

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ТЕМПЕРАТУРЫ СОЛНЕЧНЫХ БАТАРЕЙ В РАЗЛИЧНЫХ УСЛОВИЯХ ОРБИТАЛЬНОГО ПОЛЕТА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Н.Н. Астахов

Д.Л. Каргу

В.И. Горбулин

Г.Б. Стеганов

Д.А. Шубин

666cvbnm@mail.ru

dmitrii\_kargu@mail.ru

sgb-22kaf@yandex.ru

Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург,  
Российская Федерация

---

### Аннотация

Смоделирован процесс изменения температурного режима поверхности космического аппарата (КА). На основе анализа углового расстояния от проекции Солнца на поверхность Земли до проекции плоскости орбиты космического аппарата рассчитаны границы теневого, полутеневого и освещенного участков орбит, а также границы продолжительного бестеневого этапа полета космического аппарата. Приведен анализ бестеневых этапов полета космического аппарата для нескольких типовых орбит. На основе обзора литературы по расчетам теневых и освещенных участков орбиты выявлены факторы, которые ранее не учитывались при определении границ участков орбиты: прецессия орбиты космического аппарата, суточное смещение Солнца по эклиптике. Определены параметры, необходимые для расчета интенсивности освещения панелей солнечных батарей. Представлена модель притока энергии от прямого светового потока, отраженного от Земли, лучистого потока и собственного излучения Земли в условиях изменяющихся интенсивности освещения, подстилающей поверхности, положения линии терминатора. Приведен пример расчета температурного режима панелей солнечной батареи КА, находящегося на орбите системы ГЛОНАСС на полутеневом участке орбиты и на участках со средним и максимальным значением времени нахождения в тени. Представлен результат решения дифференциального уравнения, описывающего теплообмен излучением, методом трапеций. Разработана методика расчета температурного режима поверхности КА

### Ключевые слова

*Солнечный световой поток, отраженный поток, альbedo Земли, температурный режим космического аппарата, линия терминатора*

Поступила в редакцию 08.07.2016  
© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016

---

Для решения ряда прикладных задач, например, таких как исследование влияния взаимодействия бортовых токовых контуров с окружающим магнитным полем на динамику движения объекта [1, 2], оптимизация планирования целевого применения космического аппарата (КА) с учетом фактического (прогно-

зируемого) запаса электроэнергии, необходима информация о текущих (прогнозируемых) параметрах функционирования системы электроснабжения, в том числе о мощности генерируемой электроэнергии, которая в значительной степени зависит от температуры солнечных и аккумуляторных батарей.

Аналізу теплового режима КА посвящено большое число научных работ [3–9], в которых детально обоснованы диапазоны допустимых температур окружающей среды, всего КА, а также получены поля температур всех элементов КА. Однако для более точного моделирования процесса генерирования электроэнергии необходимо знать текущие значения температуры в условиях орбитального полета.

Внешняя поверхность КА подвергается воздействию потока энергии, излучаемой Солнцем, планетами и так называемой фоновой радиацией. Солнце является основным источником излучения в околосолнечном пространстве. Излучение планеты состоит из отраженного солнечного излучения и собственного излучения, определяемого ее температурой [1]. Таким образом, суммарный поток энергии, поступающий на КА, определяется следующим выражением (рис. 1):

$$F_{\Sigma} = Q + F_{01} + F_{02}, \tag{1}$$

где  $Q$  — прямой световой поток;  $F_{01}$  — лучистый поток, отраженный от Земли;  $F_{02}$  — собственное излучение Земли.

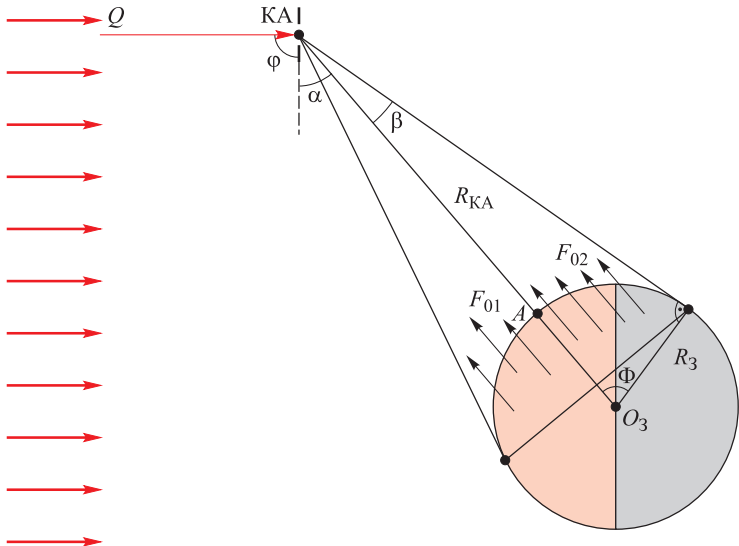


Рис. 1. Поток энергии от излучения Солнца и Земли

Динамика температуры панелей солнечных батарей, как и всего корпуса КА, может быть исследована более полно только с учетом точного определения участка орбиты КА.

**Расчет границ теневого, полутеневого и освещенного участков орбиты КА.** На практике потоки энергии (1), поступающие на КА, изменяются в условиях полета. Наиболее сложным этапом расчета температурного режима на борту КА являет-

ся этап прохождения им теневых и полутеневых участков орбиты. Здесь необходимо достаточно точно рассчитывать моменты начала и окончания полутеневых и теневых участков орбиты, расположение линии терминатора на поверхности Земли и, следовательно, положения КА, Земли, Солнца.

Вопросы расчета теневых и освещенных участков орбиты достаточно подробно рассмотрены в [10–17]. Проведенный анализ литературы позволяет сделать следующие выводы:

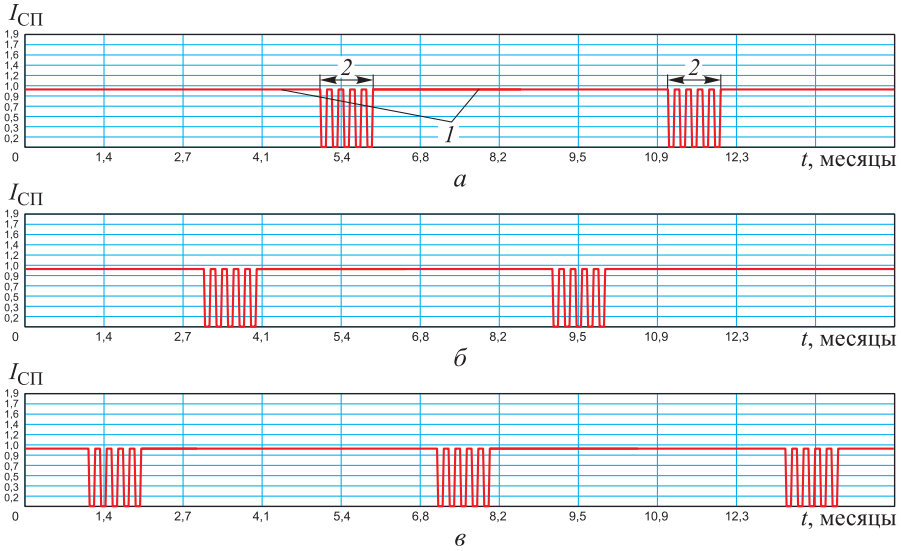
- как правило, область тени описывается прямым круговым цилиндром. Сужение земной тени, вызванное атмосферной рефракцией и геометрическими размерами Солнца, не учитывается;
- для принятых условий во всех рассмотренных источниках в той или иной форме записываются условия пересечения границы освещенного (теневого) участка, а в некоторых из них получены аналитические выражения, позволяющие рассчитать моменты начала и окончания теневых участков орбиты. В одной из публикаций получены соответствующие уравнения и для расчета границ полутеневых участков;
- во всех источниках предполагается, что на исследуемом интервале времени (очередном витке спутника) прецессия плоскости орбиты отсутствует и видимое положение Солнца не изменяется;
- анализ изменения интенсивности светового потока на полутеневых участках орбиты не проводился.

Задача расчета границ освещенных, полутеневых и теневых участков полета КА актуальна для орбит всех типов, поскольку существуют бестеневые этапы, продолжительность которых для нескольких типовых орбит представлена в таблице. Так, для низких круговых орбит с наклоном порядка  $70^\circ$  в течение года такие этапы продолжительностью 10...15 суток повторяются трижды. Для солнечно-синхронных орбит бестеневая этап за год встречается один раз и может продолжаться 140...180 суток и более (при условии отсутствия коррекции орбиты). Дважды в течение года бестеневые этапы бывают для орбит КА системы ГЛОНАСС и геостационарных орбит продолжительностью 150...160 суток.

#### Продолжительность бестеневых этапов полета КА для разных типов орбит

Тип орбиты	Продолжительность этапа бестеневых участков орбиты, сутки	Продолжительность этапа чередующихся освещенных, теневых и полутеневых участков орбиты, сутки
Низкая круговая орбита ( $H = 500$ км, $i = 70^\circ$ )	10–15	90–140
Солнечно-синхронная орбита ( $H = 300$ км)	140–145	215–220
Солнечно-синхронная орбита ( $H = 650$ км)	175–180	180–185
Орбита КА «Глонасс»	140–150	30–40
Геостационарная орбита	155–160	18–22

Таким образом, для орбит разных типов бестеневые этапы полета КА могут составлять от 12 до 95 % общего времени его активного функционирования. Например, на рис. 2 приведена характеристика изменяющихся условий освещенности навигационных спутников для разных плоскостей орбит системы ГЛОНАСС в течение одного года.

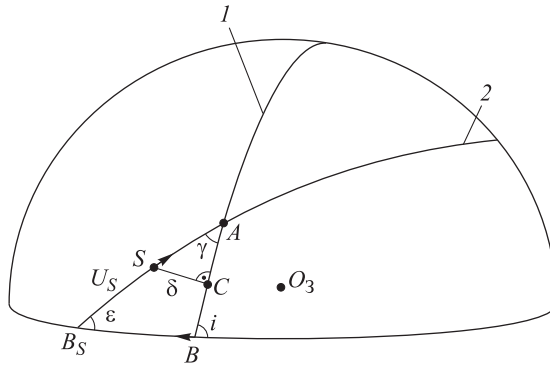


**Рис. 2.** Характеристика изменяющихся условий освещенности (коэффициента, см. далее) для первой (а), второй (б) и третьей (в) плоскостей орбит системы ГЛОНАСС:

1 — продолжительный бестеневой этап полета; 2 — этап чередования полутеневых, тневых и освещенных участков орбиты

На практике часто приходится предварительно определять границы продолжительных бестеневых этапов полета, а на этапе чередующихся полутеневых, тневых и освещенных участков орбиты КА рассчитывать их точные границы и исследовать параметры изменяющегося солнечного светового потока и отраженного от Земли лучистого потока в разных условиях освещенности подстилающей поверхности. В подобных задачах необходимо отметить, что тневые участки возникают тогда, когда Солнце оказывается на определенном расстоянии  $\delta_{\text{пред}}$  вблизи плоскости орбиты (рис. 3).

На рис. 3 представлены северное полушарие невращающейся Земли, проекции на него плоскостей эклиптики и орбиты КА и обозначено:  $O_3$  — центр масс Земли;  $i$  — наклонение плоскости орбиты КА к экватору;  $\Omega = B_3B$  — прямое восхождение восходящего узла орбиты;  $S$  — положение Солнца на эклиптике;  $U_S$  — аргумент широты текущего положения точки  $S$  (отсчитывается от экватора вдоль эклиптики до точки  $S$ );  $\varepsilon$  — наклонение плоскости эклиптики к плоскости экватора;  $\gamma$  — угол некомпланарности между плоскостями орбиты КА и эклиптикой;  $\delta = SC$  — угловое расстояние от точки  $S$  до проекции орбиты КА.



**Рис. 3.** Расчет углового расстояния от проекции Солнца (точка  $S$ ) до орбиты КА:  
 1 — орбита КА; 2 — эклиптика

Динамика рассматриваемого процесса заключается в том, что точка  $S$  перемещается по эклиптике, а плоскость орбиты КА непрерывно прецессирует вдоль экватора. Направления смещения точек  $S$  и  $B$  на рис. 3 отмечены стрелками, причем угловая скорость прецессии  $\dot{\Omega}_{\text{прецесс}}$  восходящего узла считается величиной постоянной и рассчитывается по формулам:

$$\dot{\Omega}_{\text{прецесс}} = 3 \frac{\pi_2 \pi \cos i}{\mu p T_{\text{КА}}}, \quad T_{\text{КА}} = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}},$$

где  $\mu, \pi_2$  — постоянные гравитационного поля Земли;  $a, p, T_{\text{КА}}$  — большая полуось, фокальный параметр орбиты КА и период его обращения по орбите соответственно.

Перемещение точки  $S$  по эклиптике определяется моделью движения Земли по орбите вокруг Солнца. Следует отметить, что когда Солнце располагается достаточно далеко от плоскости орбиты КА, т. е. когда параметр  $p$  велик, то тень от Земли не падает на движущийся спутник (этот участок орбиты является освещенным). В дальнейшем по мере перемещения точки  $S$  и большого круга  $BCA$  по единичной сфере вследствие видимого движения Солнца и прецессии плоскости орбиты параметр  $\delta$  непрерывно изменяет свое значение. Поскольку движение точки  $S$  и прецессии плоскости орбиты не изменяют своего направления, то неизбежна ситуация, когда точка  $S$  окажется в плоскости орбиты КА. Вблизи этого момента будет выполняться условие

$$\delta \leq \delta_{\text{пред}} = \delta_1 + \delta_2. \tag{2}$$

На всем интервале времени  $[t_{\text{нач. т.уо}} \dots t_{\text{оконч. т.уо}}]$ , когда выполняется неравенство (2), тень от Земли будет периодически падать на движущийся по орбите КА. Поэтому данный интервал времени  $[t_{\text{нач. т.уо}} \dots t_{\text{оконч. т.уо}}]$  характеризуется наличием теневых и полутеневых участков орбиты, причем вне этого интервала таковых участков быть не может. Следовательно, задача состоит в нахождении

таких моментов времени  $t^*$ , когда текущее значение расстояния  $\delta(t)$  станет равно заданному  $|\delta(t^*)| = \delta_{\text{пред}}$ .

Таким образом, математическая постановка рассматриваемой задачи расчета границ теневых участков орбиты может быть представлена в следующем виде.

1. Пусть в начальный момент времени  $t_0$  известны параметры орбиты, в том числе прямое восхождение восходящего узла  $\Omega_0 = \Omega(t_0)$  орбиты КА, положение Солнца на эклиптике  $U_{S0} = U_S(t_0)$ .

2. Требуется найти границы ближайшего интервала времени  $[t_{\text{нач. ТУО}} \dots t_{\text{оконч. ТУО}}]$  прохождения КА «Глонасс» теневых участков орбиты, для которых выполняется условие (рис. 4):

$$\delta(t_{\text{нач. ТУО}}) = \delta_{\text{пред}}, \quad \delta(t_{\text{оконч. ТУО}}) = -\delta_{\text{пред}}.$$

3. По правилам сферической тригонометрии из треугольника  $\Delta AB_S B$  (см. рис. 3) находим угол некомпланарности

$$\gamma = \arccos(\cos \varepsilon \cos i + \sin \varepsilon \sin i \cos \Omega(t)),$$

где  $\Omega(t) = \Omega_0 + \dot{\Omega}(t_{\text{тек}} - t_0)$ .

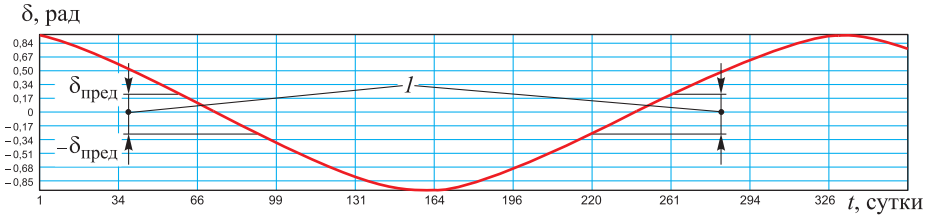


Рис. 4. Определение участков орбиты КА ( $I$  — границы этапа чередования теневых, полутеневых и освещенных участков орбиты)

Из этого же треугольника по мнемоническому правилу Непера находим дугу  $AB_S$ :

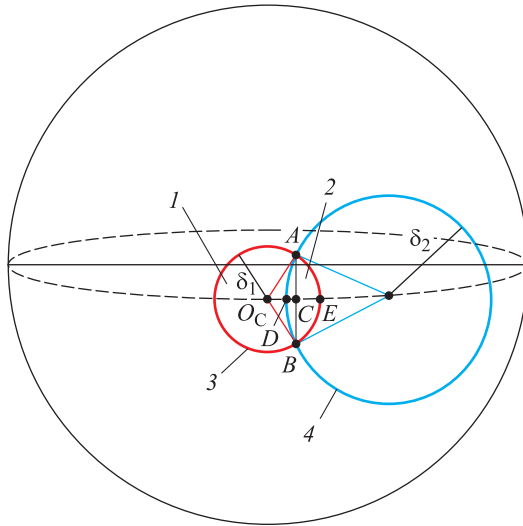
$$\sin(AB_S) = \frac{\sin i \sin \Omega(t)}{\sin \gamma}; \quad \cos(AB_S) = \frac{\cos \gamma \cos \varepsilon - \cos i}{\sin \gamma \sin \varepsilon}.$$

Из рис. 4 следует, что дуга  $AS = AB_S - U_S$ . Из сферического треугольника  $\Delta ASC$  находим  $\delta(t) = \arcsin(\sin \gamma \sin(AS))$ , следовательно,  $t^* \in [t_0, t_k] | f_\delta(t^*) = 0$ , где  $f_\delta(t^*) = \delta(t) - \delta_{\text{пред}}$  ( $t^*$  — корень уравнения  $f_\delta(t^*) = 0$ , определяется численным методом, например методом золотого сечения).

Рассмотрев динамику чередования бестеневых и теневых (полутеневых) участков орбиты, можно более детально проанализировать потоки энергии, поступающие на поверхность КА.

**Расчет интенсивности солнечного светового потока.** Интенсивность прямого светового потока  $Q = C_{\alpha 0} I_{с.п} \cos \varphi$ , поступающего на панель солнечной батареи КА, характеризуется следующими параметрами: постоянной солнечного излучения  $C_{\alpha 0}$  — энергетической освещенностью поверхности, расположенной перпендикулярно солнечным лучам на расстоянии одной астрономической единицы ( $1 \text{ а. е.} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ м}$ ); углом падения светового потока  $\varphi$  на панель солнечной батареи (см. рис. 1); уменьшающим коэффициентом светового потока  $I_{с.п}$ , равным отношению площади видимой части солнечного диска к общей площади солнечного диска.

Для того чтобы рассчитать  $I_{с.п}$ , введем понятие видимых размеров Солнца и Земли. Пусть точки  $O_C$  и  $O_3$  являются проекциями центров масс Солнца и Земли на сферу единичного радиуса, центр которой совпадает с центром масс КА (рис. 5),  $\delta_1$  и  $\delta_2$  — видимые с КА угловые размеры Солнца и Земли, а  $\delta$  — угловое расстояние между направлениями на центры масс Солнца (ЦМС) и Земли (ЦМЗ).



**Рис. 5.** Проекция видимых частей Солнца и Земли на единичную сферу, охватывающую орбиту КА, центром которой является центр масс КА:  
1, 2 — видимая и затененная части солнечного диска; 3, 4 — видимые солнечный и земной диски

Коэффициент  $I_{с.п}$  в фиксированный момент времени представляет собой отношение видимой части солнечного диска к полному солнечному диску:

$$I_{с.п} = \frac{S_{\text{вид.части}}}{S_{\text{солн.диска}}}. \quad (3)$$

Площадь сферического сегмента вычисляется по формуле

$$S_{\text{сферич. сегм}} = 2\pi RH.$$

Поскольку  $R \equiv 1$ ,  $H = R - R \cos \gamma = R(1 - \cos \gamma)$ , то уравнения площадей солнечного и земного дисков будут иметь вид:

$$\begin{aligned} S_{\text{солн. диска}} &= 4\pi \sin^2(\delta_1/2), \quad \delta_1 = \arcsin(R_C/L_C); \\ S_{\text{земн. диска}} &= 4\pi \sin^2(\delta_2/2), \quad \delta_2 = \arcsin(R_3/R_{КА}), \end{aligned} \tag{4}$$

где  $R_C, R_3$  и  $R_{КА}$  — радиусы Солнца, Земли и орбиты КА соответственно;  $L_C$  — расстояние от Солнца до КА.

Для нахождения площади видимой части солнечного диска  $S_{\text{вид.части}}$  необходимо вычислить площадь теневого участка солнечного диска  $S_{\text{тен.части}}$ , которая состоит из площадей сферических треугольников  $\triangle ADB$  и  $\triangle AEB$  (рис. 6).

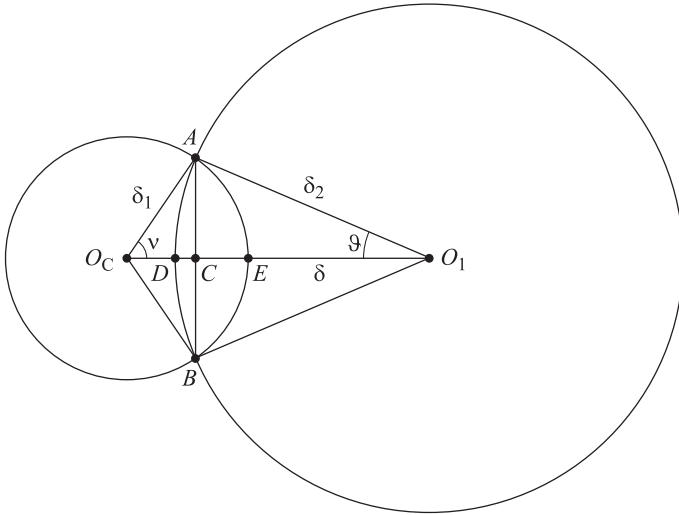


Рис. 6. К расчету площади видимой части солнечного диска

Из сферического треугольника  $\triangle AO_3D$  и соотношения

$$\frac{S_{\text{земн. диска}}}{S_{AO_3D}} \approx \frac{2\pi}{\vartheta};$$

следует, что  $S_{AO_3D} = S_{\text{земн. диска}} \frac{\vartheta}{2\pi}$ .

Вычисляя сферический избыток [1], определяем площадь сферического треугольника  $\triangle AO_3D$ :

$$S_{AO_3C} = [(\pi/2 + \angle O_3AC + \angle \vartheta) - \pi] R^2 \Big|_{R=1} = (\pi/2 + \angle O_3AC + \angle \vartheta) - \pi.$$

Из этого треугольника по теореме косинусов находим угол  $\vartheta$ :

$$\cos \delta_1 = \cos \delta_2 \cos \delta - \sin \delta_2 \sin \delta \cos \vartheta;$$

$$\vartheta = \arccos \left( \frac{\cos \delta_1 - \cos \delta_2 \cos \delta}{\sin \delta_2 \sin \delta} \right).$$



По мнемоническому правилу Непера для сферических треугольников угол  $\angle O_3AC$  определяется так:

$$\cos \delta_2 = \operatorname{ctg} \vartheta \operatorname{ctg} \angle O_3AC;$$

$$\angle O_3AC = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} (\cos \delta_2 \operatorname{tg} \vartheta).$$

Площадь сферического треугольника  $S_{ADC} = S_{AO_3D} - S_{AO_3C}$ :

$$S_{ADC} = S_{\text{земн. диска}} \frac{\vartheta}{2\pi} - \left[ \arccos \left( \frac{\cos \delta_1 - \cos \delta_2 \cos \delta}{\sin \delta_2 \sin \delta} \right) - \operatorname{arctg} (\cos \delta_2 \operatorname{tg} \vartheta) \right].$$

Аналогично находим площадь сферического треугольника  $\Delta AEC$ :

$$S_{AEC} = S_{\text{солн. диска}} \frac{\nu}{2\pi} - \left[ \arccos \left( \frac{\cos \delta_2 - \cos \delta_1 \cos \delta}{\sin \delta_1 \sin \delta} \right) - \operatorname{arctg} (\cos \delta_1 \operatorname{tg} \nu) \right].$$

Таким образом, площадь теневого участка солнечного диска

$$S_{\text{тен. части}} = 2(S_{ADC} + S_{AEC}). \quad (5)$$

После подстановки (4) и (5) в (3) окончательное выражение коэффициента интенсивности светового потока можно записать в виде

$$I_{\text{с.п}} = 1 - \frac{S_{ADC} + S_{AEC}}{2\pi \sin^2 (\delta_1/2)}.$$

**Расчет интенсивности отраженного лучистого потока.** Солнечное излучение, поступающее к Земле, отражается от ее поверхности, от облаков, рассеивается атмосферой. Отраженное излучение влияет на работу солнечных батарей: с одной стороны, дополнительный поток энергии увеличивает температуру батареи, снижая КПД, с другой стороны, если энергия отраженного излучения сосредоточена в спектральном диапазоне, совпадающем с областью чувствительности солнечных элементов, то выходная мощность батареи увеличивается. Однако, чтобы с успехом использовать отраженное излучение, батарею необходимо определенным образом расположить в пространстве [10] (см. рис. 1).

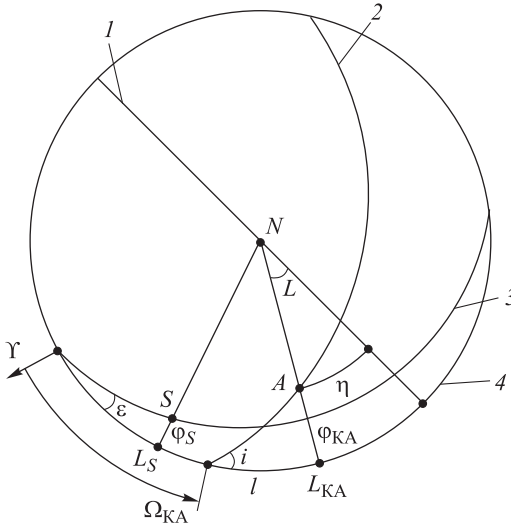
Интенсивность отраженного лучистого потока характеризуется следующими величинами:

- постоянной солнечного излучения  $C_{\alpha 0}$ ;
- альбедо  $A$  поверхности — это отношение потока излучения, отраженного этой поверхностью в окружающее пространство, к потоку, упавшему на нее. Для земной поверхности среднее значение альбедо составляет примерно 0,34 [10];
- уменьшающим коэффициентом  $I_{\text{л.п}}$ , равным отношению освещенной части подспутниковой поверхности к общей, видимой с КА, поверхности Земли;
- углом  $\alpha$  падения отраженного лучистого потока на ПСБ;

- углом  $\beta$  видимости КА подстилающей поверхности Земли

$$F_{01} = AC_{\alpha 0} I_{л.п} \cos \alpha \cos \beta.$$

Для оценки  $I_{л.п}$  считается, что дневная и ночная полусферы Земли равновелики. В этом случае плоскость терминатора (условная граница дневной и ночной частей поверхности Земли) проходит через центр масс Земли (рис. 7).



**Рис. 7.** Проекция Земли (вид сверху) и проекции на нее плоскостей эклиптики и орбиты МКА:

1 — линия терминатора; 2 — плоскость КА; 3 — эклиптика; 4 — экватор Земли

По уравнениям сферической тригонометрии можно найти угловое расстояние  $\eta$  от подспутниковой точки до линии терминатора: из  $\triangle ABC$  — широту КА  $\varphi_{КА}$ , а затем дугу  $l$ :

$$\varphi_{КА} = \arcsin(\sin i \sin U_{КА});$$

$$\cos l = \cos U_{КА} / \cos \varphi_{КА}, \quad \sin l = \cos i \sin U_{КА} / \cos \varphi_{КА}.$$

Из треугольника  $\triangle DES$  определим широту  $\varphi_S$  и долготу  $L_S$  Солнца:

$$\varphi_S = \arcsin(\sin \varepsilon \sin U_S);$$

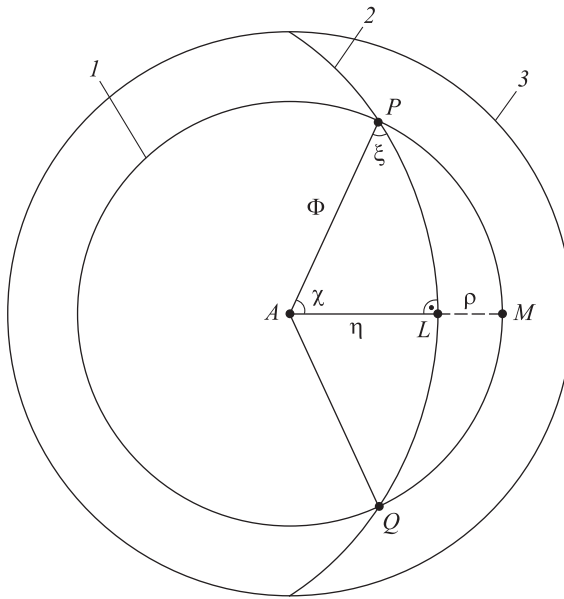
$$\cos L_S = \cos U_S / \cos \varphi_S, \quad \sin L_S = \cos i \sin U_S / \cos \varphi_S.$$

Как видно на рис. 8, долгота КА  $L_{КА} = \Omega_{КА} + l$ . Поскольку линия терминатора перпендикулярна дуге  $SN$ , то справедливо равенство

$$L = L_S + \pi/2 - L_{КА}.$$

Тогда выражение для искомого углового расстояния  $\eta$  будет иметь следующий вид:

$$\eta = \arcsin(\sin L \cos \varphi_{КА}).$$



**Рис. 8.** Проекция Земли (вид с КА) и проекции на нее плоскости терминатора и подспутниковой поверхности:

1 — подспутниковая поверхность; 2 — линия терминатора; 3 — экватор Земли

Коэффициент интенсивности лучистого потока представляет собой отношение освещенной части подспутниковой поверхности к общей, видимой с КА поверхности Земли:

$$I_{л.п} = \frac{S_{осв. части}}{S_{подспуг. пов}}. \quad (6)$$

Площадь подспутниковой поверхности вычисляется по формуле

$$S_{подспуг. пов} = 4\pi \sin^2(\Phi/2). \quad (7)$$

Чтобы определить площадь освещенной части подспутниковой поверхности  $S_{осв. части}$ , необходимо найти площадь теневого участка этой поверхности  $S_{тен. части}$ , т. е. площади сферического двуугольника  $PMQL$ , состоящего из двух одинаковых сферических треугольников  $\Delta PML$  и  $\Delta MQL$  (см. рис. 8).

Из сферического треугольника  $\Delta APM$  и соотношения

$$\frac{S_{сферич. сегм}}{S_{APM}} \because \frac{2\pi}{\chi};$$

следует, что

$$S_{APM} = S_{сферич. сегм} \frac{\chi}{2\pi}.$$

Площадь сферического треугольника  $\Delta APL$  можно записать так

$$S_{APL} = [(\chi + \xi + \pi/2) - \pi] R^2 \Big|_{R=1} = (\chi + \xi + \pi/2) - \pi.$$

Из этого треугольника по мнемоническому правилу Непера находим углы  $\chi$  и  $\xi$ :

$$\begin{aligned}
 PL &= \arccos(\cos\Phi / \cos\eta); \\
 \sin\chi &= \sin(PL) / \sin\Phi, \quad \cos\chi = \operatorname{ctg}\Phi \operatorname{tg}\eta, \\
 \sin\xi &= \sin\eta / \sin\Phi, \quad \cos\xi = \sin\chi \cos\eta,
 \end{aligned}$$

где  $\Phi = \arccos(R_3 / R_{КА})$  — угол, определяющий зону поверхности Земли, облучающую КА.

Площадь сферического треугольника ( $S_{PML} = S_{APM} - S_{APL}$ ):

$$S_{PML} = S_{\text{сферич. сегм}} \frac{\chi}{2\pi} - [\arcsin(\sin PL / \sin\Phi) + \arcsin(\sin\eta / \sin\Phi)] - \pi / 2.$$

Таким образом, площадь теневого участка солнечного диска будет

$$S_{\text{тен. части}} = S_{\text{подспут. пов}} - 2S_{PML}. \tag{8}$$

После подстановки (7) и (8) в (6) окончательное выражение коэффициента интенсивности отраженного лучистого потока можно записать в виде

$$I_{\text{л.п}} = 1 - S_{PML} / \left( 2\pi \sin^2 \frac{\Phi}{2} \right).$$

Собственное излучение Земли, определяемое ее температурой, считается только от подстилающей (подспутниковой) поверхности и определяется следующим выражением:

$$F_{02} = \frac{(1-A)}{4} C_{\alpha 0} S_{\text{подспут. пов}} \cos\alpha \cos\beta.$$

**Расчет температурного режима на борту КА.** Из условий полета КА следует, что интенсивности потоков энергии, обусловленных излучением Солнца и Земли, изменяются во времени, так как меняются положение линии терминатора, углы падения и коэффициенты интенсивности потоков энергии и т. д. Поэтому выражение (1) можно представить как функцию времени:

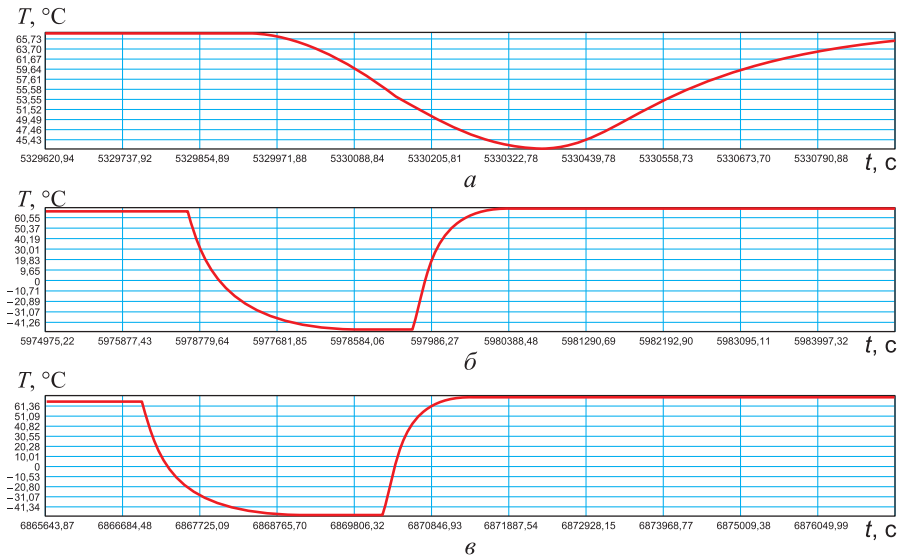
$$F_{\Sigma}(t) = C(t) + F_{01}(t) + F_{02}(t).$$

Температурный режим солнечной батареи определяется решением дифференциального уравнения, описывающего теплообмен излучением [6]:

$$C_m \frac{dT}{dt} = F_{\Sigma}(t) - \sigma T^4 (\varepsilon_{\text{л}} + \varepsilon_{\text{т}}), \tag{10}$$

где  $C_m$  — удельная теплоемкость солнечных батарей;  $T$  — температура панелей солнечных батарей;  $\varepsilon_{\text{л}}$ ,  $\varepsilon_{\text{т}}$  — интегральные коэффициенты черноты лицевой и тыльной поверхностей солнечных батарей;  $\sigma$  — коэффициент Больцмана.

Результат численного интегрирования выражения (10) методом трапеций приведен на рис. 9.



**Рис. 9.** Результаты расчета температурного режима поверхности КА для полутеневого участка орбиты (*a*), участка со средним значением времени нахождения в тени (*б*) и для участка орбиты с максимальным значением времени нахождения в тени (*в*)

Представленные зависимости являются свидетельством правильности и адекватности разработанной модели оценивания динамики температуры солнечных батарей в интересах прогнозирования количества генерируемой электроэнергии в различных условиях орбитального полета КА.

**Выводы.** Таким образом, методика расчета температурного режима поверхности КА включает в себя следующие этапы.

1. Расчет границ теневого, полутеневого и освещенного участков орбиты КА.
2. Расчет интенсивностей прямого солнечного потока, отраженного от Земли лучистого потока и собственного излучения Земли в условиях полета КА.
3. Расчет температурного режима на борту КА.

Данная методика основана на более точной модели движения КА, учитывающей прецессию орбиты КА, суточное смещение Солнца по эклиптике, что является важным аспектом в определении точных границ тневых, полутневых и освещенных участков орбиты, а также положения линии терминатора и подстилающей поверхности.

Математическое моделирование температурного режима солнечных батарей позволяет более точно оценивать количество генерируемой электроэнергии на различных этапах орбитального полета КА. Зная достоверные значения силы тока и конфигурацию токовых контуров системы электроснабжения, становится возможным рассчитать суммарный магнитный момент КА, который необходим для анализа влияния неоднородного геомагнитного поля на движение центра масс КА.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Модель эквивалентного токового контура системы электроснабжения космического аппарата в неоднородном магнитном поле Земли* / В.И. Горбулин, Д.Л. Каргу, Н.Н. Астахов, П.П. Рымкевич, Г.Б. Стеганов // Труды Военно-космической академии им. А.Ф. Можайского. 2014. № 645. С. 149–153.
2. *Методика расчета компонент вектора малой силы взаимодействия токовых контуров бортовой системы электроснабжения с внешним неоднородным магнитным полем Земли* / В.И. Горбулин, Н.В. Радионов, Н.Н. Астахов, Д.Л. Каргу, А.В. Немиров // Труды Военно-космической академии им. А.Ф. Можайского. 2014. № 643. С. 88–91.
3. *Залетаев В.М., Капинос Ю.В., Сургучев О.В.* Расчет теплообмена космического аппарата. М.: Машиностроение, 1979. 208 с.
4. *Малоземов В.В., Рожнов В.Ф., Пращецкий В.Н.* Системы жизнеобеспечения экипажей летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1986. 584 с.
5. *Малоземов В.В.* Тепловой режим космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1980. 232 с.
6. *Раушенбах Г.* Справочник по проектированию солнечных батарей / пер. с англ. М.: Энергоатомиздат, 1983. 360 с.
7. *Судомоин П.Д., Шабанов В.А., Платонов К.А., Касьяков С.И.* Исследование теплового состояния малого космического аппарата // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2016. № 2. С. 28–44. DOI: 10.18698/0236-3941-2016-2-28-44
8. *Судомоин П.Д., Платонов К.А., Шуккин С.А.* Математическая модель теплового состояния малого космического аппарата // Будущее машиностроения России: Сб. трудов Седьмой всерос. конф. молодых ученых и специалистов. Москва, 24–27 сентября 2014 г., МГТУ им. Н.Э. Баумана. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. С. 194–195.
9. *Цаплин С.В., Большев С.А., Романов А.Е.* Теплообмен в космосе. Самара: Самарский университет, 2013. 56 с.
10. *Власов С.А., Мамон П.А.* Теория полета космических аппаратов. СПб.: ВКА им. А.Ф. Можайского, 2007. 435 с.
11. *Голяков А.Д., Лукашевский А.А., Смирнов В.В.* Системы навигации космических аппаратов. М.: МО РФ, 2003. 267 с.
12. *Попович П.Р., Скребушевский Б.С.* Баллистическое проектирование космических систем. М.: Машиностроение, 1987. 239 с.
13. *Лысенко Л.Н., Панкратов И.А.* Основы спутниковой навигации. М.: Воениздат, 1988. 328 с.
14. *Современные технологии навигации геостационарных спутников* / Ю.М. Урлич, С.А. Ежов, А.И. Жодзишский, А.В. Круглов, Ю.Ю. Махненко. Монография. М.: Физматлит, 2006. 280 с.
15. *Чеботарев В.Е.* Теневые зоны орбит искусственного спутника Луны // Исследования наукограда. 2014. № 1. С. 12–18.
16. *Сидняев Н.И., Савченко В.П., Клочкова Д.В.* Физические принципы и математическая модель управления индуктивным сопротивлением спутников в ионосфере планеты // Физические основы приборостроения. 2012. Т. 1. № 4. С. 98–105.

17. Сидняев Н.И., Глушков П.А. Длиннопериодические колебания летательных аппаратов при гиперзвуковых скоростях // Математическое моделирование и численные методы. 2014. № 1. С. 99–114. DOI: 10.18698/2309-3684-2014-1-99114

**Астахов Николай Николаевич** — адъюнкт кафедры «Бортовое электрооборудование и энергетические системы летательных аппаратов» Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского (Российская Федерация, 197198, Санкт-Петербург, Ждановская ул., д. 13).

**Каргу Дмитрий Леонидович** — канд. техн. наук, доцент, начальник кафедры «Бортовое электрооборудование и энергетические системы летательных аппаратов» Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского (Российская Федерация, 197198, Санкт-Петербург, Ждановская ул., д. 13).

**Горбулин Владимир Иванович** — д-р техн. наук, профессор кафедры «Бортовое электрооборудование и энергетические системы летательных аппаратов» Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского (Российская Федерация, 197198, Санкт-Петербург, Ждановская ул., д. 13).

**Стеганов Геннадий Борисович** — канд. техн. наук, доцент кафедры «Бортовое электрооборудование и энергетические системы летательных аппаратов» Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского (Российская Федерация, 197198, Санкт-Петербург, Ждановская ул., д. 13).

**Шубин Денис Александрович** — адъюнкт кафедры «Бортовое электрооборудование и энергетические системы летательных аппаратов» Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского (Российская Федерация, 197198, Санкт-Петербург, Ждановская ул., д. 13).

**Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:**

Астахов Н.Н., Каргу Д.Л., Горбулин В.И., Стеганов Г.Б., Шубин Д.А. Математическое моделирование динамики температуры солнечных батарей в различных условиях орбитального полета космического аппарата // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2016. № 6. С. 4–21. DOI: 10.18698/0236-3941-2016-6-4-21

**MATHEMATICAL MODELING OF SOLAR PANEL TEMPERATURE DYNAMICS IN VARIOUS CONDITIONS OF ORBITAL SPACE MISSIONS**

**N.N. Astakhov**

666cvbnm@mail.ru

**D.L. Kargu**

dmitrii\_kargu@mail.ru

**V.I. Gorbulin**

**G.B. Steganov**

sgb-22kaf@yandex.ru

**D.A. Shubin**

**Mozhaisky Military Space Academy, St. Petersburg, Russian Federation**

**Abstract**

The purpose of this research was to model the process of temperature changes on the spacecraft surface. First, we analyzed the angular distance from the Sun projection on the Earth's surface to the projection of the spacecraft orbit plane. Then, we estimated the borders of the shadow, half-shadow and illuminated areas of the

**Keywords**

*Solar light flux, reflected flux, albedo of the Earth, the temperature regime of the spacecraft, the terminator line*

orbits, as well as the borders of the long shadowless phase of spacecraft (SC) flight. As a result, we show the analysis of the shadowless SC flight phases for the several types of the orbits. According to the sources describing the calculation of the shadow and illuminated orbit areas, we found the factors that were not previously taken into account when determining the orbit area borders: the precession of the spacecraft orbit, the Sun ecliptic daily shift. Next, we identified the parameters required for calculating the light intensity of solar batteries. In this paper we present a model of the energy flow from the direct light flux reflected from the Earth, the radiant flux and self-radiation of the Earth under the changes in light intensity, the underlying surface, the terminator line position. Moreover, we give an example of calculating the solar panel temperature regime of the spacecraft located on the GLONASS system orbit on the half-shadow orbit area, the area with the mean value of the time spent in the shade, as well as the orbit area with the maximum value of the time spent in the shade. Finally, we show the results of solving the differential equation describing the heat exchange by radiation, by the trapezium method. As a result of our work, the method for calculating the temperature regime of the spacecraft surface was developed

---

## REFERENCES

- [1] Gorbulin V.I., Kargu D.L., Astakhov N.N., Rymkevich P.P., Steganov G.B. Equivalent current loop model of spacecraft power supply system in inhomogeneous Earth magnetic field. *Trudy Voenno-kosmicheskoy akademii imeni A.F. Mozhayskogo* [Proc. Military Space Academy n.a. A.F. Mozhaisky], 2014, no. 645, pp. 149–153 (in Russ.).
- [2] Gorbulin V.I., Radionov N.V., Astakhov N.N., Kargu D.L., Nemirov A.V. [Calculation methodology for weak force vector component of interaction between current loops of aircraft power system and inhomogeneous Earth magnetic field. *Trudy Voenno-kosmicheskoy akademii imeni A.F. Mozhayskogo* [Proc. Military Space Academy n.a. A.F. Mozhaisky], 2014, no. 643, pp. 88–91.
- [3] Zaletaev V.M., Kapinos Yu.V., Surguchev O.V. Raschet teploobmena kosmicheskogo apparata [Spacecraft heat exchange calculation]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1979. 208 p. (in Russ.).
- [4] Malozemov V.V., Rozhnov V.F., Pravetskiy V.N. Sistemy zhizneobespecheniya ekipazhey letatel'nykh apparatov [Aircraft crew life-support system]. Moscow, Mashinostroenie Publ, 1986. 584 p.
- [5] Malozemov V.V. Teplovoy rezhim kosmicheskikh apparatov [Spacecraft thermal conditions]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1980. 232 p.
- [6] Rauschenbach H.S. Solar cell array design handbook: the principles and technology of photovoltaic energy conversion. New York, Van Nostrand Reinhold Co, 1980. 549 p. (Russ. ed.: *Spravochnik po proektirovaniyu solnechnykh batarey*. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1983. 360 p.).
- [7] Sudomoin P.D., Shabanov V.A., Platonov K.A., Kas'kov S.I. Research on thermal conditions of a small space vehicle. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie* [Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Ser. Mechanical engineering], 2016, no. 2, pp. 28–44 (in Russ.). DOI: 10.18698/0236-3941-2016-2-28-44



- [8] Sudomoin P.D., Platonov K.A., Shchukin S.A. Mathematical model of small spacecraft thermal state. *Budushchee mashinostroeniya Rossii: Sb. trudov Sed'moy vseros. konf. molodykh uchenykh i spetsialistov* [Future of Russian mechanical engineering: Proc. 7th Russ. conf. of young scientists and specialists]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2014, pp. 194–195 (in Russ.).
- [9] Tsaplin S.V., Bolychev S.A., Romanov A.E. Teploobmen v kosmose [Heat exchange in space]. Samara, SSU Publ, 2013. 56 p.
- [10] Vlasov S.A., Mamon P.A. Teoriya poleta kosmicheskikh apparatov [Spacecraft flight theory]. Saint-Petersburg, VKA im. A.F. Mozhayskogo Publ., 2007. 435 p.
- [11] Golyakov A.D., Lukashevskiy A.A., Smirnov V.V. Sistemy navigatsii kosmicheskikh apparatov [Spacecraft navigation systems]. Moscow, MO RF Publ., 2003. 267 p.
- [12] Popovich P.R., Skrebushevskiy B.S. Ballisticheskoe proektirovanie kosmicheskikh system [Space system ballistic engineering]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1987. 239 p.
- [13] Lysenko L.N., Pankratov I.A. Osnovy sputnikovoy navigatsii [Basic concepts of satellite navigation]. Moscow, Voenizdat Publ., 1988. 328 p.
- [14] Urlich Yu.M., Ezhov S.A., Zhodzishskiy A.I., Kruglov A.V., Makhnenko Yu.Yu. Sovremennye tekhnologii navigatsii geostatsionarnykh sputnikov [Modern technologies of geostationary satellite navigation]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2006. 280 p.
- [15] Chebotarev V.E. On-orbit eclipse periods for artificial lunar satellite. *Issledovaniya naukoigrada* [The research of the science city], 2014, no. 1, pp. 12–18.
- [16] Sidnyaev N.I., Savchenko V.P., Klochkova D.V. Physical principles and mathematical model of control of inductive resistance of companions in a planet ionosphere. *Fizicheskie osnovy priborostroeniya* [Physical bases of instrumentation], 2012, vol. 1, no. 4, pp. 98–105 (in Russ.).
- [17] Sidnyaev N.I., Glushkov P.A. Long-period oscillations of aircraft at hypersonic speeds. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody* [Mathematical modeling and computational methods], 2014, no. 1, pp. 99–114 (in Russ.). DOI: 10.18698/2309-3684-2014-1-99114

**Astakhov N.N.** — post-graduate of Aircraft Onboard Electric Equipment and Power Systems Department, Mozhaisky Military Space Academy (Zhdanovskaya ul. 13, St. Petersburg, 197198 Russian Federation).

**Kargy D.L.** — Cand. Sci. (Eng.), Assoc. Professor, Head of Aircraft Onboard Electric Equipment and Power Systems Department, Mozhaisky Military Space Academy (Zhdanovskaya ul. 13, St. Petersburg, 197198 Russian Federation).

**Gorbulin V.I.** — Dr. Sci. (Eng.), Professor of Aircraft Onboard Electric Equipment and Power Systems Department, Mozhaisky Military Space Academy (Zhdanovskaya ul. 13, St. Petersburg, 197198 Russian Federation).

**Steganov G.B.** — Cand. Sci. (Eng.), Assoc. Professor of Aircraft Onboard Electric Equipment and Power Systems Department, Mozhaisky Military Space Academy (Zhdanovskaya ul. 13, St. Petersburg, 197198 Russian Federation).

**Shubin D.A.** — post-graduate of Aircraft Onboard Electric Equipment and Power Systems Department, Mozhaisky Military Space Academy (Zhdanovskaya ul. 13, St. Petersburg, 197198 Russian Federation).

**Please cite this article in English as:**

Astakhov N.N., Kargu D.L., Gorbulin V.I., Steganov G.B., Shubin D.A. Mathematical Modeling of Solar Panel Temperature Dynamics in Various Conditions of Orbital Space Missions. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Mashinostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Mech. Eng.], 2016, no. 6, pp. 4–21. DOI: 10.18698/0236-3941-2016-6-4-21

---

**Поздравляем с избранием в Российскую академию наук!**



Редакция и редколлегия журнала «Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана» поздравляют члена редколлегии доктора физико-математических наук, профессора Суржикова Сергея Тимофеевича с избранием действительным членом Российской академии наук.