

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ ПО ДЕФОРМИРУЕМОЙ ОПОРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ДВУХЗВЕННОГО СЕДЕЛЬНОГО АВТОПОЕЗДА С АКТИВНЫМ ПОЛУПРИЦЕПНЫМ ЗВЕНОМ

В.А. Горелов  
Б.В. Падалкин  
О.И. Чудаков

gvas@mail.ru  
padalkin@bmstu.ru  
ochi88@mail.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

---

### Аннотация

Приведена математическая модель прямолинейной динамики по деформируемому опорному основанию двухзвенного седельного автопоезда в составе четырехосного тягача с индивидуальным приводом колес и трехосного полуприцепа. При разработке модели использован подход к прогнозированию свойств движителя в составе колесной машины, основанный на использовании тягово-сцепных и энергетических характеристик, полученных при экспериментальных исследованиях. Представлены методика и измерительно-испытательный комплекс для исследований взаимодействия движителей с опорной поверхностью в целях получения тягово-энергетических и тягово-сцепных характеристик. Описана методика использования экспериментальных характеристик при имитационном моделировании прямолинейной динамики седельного автопоезда. Приведены результаты теоретических исследований движения автопоезда на подъем при различных вариантах привода колес полуприцепа. Обосновано, что одним из перспективных направлений развития систем полного привода седельных автопоездов является синтез законов управления приводом полуприцепных звеньев, в том числе и на основе анализа силовых факторов в сцепном устройстве

### Ключевые слова

*Активный автопоезд, энергоэффективность, движитель, индивидуальный привод, проходимость, математическая модель, имитационное моделирование*

Поступила в редакцию 01.11.2016  
© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017

---

*Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках договора №11-38-07/15 от 29.07.2015 г. между ПАО «КАМАЗ» и Московским государственным машиностроительным университетом («МАМИ»).*

**Введение.** Для развития и эффективного функционирования различных отраслей экономики, а также для обеспечения обороноспособности страны важную роль играет доставка грузов различного назначения. Одним из способов повышения эффективности перевозочной деятельности является увеличение грузо-

подъемности транспортных средств (ТС), что достигается, в частности, за счет применения автомобильных поездов. Еще одним аспектом, обуславливающим широкое применение автопоездов, является необходимость транспортировки специальных грузов (тяжеловесных крупногабаритных и неделимых) по дорогам общего пользования и частично по бездорожью (рис. 1). Однако их применение ограничено из-за недостаточных тяговых свойств, когда речь идет о перевозке тяжелой техники, оборудования и вооружения в тяжелых дорожных условиях [1].



**Рис. 1.** Использование седельных автопоездов для перевозки грузов промышленного (а) и военного (б) назначения в условиях бездорожья

Таким образом, разработка и создание автопоездов, имеющих достаточно высокий уровень тяговой динамики, является весьма актуальной научно-практической задачей, поиск решения которой идет по двум основным направлениям [2]: по пути создания тягачей повышенной мощности и по пути активизации осей (колес) прицепных и полуприцепных звеньев.

Первый способ требует создания специальных многоосных полноприводных тягачей оригинальной конструкции, способных с достаточно большой нагрузкой на сцепном устройстве преодолевать трудные участки местности. Очевидно, что этот путь трудоемкий и затратный по временным ресурсам. Активизация же колес прицепных звеньев (второй способ) позволяет без существенных усложнений и изменений конструкции решить проблему повышения тяговых свойств автопоездов и обеспечения требуемого уровня их проходимости, в том числе при использовании серийно выпускаемых в настоящее время моделей тягачей.

Основные достоинства автопоездов с приводом колес прицепного звена заключаются [3] в повышении проходимости и увеличении средних скоростей движения, грузоподъемности, а также в возможности объединения прицепных звеньев для транспортировки длинномерных и крупногабаритных тяжелых грузов.

Особенностью использования активных автопоездов является наличие в конкретный момент времени большого числа возможных комбинаций режимов работы ведущих колес, что определяется характером распределения мощности между двигателями, т. е. типом трансмиссии. Выбор типа трансмиссии, без-

условно, оказывает существенное влияние на показатели тяговой динамики, проходимости и экономичности автопоезда.

При создании многоприводных колесных машин (к которым относятся и активные автопоезда) наиболее рациональным считается применение электро-механической трансмиссии, которая имеет следующие преимущества [4]:

- характеристика тягового электродвигателя обеспечивает реализацию бесступенчатой передачи мощности на колеса и возможность движения на «ползущих скоростях»;
- значительно сокращается число механических элементов трансмиссии (отсутствуют коробка передач и раздаточная коробка, уменьшается число карданных валов и т. д.);
- появляется возможность индивидуального распределения мощности по колесным движителям в соответствии с внешними условиями, в которых они находятся.

Для решения задачи о повышении энергоэффективности движения автопоездов в различных эксплуатационных условиях разработчики должны располагать инструментом для проведения вычислительных экспериментов и методиками, позволяющими прогнозировать эксплуатационные свойства при разных вариантах конструкции. В настоящее время наиболее эффективным способом оценки принимаемых технических решений и прогнозирования характеристик подвижности ТС на стадии проектирования является имитационное математическое моделирование на ЭВМ. Сложность задачи моделирования движения ТС высокой проходимости обусловлена процессами их взаимодействия с деформируемыми грунтами, имеющими большую неоднородность и сложную структуру, что оказывает существенное влияние на динамику ТС [5]. Эффективность математических моделей движения колесных машин в значительной мере зависит от используемых при моделировании характеристик грунтов. В большинстве известных моделей взаимодействие колесного движителя с грунтовым основанием описывается различными эмпирическими зависимостями, что требует довольно большого набора экспериментальных данных. Подобная формализация не всегда дает высокую сходимость результатов расчетов и натурных экспериментов.

Поэтому целесообразно использовать при моделировании взаимодействия колесного движителя с деформируемым опорным основанием экспериментальные интегральные характеристики, полученные по результатам стендовых или полигонных испытаний, что предложено и апробировано в [6]. При таком подходе характеристики процесса прямолинейного качения колеса в разных случаях движения определяются удельными потерями энергии  $f_w$  (потери энергии при качении на единицу пройденного колесом пути при единичной вертикальной нагрузке), удельной свободной тягой  $\varphi$  (продольная сила, приложенная к оси катящегося колеса, при единичной вертикальной нагрузке на его ось), а также коэффициентом буксования:

$$S_6 = \frac{\omega_k r_{k,c} - V_{xk}}{\omega_k r_{k,c}} = 1 - \frac{r_k}{r_{k,c}},$$

где  $\omega_k$  — угловая скорость вращения колеса;  $r_{k,c}$  — радиус колеса в свободном режиме качения;  $r_k$  — радиус качения колеса ( $r_k = V_{xk}/\omega_k$ );  $V_{xk}$  — скорость центра масс колеса в направлении оси  $X$ .

При проведении экспериментов необходимо определять величины, входящие в уравнение энергетического баланса [7], суть которого заключается в том, что подводимая к равномерно катящемуся колесу энергия расходуется на совершение работы продольной силой и на потери при взаимодействии с опорным основанием:

$$M_k \omega_k = P_x V_{xk} + f_w P_z V_{xk}, \quad (1)$$

где  $M_k$  — крутящий момент, подводимый к оси колеса;  $P_x$  и  $P_z$  — продольная и вертикальная силы, действующие на ось колеса.

По условию проведения эксперимента  $P_x = R_x$  ( $R_x$  — сила взаимодействия колеса с опорным основанием), а  $P_z = R_z$  ( $R_z$  — вертикальная реакция в пятне контакта колеса с опорной поверхностью), тогда запишем выражение для определения удельных энергетических потерь:

$$f_w = \frac{M_k}{P_z} \frac{\omega_k}{V_{xk}} - \frac{P_x}{P_z} = \frac{M_k}{P_z} \frac{\omega_k}{V_{xk}} - \varphi. \quad (2)$$

Величины, входящие в правую часть уравнения (2), определяются в процессе эксперимента. Таким образом, для совокупности дорожных условий могут быть получены тягово-энергетические  $f_w = f(\varphi)$  и тягово-сцепные  $\varphi = f(S_6)$  характеристики.

Экспериментальные исследования, как отмечается в [8], должны проводиться на разных скоростных режимах (для учета реологии опорного основания) при различном числе проходов колеса по колее и разных режимах качения (свободном, ведомом, ведущем, тормозном). Существует два вида испытаний шин: лабораторные и полигонные. Испытания шин в лабораторных условиях по сравнению с полигонными имеют ряд существенных преимуществ: стабильность условий опыта, высокая точность измерений, сокращение затрат времени и средств на проведение испытаний, возможность автоматизации испытаний.

Известны различные конструкции стендов для экспериментальных исследований взаимодействия колесного движителя с деформируемым опорным основанием. Некоторые стенды приведены на рис. 2.

Основным недостатком таких стендов является то, что они рассчитаны на испытания шин ограниченного размера, преимущественно легковых автомобилей. В настоящей работе для получения интегральных характеристик взаимодействия были использованы результаты испытаний шины 28,1R26 (модель ФД-12М) на стенде СИБ-1М, разработанном в Научно-исследовательском трак-



**Рис. 2.** Стенды для испытаний шин на деформируемых опорных поверхностях: а — «Грунтовой канал» МГТУ им. Н.Э. Баумана; б — «Soil bin» университета Гельмута Шмидта (Германия); в — «Активное колесо» МГИУ

торном институте (НАТИ). Этот стенд создан для испытаний тракторных шин, и на нем можно исследовать колеса с шинами большого диаметра при больших вертикальных нагрузках. Колесо в процессе испытаний имеет одну степень подвижности (вращение), а опорная платформа стенда свободно перемещается в продольном направлении (рис. 3).

Испытания шин проводятся при установившемся прямолинейном движении колеса в соответствии с методикой [9]. Тяговое нагружение колеса осуществляется ступенчато в пределах всего интервала изменения силы тяги. По результатам эксперимента получают зависимости  $M_k(P_x)$  и  $r_k(P_x)$ , по которым можно оценить весь комплекс тягово-сцепных характеристик шины:

$$M_k = M_f + r_d P_x;$$

$$r_k = r_{k.c} - a \left( 1 - \sqrt{1 - P_x / P_{x \max}} \right),$$

где  $M_f$  — момент сопротивления при качении колеса в свободном режиме;  $r_d$  — силовой радиус колеса;  $a$  — экспериментальный параметр,  $a = (r_{k.c} - r_{k.пр})$  ( $r_{k.пр}$  — предельное значение радиуса качения при  $P_x = P_{x \max} = \varphi_{\max} P_z$  ( $\varphi_{\max}$  — максимальный коэффициент сцепления колеса с опорной поверхностью);  $P_{x \max}$  — максимальная сила тяги, развиваемая колесом.

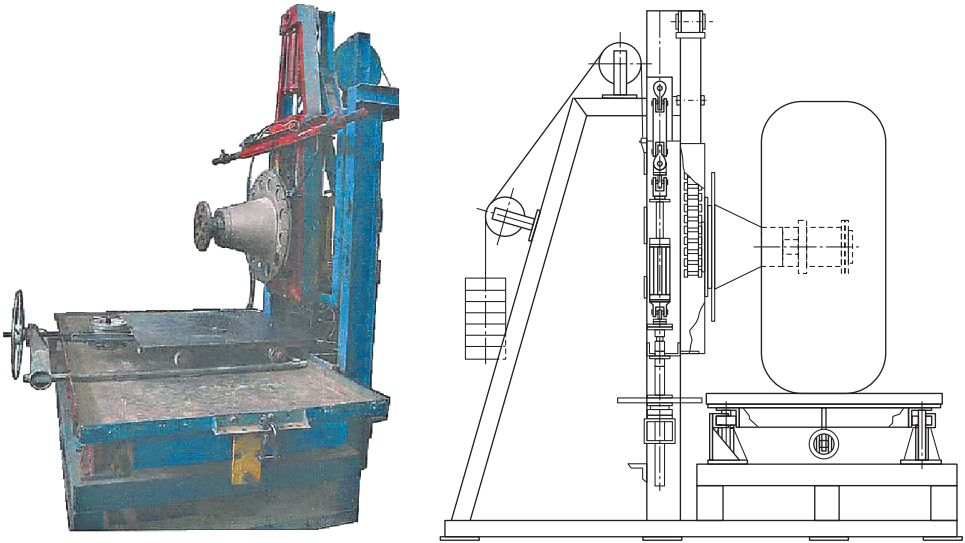


Рис. 3. Стенд СИБ-1М, разработанный в НАТИ

По результатам испытаний определяется показатель энергетической эффективности колеса  $\eta_k$  при заданных значениях вертикальной нагрузки и давления воздуха в шине:

$$\eta_k = P_x r_k / M_k. \quad (3)$$

На рис. 4 приведены результаты испытаний шины ФД-12М (размерность 28,1R26) на деформируемом грунте с влажностью 12 % при вертикальной нагрузке на колесо 42 кН и давлении воздуха в шине 160 кПа.

Для использования экспериментальных характеристик при имитационном математическом моделировании динамики автопоездов необходимо представить полученные результаты в виде тягово-энергетических  $f_w = f(\varphi)$  и тягово-сцепных  $\varphi = f(S_0)$  характеристик. Для этого выразим крутящий момент  $M_k$  из уравнения (1):

$$M_k = \frac{(P_x V_{xk} + f_w P_z V_{xk})}{\omega_k} = (P_x + f_w P_z) r_k.$$

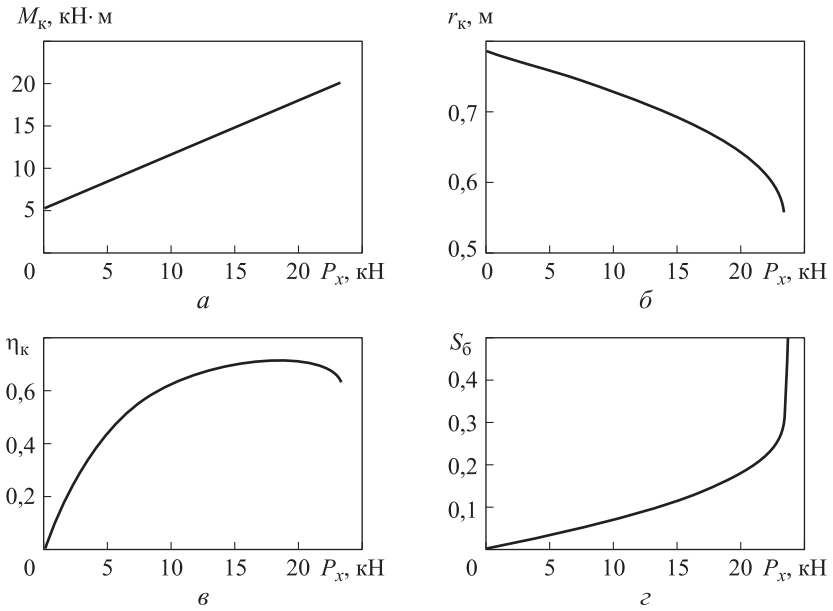


Рис. 4. Экспериментальные характеристики взаимодействия шины 28,1R26 с грунтом

Подставим в полученное выражение значение  $P_x r_k$  из уравнения (3) и запишем

$$M_k = \eta_k M_k + f_w P_z r_k,$$

откуда получим

$$f_w = M_k (1 - \eta_k) / P_z r_k.$$

Зависимость  $\varphi = f(S_\delta)$  получим из графика  $S_\delta(P_x)$  (рис. 4, г), учитывая, что  $\varphi = P_x / P_z$ . Окончательный вид характеристик приведен на рис. 5.

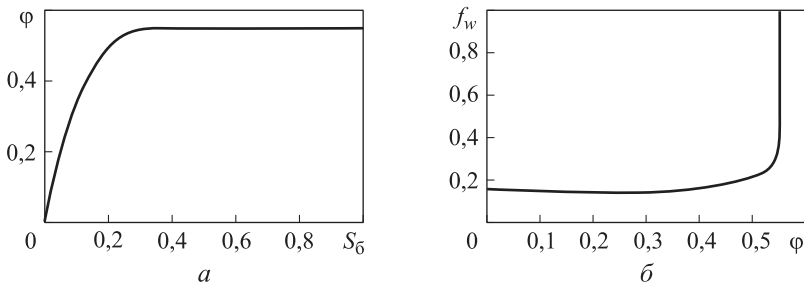


Рис. 5. Характеристики взаимодействия колеса с деформируемым грунтом:  
а — тягово-сцепная; б — тягово-энергетическая

Методика использования экспериментальных характеристик при имитационном моделировании прямолинейной динамики одиночного колеса подробно рассмотрена в [9]. Расчетные схемы одиночного колеса при ведущем и ведомом режимах представлены на рис. 6, динамика колеса при ведущем режиме описывается системой уравнений (4):



$$\begin{aligned} m\dot{V}_{xк} &= \varphi P_z - P_x; \\ J_k \dot{\omega}_к &= M_k - (1 - S_6)(f_w + \varphi) P_z r_{к.с}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $m$  — масса, приходящаяся на колесо;  $\dot{V}_{xк}$  — продольное ускорение центра масс колеса;  $J_k$  — момент инерции колеса относительно оси вращения;  $\dot{\omega}_к$  — угловое ускорение колеса.

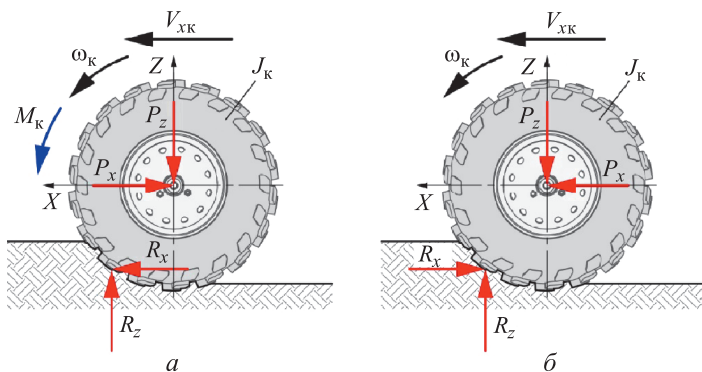


Рис. 6. Расчетная схема движения колеса по деформируемому опорному основанию: а, б — ведущий и ведомый режимы

В настоящей работе приведенный в [6] подход к моделированию взаимодействия движителя на ведущем режиме с деформируемой опорной поверхностью распространяется также на случай ведомого режима. Сделано допущение о том, что при определении коэффициента буксования (юз) при качении ведомого колеса в случае бульдозерного вытеснения грунта можно воспользоваться зависимостью для тормозного режима качения:

$$S_6 = \frac{V_{xк} - \omega_к r_{к.с}}{V_{xк}} = 1 - \frac{r_{к.с}}{r_к}.$$

Соответственно система уравнений для качения колеса на ведомом режиме будет иметь вид

$$\begin{aligned} m\dot{V}_{xк} &= P_x - \varphi P_z; \\ J_k \dot{\omega}_к &= (\varphi - f_w) P_z r_{к.с} / (1 - S_6). \end{aligned}$$

**Математическая модель движения автопоезда.** Для решения широкого круга задач, связанных с тяговой динамикой и проходимостью, создана математическая модель движения двухзвенного седельного автопоезда. При разработке математической модели сделаны следующие основные допущения:

- рассматривается прямолинейное движение автопоезда по ровному деформируемому опорному основанию;
- система симметрична относительно продольной оси автопоезда, т. е. условия движения левого и правого бортов одинаковые;
- колеса одного борта также находятся в одинаковых условиях;
- определение нормальных реакций движителей при взаимодействии с опорной поверхностью происходит с допущением о совместности деформаций



упругих элементов (концы векторов всех нормальных реакций лежат в одной плоскости) [10];

- деформация грунта задается не через его непосредственные физические характеристики, а как удельные потери энергии при качении колеса по ровному основанию;
- данные стационарных режимов переносятся на исследование неустановившихся режимов качения движителей.

Построение математической модели движения седельного автопоезда рассмотрено на примере четырехосного автомобиля-тягача с индивидуальным приводом колес и активного трехосного полуприцепа. Расчетная схема движения звеньев автопоезда, представленная на рис. 7, принята с учетом характера решаемой задачи и описывается соответствующими уравнениями динамики (5):

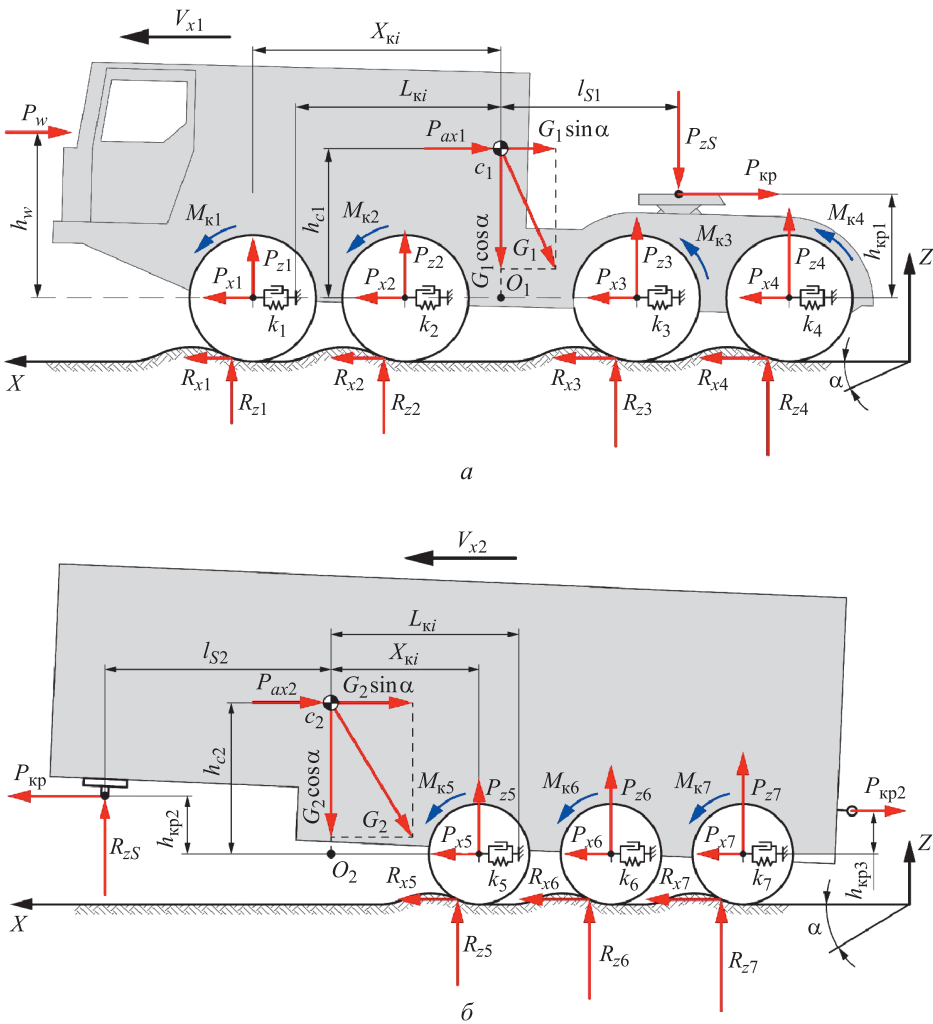


Рис. 7. Расчетная схема движения звеньев автопоезда по деформируемому опорному основанию:

а — полноприводный тягач; б — активный (полноприводный) полуприцеп

$$\begin{aligned}
m_1 \dot{V}_{x1} &= 2 \sum_{i=1}^4 P_{xi} - G_1 \sin \alpha - P_w - P_{кр}; \\
J_{ki} \dot{\omega}_{ki} &= M_{ki} - (1 - S_{\delta i}) (f_{wi} + \varphi_i) R_{zi} r_{k.c}; \\
m_{ki} \dot{V}_{xki} &= \varphi_i R_{zi} - P_{xi} - m_{ki} g \sin \alpha.
\end{aligned} \tag{5}$$

В системе уравнений (5) приняты следующие обозначения:  $i$  — номер оси автопоезда;  $m_1$  — масса тягача;  $\dot{V}_{x1}$  — продольное ускорение центра масс тягача;  $P_{xi}$  — сила, действующая на корпус тягача со стороны колес  $i$ -й оси;  $G_1$  — масса тягача;  $P_{кр}$  — сила на крюке тягача;  $P_w$  — сила сопротивления воздуха;  $M_{ki}$  — крутящий момент, подводимый к колесам  $i$ -й оси;  $m_{ki}$  — масса колес  $i$ -й оси;  $g$  — ускорение свободного падения;  $\alpha$  — угол наклона опорной поверхности.

Уравнения динамики для активного и пассивного полуприцепов имеют вид:

$$\begin{aligned}
m_2 \dot{V}_2 &= 2 \sum_{i=5}^7 P_{xi} - G_2 \sin \alpha + P_{кр} - P_{кр2}; \\
J_{ki} \dot{\omega}_{ki} &= M_{ki} - (1 - S_{\delta i}) (f_{wi} + \varphi_i) R_{zi} r_{k.c}; \\
m_{ki} \dot{V}_{xki} &= \varphi_i R_{zi} - P_{xi} - m_{ki} g \sin \alpha;
\end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}
m_2 \dot{V}_2 &= P_{кр} - 2 \sum_{i=5}^7 P_{xi} - G_2 \sin \alpha - P_{кр2}; \\
J_{ki} \dot{\omega}_{ki} &= \frac{1}{(1 - S_{\delta i})} (\varphi_i - f_{wi}) R_{zi} r_{k.c}; \\
m_{ki} \dot{V}_{xki} &= P_{xi} - \varphi_i R_{zi} - m_{ki} g \sin \alpha,
\end{aligned} \tag{7}$$

где  $m_2$  — масса полуприцепа;  $V_{x2}$  — продольное ускорение центра масс полуприцепа;  $P_{xi}$  — сила, действующая на корпус полуприцепа со стороны колес  $i$ -й оси;  $P_{кр2}$  — сила на крюке полуприцепа;  $G_2$  — масса полуприцепа.

Силу, действующую на корпус тягача со стороны колес по оси  $X$ , запишем как

$$P_{xi} = (X_{ki} - L_{ki}) C_{подв} + (V_{xki} - V_{x1}) B_{подв}, \tag{8}$$

где  $C_{подв}$  — коэффициент жесткости подвески в продольном направлении;  $B_{подв}$  — коэффициент демпфирования подвески в продольном направлении;  $X_{ki}$  — расстояние от центра масс тягача до оси колес  $i$ -й оси;  $L_{ki}$  — расстояние от центра масс тягача до точки крепления подвески по оси  $X$ ;  $V_{x1}$  — скорость центра масс автомобиля-тягача.

Аналогично определяются силы, действующие на корпус активного полуприцепа, а для пассивного звена зависимость (8) принимает следующий вид:

$$P_{xi} = (L_{ki} - X_{ki}) C_{подв} + (V_{x2} - V_{xki}) B_{подв},$$

где  $V_{x2}$  — скорость центра масс полуприцепа.

Вертикальные реакции в пятне контакта колес  $i$ -й оси с опорной поверхностью определяются зависимостью

$$R_{zi} = P_{zi} + m_{ki}g \cos \alpha,$$

$P_{zi}$  определяются с помощью следующей системы уравнений:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^4 P_{zi} &= G_1 \cos \alpha + P_{zs}; \\ \sum_{i=1}^4 P_{zi}L_{ki} + P_w h_w + P_{ax1} h_{c1} + P_{zs} l_{s1} + P_{kp} h_{kp1} + G_1 \sin \alpha h_{c1} + \sum_{i=1}^4 M_{ci} &= 0; \\ P_{z1} (L_{k2} - L_{k3}) + P_{z2} (L_{k3} - L_{k1}) + P_{z3} (L_{k1} - L_{k2}) &= 0; \\ P_{z1} (L_{k2} - L_{k4}) + P_{z2} (L_{k4} - L_{k1}) + P_{z4} (L_{k1} - L_{k2}) &= 0, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $h_w$  и  $h_{c1}$  — расстояние по оси  $Z$  от оси колес тягача до точки приложения силы сопротивления воздуха и центра тяжести тягача;  $P_{ax1}$  — сила инерции тягача ( $P_{ax1} = m_1 \dot{V}_1 h_{c1}$ );  $l_{s1}$  — расстояние от центра масс тягача до седельно-сцепного устройства (ССУ);  $h_{kp1}$  — расстояние от оси колес тягача до ССУ по оси  $Z$ ;  $M_{ci}$  — момент сопротивления движению, приведенный к  $i$ -й оси.

Первое уравнение из системы (9) получено из условия равенства суммы нормальных реакций массе машины. Для седельного автопоезда к массе тягача добавляется вертикальная составляющая нагрузки на ССУ, которая обозначена как  $P_{zs}$ . Изменение этой нагрузки в процессе движения может достигать значительной величины и оказывает серьезное влияние на динамику автопоезда. Второе уравнение получено из условия равенства моментов, действующих на автомобиль в соответствии с возникшим ускорением. Остальные уравнения получены из допущения, что концы векторов сил нормальных реакций лежат в одной плоскости.

Момент сопротивления движению определяется следующим соотношением:

$$M_{ci} = (1 - S_{6i})(f_{wi} + \varphi_i)P_{zi} r_{k.c.}$$

Аналогично определяются нормальные реакции, действующие на колеса полуприцепа:

$$\begin{aligned} \sum_{i=5}^7 P_{zi} + R_{zs} &= G_2 \cos \alpha; \\ \sum_{i=5}^7 P_{zi}L_{ki} + R_{zs} l_{s2} + P_{ax2} h_{c2} + G_2 \sin \alpha h_{c2} + \sum_{i=5}^7 M_{ci} - P_{kp} h_{kp2} + P_{kp2} h_{kp3} &= 0; \\ R_{zs} (L_{k5} - L_{k6}) + P_{z5} (L_{k6} - l_{s2}) + P_{z6} (l_{s2} - L_{k5}) &= 0; \\ R_{zs} (L_{k5} - L_{k7}) + P_{z5} (L_{k7} - l_{s2}) + P_{z7} (l_{s2} - L_{k5}) &= 0, \end{aligned}$$

где  $R_{zs}$  — нормальная реакция от ССУ;  $h_{c2}$  — расстояние от оси колес полуприцепа до центра тяжести полуприцепа по оси  $Z$ ;  $P_{ax2}$  — сила инерции полуприцепа;  $l_{s2}$  — расстояние от центра масс полуприцепа до ССУ;  $h_{kp2}$  и  $h_{kp3}$  — расстоя-

ние по оси  $Z$  от оси колес полуприцепа до ССУ и сцепного устройства соответственно.

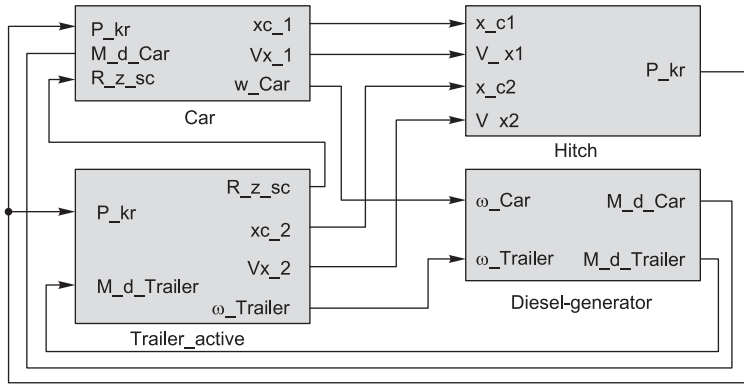
Продольная составляющая связи тягача и полуприцепа реализуется через силу на крюке, которая вычисляется по следующей зависимости [11]:

$$P_{кр} = (X_{c1} - X_{c2})C_0 + (V_{x1} - V_{x2})B_0,$$

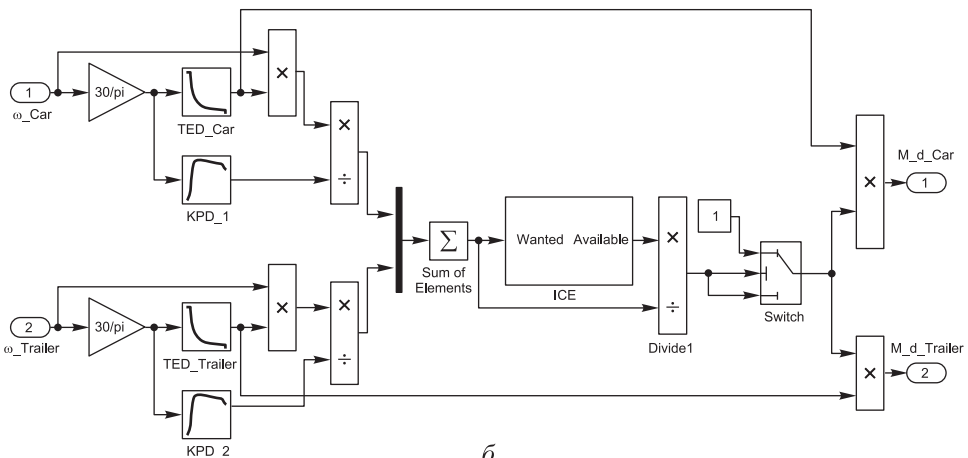
где  $C_0$  — коэффициент жесткости сцепного устройства в продольном направлении;  $B_0$  — коэффициент сопротивления демпфера сцепного устройства в продольном направлении;  $X_{c1}$  и  $X_{c2}$  — координата по оси  $X$  центра масс тягача и полуприцепа.

Выбор коэффициентов  $C_0$  и  $B_0$  основан на рекомендациях, приведенных в [12].

Разработанная математическая модель реализована в среде имитационного математического моделирования динамических систем Simulink программного комплекса MATLAB. Блок-схема модели (рис. 8, а) включает в себя четыре основ-



а



б

**Рис. 8.** Блок-схемы математической модели движения седельного автопоезда (а) и дизель-генераторной установки (б)

ные подсистемы: «Car», в которой моделируется движение автомобиля-тягача, «Trailer», в которой моделируется движение полуприцепа, «Hitch», в которой рассчитывается продольная составляющая нагрузки на ССУ и «Diesel-generator», в которой моделируется силовая установка автопоезда (рис. 8, б).

При моделировании силовой установки были использованы характеристики двигателей, представленные на рис. 9. Характеристика дизельного двигателя задана в блоке одномерной таблицы. Вектором входных значений является частота вращения, а вектором выходных — мощность дизель-генераторной установки (рис. 9, а). В характеристике тягового электродвигателя (ТЭД) учтен КПД, который показывает отношение развиваемой мощности к потребляемой в случае работы по внешней характеристике (рис. 9, б). При реализации модели дизель-генераторной установки использованы результаты стендовых испытаний (рис. 9, в).

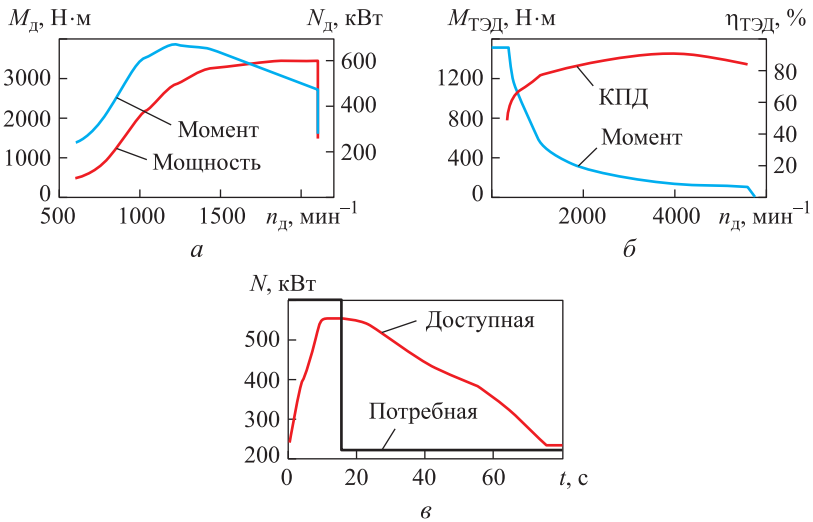


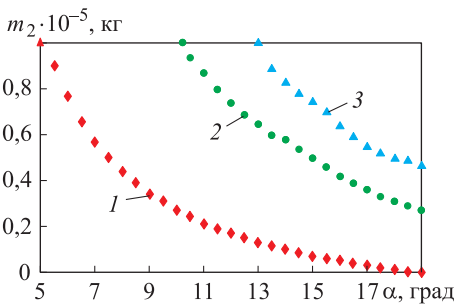
Рис. 9. Характеристики: дизельный двигатель (а), ТЭД (б), дизель-генератор (в)

**Результаты расчетов.** С помощью разработанной математической модели выполнена оценка эффекта, который дает использование привода колес прицепного звена. В качестве оценочного показателя тяговой динамики автопоездов при моделировании принято максимальное значение угла преодолеваемого подъема. Методика проведения вычислительного эксперимента состоит в следующем: автопоезд начинает движение после предварительной остановки на подъеме. Испытание считается пройденным, если автопоезд смог развить устойчивую скорость движения на подъеме.

В качестве объекта исследований выбран двухзвенный седельный автопоезд полной массой 115 000 кг (максимальная масса полуприцепа 90 000 кг), базовый вариант — автопоезд с пассивным полуприцепом. Альтернативные варианты отличаются тем, что в них реализован привод колес полуприцепа. Трансмиссия тягача и полуприцепа — электромеханическая, выполненная по схеме электро-

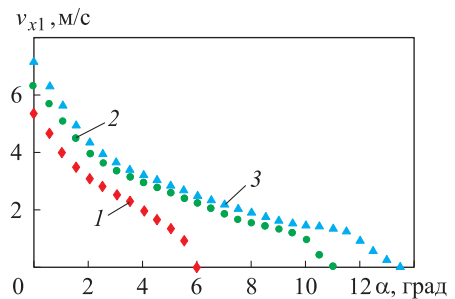
мотор–колесо. В базовом варианте привод каждого колеса тягача реализован с помощью ТЭД мощностью 60 кВт (см. рис. 9, б). Таким образом, суммарная мощность всех ТЭД тягача составляет 480 кВт. Мощность тяговых электродвигателей активного автопоезда подобрана таким образом, чтобы удельная мощность всех вариантов была одинакова. Частичные характеристики ТЭД были получены путем умножения на коэффициент использования мощности.

Рассмотрены три варианта распределения мощности между звеньями автопоезда: в первом вся мощность подводится к колесам тягача (базовый вариант); во втором и третьем часть общей мощности (25 % и 50 %) подводится к колесам полуприцепа. Характеристики взаимодействия движителя с опорным основанием приведены на рис. 5 ( $\varphi_{\max} = 0,55$ ;  $f_{\text{н0}} = 0,16$ ). Вычислительные эксперименты проводили при различной массе полуприцепа. Определяли угол преодолеваемого подъема при максимально возможной в заданных условиях массе автопоезда. Кроме того, определяли максимальную скорость автопоезда полной массы при движении на подъем при разных углах наклона опорной поверхности. Результаты расчетов представлены на рис. 10 и 11.



**Рис. 10.** Зависимость максимальной транспортируемой массы полуприцепа от угла преодолеваемого подъема для различных случаев распределения мощности силовой установки между звеньями:

1 — базовый вариант; 2, 3 — 25 %, 50 % общей мощности на полуприцеп



**Рис. 11.** Зависимость максимальной скорости автопоезда от угла преодолеваемого подъема для разных случаев распределения мощности силовой установки между звеньями (кривые 1, 2, 3 — см. рис. 10)

Анализ этих результатов позволил сделать вывод, что при движении на рассмотренном опорном основании активизация колес полуприцепа приводит к увеличению угла преодолеваемого подъема. Автопоезд полной массы базового варианта теряет подвижность при угле подъема  $6^\circ$ , при втором варианте (45/20) преодолеваемый угол подъема увеличился до  $11^\circ$ , при третьем (30/40) — до  $13,5^\circ$ . Из рис. 11 следует, что автопоезд базового варианта развивает наименьшую скорость по сравнению с автопоездами двух других вариантов как при движении по горизонтальной поверхности, так и на подъеме.

**Выводы.** 1. Разработана модель и программа расчета, которая позволяет исследовать динамику двухзвенного седельного автопоезда при прямолинейном

движении по деформируемым опорным поверхностям. С помощью разработанной модели можно прогнозировать тягово-динамические свойства и определять рациональные соотношения мощности на колесах тягача и полуприцепа, что позволит повысить энергоэффективность движения автопоезда в тяжелых дорожных условиях.

2. На основе проведенных вычислительных экспериментов с помощью разработанной модели было подтверждено, что при движении по деформируемым опорным поверхностям ухудшение тягово-динамических свойств вызывается недостаточной сцепной массой автопоезда. В результате расчетов выявлено, что автопоезд базового варианта при полной массе может потерять подвижность при продольном уклоне более  $6^\circ$ , что явно недостаточно при движении на местности. Земная поверхность с уклонами  $6^\circ \dots 17^\circ$  составляет  $\sim 23\%$ , а с уклонами более  $17^\circ$  примерно  $19\%$  [5]. Одиночный тягач (без полезной нагрузки) способен преодолевать подъемы до  $19^\circ$ , в то время как использование его в составе активного автопоезда позволяет преодолевать тот же подъем с полезной нагрузкой до  $47\%$ .

3. Созданный математический аппарат и программа расчетных исследований могут быть использованы при разработке автоматических систем управления активным приводом, решения научной и практической задачи по оптимизации параметров распределения мощности с использованием различных электронных систем управления, в том числе на основе анализа силовых факторов в сцепном устройстве [13].

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Жирный Р.И., Котиев Г.О.* Решение транспортных задач в условиях Крайнего Севера // Газовая промышленность. 2009. № 7. С. 78–81.
2. *Горелов В.А., Чудаков О.И.* Анализ конструктивных схем привода колес прицепных звеньев активных автопоездов // Известия МГТУ «МАМИ». 2016. № 1. С. 16–24.
3. *Белоусов Б.Н., Попов С.Д.* Колесные транспортные средства особо большой грузоподъемности. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. 728 с.
4. *Шпак Ю.А., Павлушков Б.Э., Демик В.В., Кулаков Н.А.* Специальное колесное шасси БАЗ М 6910Э с электрической трансмиссией // Автомобильная промышленность. 2010. № 1. С. 9–11.
5. *Агейкин Я.С., Вольская Н.С.* Динамика колесной машины при движении по неровной грунтовой поверхности. М.: МГИУ, 2003. 124 с.
6. *Котиев Г.О., Серебрянный И.В.* Повышение проходимости автомобиля за счет рационального распределения потоков мощности по колесам // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2008. Спец. вып. С. 193–201.
7. *Ларин В.В.* Теория движения полноприводных колесных машин. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. 391 с.
8. *Рождественский Ю.Л.* Анализ и прогнозирование тяговых качеств колесных движителей планетоходов. Дис. ... канд. техн. наук. М., 1982. 260 с.
9. *Горелов В.А., Котиев Г.О.* Моделирование прямолинейного движения полноприводной колесной машины по несвязным грунтам // Труды НАМИ. 2009. № 241. С. 25–39.



10. *Рождественский Ю.Л., Машков К.Ю.* О формировании реакций при качении упругого колеса по недеформируемому основанию // Труды МВТУ. 1982. № 390. С. 56–64.
11. *Горелов В.А.* Математическое моделирование движения многозвенных колесных транспортных комплексов с учетом особенностей конструкций сцепных устройств // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2012. № 2.  
URL: <http://technomag.bmstu.ru/doc/343394.html>
12. *Закин Я.Х., Шукин М.М., Марголис С.Я.* Конструкции и расчет автомобильных поездов / под ред. Я.Х. Закина. М.: Машиностроение, 1968. 331 с.
13. *Василевский В.И.* Алгоритм бортовой системы мониторинга процесса торможения седельного автопоезда на основе измерения и анализа силовых факторов. Дис. ... канд. техн. наук. Могилёв, 2013. 131 с.

**Горелов Василий Александрович** — д-р техн. наук, профессор кафедры «Колесные машины» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5).

**Падалкин Борис Васильевич** — канд. техн. наук, первый проректор — проректор по учебной работе МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5).

**Чудаков Олег Игоревич** — ассистент кафедры «Колесные машины» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5).

#### **Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:**

Горелов В.А., Падалкин Б.В., Чудаков О.И. Математическая модель прямолинейного движения по деформируемой опорной поверхности двухзвенного седельного автопоезда с активным полуприцепным звеном // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2017. № 2. С. 121–138. DOI: 10.18698/0236-3941-2017-2-121-138

## **MATHEMATICAL MODEL OF LINEAR MOTION ON THE DEFORMABLE SUPPORTING SURFACE OF THE TWO-LINK ROAD TRAIN WITH AN ACTIVE SEMITRAILER**

**V.A. Gorelov**  
**B.V. Padalkin**  
**O.I. Chudakov**

[gvas@mail.ru](mailto:gvas@mail.ru)  
[padalkin@bmstu.ru](mailto:padalkin@bmstu.ru)  
[ochi88@mail.ru](mailto:ochi88@mail.ru)

**Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation**

#### **Abstract**

The study presents a mathematical model of linear motion on the deformable supporting surface of the two-link road train as a part of the four-axle tractor with an individual drive and a three-axle semitrailer. To construct this model, we used an approach to the prediction of propulsion unit properties based on towing and power characteristics obtained during the experimental testing.

#### **Keywords**

*Active road train, energy efficiency, propulsion unit, individual wheel drive, off-road capability, mathematical model, simulation*

In order to obtain power and towing characteristics, we focus on the methodology and testing facility for studying the interaction between the wheels and the supporting surface. Furthermore, we describe a method of using experimental characteristics in simulating the linear dynamics of the two-link semitrailer truck. The developed mathematical model of the four-axle tractor and three-axle semitrailer was implemented in the MATLAB® Simulink. We give the results of theoretical studies of road train uphill movements with different semitrailer wheel drives. Findings of the research show that one of the promising directions in developing all-wheel drive systems of the semitrailer truck is the synthesis of the law of rational control over semitrailer drive system, including the analysis of the power factors in the coupling device

---

## REFERENCES

- [1] Zhirny P.I., Kotiev G.O. Reshenie transportnykh zadach v usloviyakh Kraynego Severa [Solving transport problems under Extreme North conditions]. *Gazovaya promyshlennost'*, 2009, no. 7, pp. 78–81 (in Russ.).
- [2] Gorelov V.A., Chudakov O.I. Analysis of design schemes of combination of vehicles towing elements wheel drives. *Izvestiya MGTU "MAMI"*, 2016, no 1, pp. 16–24 (in Russ.).
- [3] Belousov B.N., Popov S.D. Kolesnye transportnye sredstva osobo bol'shoy gruzopod'emnosti [Outsized wheeled vehicles]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2006. 728 p.
- [4] Shpak Yu.A., Pavlushkov B.E., Demik V.V., Kulakov N.A. The special wheel chassis BAZ M 6910E with electric transmission. *Avtomobil'naya promyshlennost'* [Automotive Industry], 2010, no. 1, pp. 9–11 (in Russ.).
- [5] Ageykin Ya.S., Vol'skaya N.S. Dinamika kolesnoy mashiny pri dvizhenii po nerovnoy gruntovoy poverkhnosti [Wheeled vehicle dynamics while driving on uneven soft surface]. Moscow, MGIU Publ., 2003. 124 p.
- [6] Kotiev G.O., Serebrennyy I.V. Rising vehicle flotation by efficient allocation of power paths on the wheels. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Mashinost.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Mechan. Eng.], 2008, Spec. iss., pp. 193–201.
- [7] Larin V.V. Teoriya dvizheniya polnoprivodnykh kolesnykh mashin [Motion theory of four-wheel drive machine]. Moscow, Bauman Publ., 2010. 391 p.
- [8] Rozhdestvenskiy Yu.L. Analiz i prognozirovaniye tyagovykh kachestv kolesnykh dvizhiteley planetokhodov: dis. kand. tekhn. nauk [Analysis and predicting of towing performance of planetary rover wheeled running gear: kand. tech. sci. diss.]. Moscow, 1982. 260 p.
- [9] Gorelov V.A., Kotiev G.O. Modelling of an in-line motion of the all-wheel drive wheel car on inconsistent soils. *Trudy NAMI*, 2009, no. 241, pp. 25–39.
- [10] Rozhdestvenskiy Yu.L., Mashkov K.Yu. On reaction formation in elastic wheel rolling on non-deforming basement. *Trudy MVTU*, 1982, no. 390, pp. 56–64.

[11] Gorelov V.A. Mathematical motion simulation of multi-link wheeled transport complexes subject to coupling devices. *Nauka i obrazovanie. MGTU im. N.E. Baumana* [Science and Education: Scientific Publication of BMSTU], 2012, no. 2.

Available at: <http://technomag.bmstu.ru/doc/343394.html>

[12] Zakin Ya.Kh., Shchukin M.M., Margolis S.Ya. Konstruktsii i raschet avtomobil'nykh poezdov [Constructions and calculation of road-trains]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1968. 331 p.

[13] Vasilevskiy V.I. Algoritm bortovoy sistemy monitoringa protsessa tormozheniya sedel'nogo avtopoezda na osnove izmereniya i analiza silovykh faktorov: dis. kand. tekhn. nauk [Algorithm of onboard in-vehicle system monitoring breakage process of bolster road-train using measurement and analysis of power factors]. Mogilev, 2013. 131 p.

**Gorelov V.A.** — Dr. Sc. (Eng.), Professor of Wheeled Vehicles Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation).

**Padalkin B.V.** — Cand. Sc. (Eng.), first vice-rector — vice-rector for academic work, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation).

**Chudakov O.I.** — Assist. Lecturer of Wheeled Vehicles Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation).

**Please cite this article in English as:**

Gorelov V.A., Padalkin B.V., Chudakov O.I. Mathematical Model of Linear Motion on the Deformable Supporting Surface of the Two-Link Road Train with an Active Semitrailer. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Mashinostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Mech. Eng.], 2017, no. 2, pp. 121–138. DOI: 10.18698/0236-3941-2017-2-121-138

---