and applied thermal elasticity]. Moscow, URSS Publ., 2012. 653 p.

[6] Formalev V.F. Teploprovodnost' anizotropnykh tel. Analiticheskie metody resheniya zadach [Thermal conductivity of anisotropic bodies. Analytical methods of problem solving]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2014. 312 p.

[7] Kartashov E.M. Analytical methods of solution of boundary-value problems of nonstationary heat conduction in regions with moving boundaries. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2001, vol. 74, no. 2, pp. 498–536. DOI: 10.1023/A:1016641613982
Available at: https://link.springer.com/article/10.1023/A%3A1016641613982

[8] Attetkov A.V., Volkov I.K. Mathematical simulation of heat transfer processes in the region with moving boundary under conditions of nonstationary heat exchange with surround-dings. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Estestv. Nauki* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Nat. Sc.], 1999, no. 1, pp. 37–45 (in Russ.).

[9] Attetkov A.V., Vlasov P.A., Volkov I.K. Temperature field of a half-space with a thermally thin coating in pulse modes of heat exchange with the environment. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2001, vol. 74, no. 3, pp. 647–655. DOI: 10.1023/A:1016756227188
Available at: https://link.springer.com/article/10.1023/A%3A1016756227188

[10] Attetkov A.V., Vlasov P.A., Volkov I.K. Influence of the mobility of a boundary on the temperature field of a half-space under unstable conditions of heat exchange with the environment. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2002, vol. 75, no. 6, pp. 1454–1462. DOI: 10.1023/A:1022143716313
Available at: https://link.springer.com/article/10.1023/A%3A1022143716313

[11] Kartashov E.M. Thermal conductivity at variable in time relative to the heat transfer coefficient. *Izvestiya RAN. Energetika* [Proceedings of RAS. Power Engineering], 2015, no. 2, pp. 138–149 (in Russ.).

[12] Attetkov A.V., Volkov I.K. Temperature field of the anisotropic half-space, which mobile boundary contains the film coating. *Izvestiya RAN. Energetika* [Proceedings of RAS. Power Engineering], 2015, no. 3, pp. 39–49 (in Russ.).

[13] Tebyakin V.M. Adiabatic detonator development for tubing conveyed perforating gun PKT 105. *Vskrytie neftegazovykh plastov i osvoenie skvazhin: Tez. dokl. II Vsesoyuznoy nauchno-tekhnicheskoy konf.* [Drilling in and Well Development: Abs. II Russ. Sci.-Tech. Conf.]. Moscow, 1988. Pp. 141–142 (in Russ.).

[14] Zel'dovich Ya.B., Rayzer Yu.P. Fizika udarnykh voln i vysokotemperaturnykh gidrodinamicheskikh yavleniy [Physics of shock waves and high temperature hydrodynamic phenomena]. Moscow, Nauka Publ., 1966. 688 p.

[15] Samarskiy A.A., Galaktionov V.A., Kurdyumov S.P., Mikhaylov A.P. Rezhimy s obostreniem v zadachakh dlya kvazilineynykh parabolicheskikh uravneniy [Blow-up regimes in problems for quasilinear parabolic equations]. Moscow, Nauka Publ., 1987. 480 p.

[16] Volosevich P.P., Levanov E.I. Avtomodel'nye resheniya zadach gazovoy dinamiki i teploperenosa [Self-similar solutions of gas dynamics and heat transfer problems]. Moscow, MIPT Publ., 1997. 240 p.

[17] Ladyzhenskaya O.A., Solonnikov V.A., Ural'tseva N.N. Lineynye i kvazilineynye uravneniya parabolicheskogo tipa [Linear and quasilinear equations of parabolic type]. Moscow, Nauka Publ., 1967. 736 p.

[18] Zaytsev V.F., Polyanin A.D. Spravochnik po nelineynym differentsial'nym uravneniyam: prilozheniya v mekhanike; tochnye resheniya [Handbook on nonlinear differential equations: application in mechanics: exact solutions]. Moscow, Fizmatlit Publ., 1993. 464 p.

Attetkov A.V. — Cand. Sc. (Eng.), Senior Research Scientist, Assoc. Professor, Applied Mathematics Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Vlasov P.A. — Cand. Sc. (Phys.-Math.), Assoc. Professor, Mathematical Simulation Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Volkov I.K. — Dr. Sc. (Phys.-Math.), Professor, Professor, Mathematical Simulation Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Attetkov A.V., Vlasov P.A., Volkov I.K. A Similarity Solution to the Heat Transfer Problem for an Isotropic Half-Space Featuring a Film-Coated Moving Boundary. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Mashinostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Mech. Eng.], 2017, no. 5, pp. 89–97. DOI: 10.18698/0236-3941-2017-5-89-97