

М. И. Дьяченко, А. Н. Темнов

**СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЖИДКОГО
ТОПЛИВА В УСЛОВИЯХ ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЯ**

Рассмотрена задача, порожденная проблемой перераспределения топлива, находящегося в баках ракет-носителей пакетной схемы, с целью получить максимальный прирост энергетики выведения полезной нагрузки. Показано, что в жидкости, частично заполняющей неподвижный бак произвольной формы и находящейся в условиях перераспределения, могут сосуществовать как затухающие колебания, так и апериодические режимы движения.

E-mail: temnov@m1.sm.bmstu.ru

Ключевые слова: комплексный коэффициент затухания, нормальные (собственные) движения, собственные значения, операторный пучок.

Ракеты-носители пакетной схемы, имея ряд преимуществ, уступают по уровню энергомассового совершенства носителям тандемной схемы. Одним из возможных путей устранения этого недостатка является перераспределение во время полета части топлива из баков первой ступени в центральный блок второй ступени. Практическая реализация этого варианта может быть осуществлена за счет перепада давления между баками блоков первой и второй ступеней и требует установки дополнительных заборных устройств и бустерных насосов в нижних частях баков, что приводит к увеличению расхода топлива на отдельных отрезках активного участка. Исследование колебаний жидкого топлива в подобных ситуациях приводит к постановке новых модельных задач.

Задачи о колебаниях идеальной жидкости, частично заполняющей гладкий бак и имеющей неподвижную свободную поверхность в невозмущенном состоянии, исследовались многими авторами (см. например, работы [1, 2], где имеется обширный список литературы). Исследование колебаний жидкости в неподвижном сосуде с учетом ее вытекания впервые было предпринято В.В. Кирилловым [3] и продолжено в работах [4, 5]. В упомянутых работах рассматривались задачи для жидкости, занимающей часть цилиндрического бака, на дне которого ставилось кинематическое условие вытекания.

В отличие от изученных ранее задач о колебаниях жидкого топлива модельная задача в предлагаемой статье содержит дополнительное динамическое граничное условие на поверхностях перераспределения топлива (поверхности слива, приема). В работе [6] поставлена и частично исследована эволюционная задача о малых движениях идеальной несжимаемой жидкости в неподвижном баке, вытекающей через дополнительные устройства для забора топлива. В предлагаемой

статье рассмотрена соответствующая спектральная задача – задача о собственных колебаниях.

Постановка задачи. Пусть несжимаемая жидкость, находящаяся в потенциальном поле массовых сил с интенсивностью $\vec{j} = -gn\vec{e}_3$, частично заполняет произвольный сосуд и вытекает через поверхность слива с постоянной скоростью (n, \vec{e}_3 – перегрузка и орт оси Ox_3 с началом на поверхности слива).

Обозначим через Q область, занимаемую жидкостью, S – твердую стенку бака, которую будем считать кусочно-гладкой, через Γ_1, Γ_2 – свободную поверхность и поверхность слива соответственно.

Предполагая движения во всей области занимаемой жидкостью потенциальными и удовлетворяющими условию непротекания на смачиваемой поверхности S , сформулируем краевую задачу для нахождения потенциала смещений – функции $\chi(x, t)$ ($x = x_1, x_2, x_3$):

$$\Delta\chi = 0 \quad \text{в } Q, \quad \frac{\partial\chi}{\partial n} = 0 \quad \text{на } S; \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2\chi}{\partial t^2} + \vec{v}_1(x_1, x_2) \cdot \nabla \frac{\partial\chi}{\partial t} + g\vec{w} \cdot \vec{n}_1 = f_1(t) \quad \text{на } \Gamma_1; \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2\chi}{\partial t^2} + \vec{v}_2(x_1, x_2) \cdot \nabla \frac{\partial\chi}{\partial t} + \gamma^* \frac{\partial\vec{w}}{\partial t} \cdot \vec{n}_2 = f_2(t) \quad \text{на } \Gamma_2; \quad (3)$$

$$w_i = w_i^0(x_1, x_2), \quad \frac{\partial w_i}{\partial t} = v_i^0(x_1, x_2), \quad i = 1, 2,$$

где $v_k(x_1, x_2)$, $k = 1, 2$, – вертикальные компоненты значений невозмущенной скорости жидкости на свободной поверхности Γ_1 и поверхности слива Γ_2 соответственно; $\gamma^* = \xi |V_\Sigma^0|$ – обобщенный коэффициент сопротивления; ξ – коэффициент сопротивления заборного устройства; $\vec{v}_\Sigma(0) = \vec{V}_\Sigma^0$ – вектор средней скорости невозмущенной жидкости на поверхности перераспределения топлива Γ_2 ; $\vec{w}(x, t) = \nabla\chi(x, t)$ – векторное поле смещений частиц жидкости; остальные обозначения соответствуют обозначениям работы [6].

Определение. Будем называть нормальными (собственными) движениями гидромеханической системы (1)–(3) движения, подчиненные решениям вида

$$w(x, t) = u(x) \exp(-\lambda t), \quad \chi(x, t) = \varphi(x) \exp(-\lambda t), \quad (4)$$

где $u(x)$, $\varphi(x)$ – амплитудные функции; $\lambda = \lambda^* / \sqrt{gl^{-1}}$ (λ^* – комплексный коэффициент затухания). Подставив представление (4) в (1)–(3) и положив $f_1(t), f_2(t) = 0$, придем к задаче о собственных колебаниях, записанной в безразмерном виде,

$$\Delta\varphi = 0 \quad \text{в } Q, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial n} = 0 \quad \text{на } S, \quad (5)$$

$$\lambda^2\varphi - \lambda\vec{v}_1(x_1, x_2) \cdot \nabla\varphi + \vec{u} \cdot \vec{n}_1 = 0, \quad \text{на } \Gamma_1; \quad (6)$$

$$\lambda^2\varphi - \lambda\vec{v}_2(x_1, x_2) \cdot \nabla\varphi - \lambda\gamma\vec{u} \cdot \vec{n}_2 = 0 \quad \text{на } \Gamma_2, \quad (7)$$

где $\vec{u} \cdot \vec{n}_k = \frac{\partial\varphi}{\partial n_k}(x_1, x_2)$, $\gamma = \gamma^*/\sqrt{gl}$, l — характерный размер бака.

Эквивалентная задача для операторного пучка. Введем необходимые функциональные пространства и сделаем преобразования, аналогичные выполненным в работе [6]. В результате придем к спектральной задаче для операторного пучка $L(\lambda)u$, эквивалентной исходной задаче (6)–(8) т.е.

$$L(\lambda)u = (\lambda^2C - \lambda\gamma D + \tilde{I})u = 0, \quad (8)$$

где $C = P_H\hat{C}P_H$, $D = P_H\hat{D}P_H$, $\tilde{I} = P_H\hat{I}P_H$, $F = P_H\hat{F}P_H$, $u = (u_1, u_2)^t$,

$$\hat{C} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix}, \quad \hat{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & 0 \\ 0 & d_{22} \end{pmatrix}, \quad \hat{I} = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

$u_i(t)$ — значения функции $u(t)$ на поверхностях Γ_i ; P_H — ортопроектор на пространство $H := L_{2,\Gamma}$; $L_{2,\Gamma} = L_2(\Gamma) \ominus \{(1_1, 1_2)^t\}$ — гильбертово пространство коразмерности 1 ($L_2(\Gamma) = \bigoplus_{i=1}^2 L_2(\Gamma_i)$, а 1_i ($i = 1, 2$) — единичная функция на Γ_i).

Задача (9) может быть получена из эволюционной задачи, приведенной в работе [6], если положить $F(t) \equiv 0$ и решение искать в виде $w(t) = e^{-\lambda t}u$, $u \in H$, $\lambda \in \mathbb{C}$.

В задаче (9) C — самосопряженный компактный оператор, $0 < C \in \mathfrak{S}_\infty$, где \mathfrak{S}_∞ — класс компактных операторов в гильбертовом пространстве; \hat{I} — неотрицательный оператор, $\hat{I} \geq 0$; I — единичный оператор. Рассмотрим более подробно свойства оператора D : операторы d_{11} , d_{22} — самосопряженные, они ограничены и определены равенствами

$$d_{11}u_1 = |v_1(x_1, x_2)|\beta u_1, \quad d_{22}u_2 = (|v_2(x_1, x_2)|\beta + 1)u_2, \quad \beta = \gamma^{-1}, \quad (10)$$

где $|v_k(x_1, x_2)| = v_k(x_1, x_2)$, $k = 1, 2$ для бака, из которого вытекает топливо (бак бокового блока); $|v_k(x_1, x_2)| = -v_k(x_1, x_2)$, $k = 1, 2$, для бака, в который топливо поступает (бак центрального блока). Будем считать, что функции $v_1(x_1, x_2)$, $v_2(x_1, x_2)$ вещественны, измеримы, существенно ограничены и характеризуют распределение скоростей на свободных поверхностях и поверхностях перераспределения топлива. Пусть в невозмущенном движении поле скоростей на поверхностях Γ_1

и Γ_2 в баках первой и второй ступеней удовлетворяет неравенствам

$$n_1 \leq |v_1(x_1, x_2)| \leq N_1, \quad n_2 \leq |v_2(x_1, x_2)| \leq N_2,$$

а для операторов d_{11} , d_{22} в случае уменьшения массы топлива в баке справедливы оценки

$$\begin{aligned} \beta n_1 \|u_1\|_1^2 &\leq (d_{11}u_1, u_1)_1 = \\ &= \beta \int_{\Gamma_1} v_1(x_1, x_2) u_1, u_1 d_1 \leq \beta N_1 \int_{\Gamma} u_1, u_1 d\Gamma = \beta N_1 \|u_1\|_1^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1 + \beta n_2) \|u_2\|_2^2 &\leq (d_{22}u_2, u_2)_2 = \\ &= \int_{\Gamma} (\beta v_2(x_1, x_2) + 1) u_2, u_2 d\Gamma \leq (\beta N_2 + 1) \|u_2\|_2^2. \end{aligned}$$

В случае увеличения массы топлива имеем иные оценки

$$\begin{aligned} -\beta N_1 \|u_1\|_1^2 &\leq (d_{11}u_1, u_1)_1 \leq -\beta n_1 \|u_1\|_1^2, \\ (1 - \beta N_2) \|u_2\|_2^2 &\leq (d_{22}u_2, u_2)_2 \leq (1 - \beta n_2) \|u_2\|_2^2. \end{aligned}$$

Лемма. Оператор D – самосопряженный, ограниченный и ограниченный снизу оператор. Если $v_1 > 0$ ($v_2 > 0$), то оператор D положительный ($D > 0$), если $v_1 < 0$ ($v_2 < 0$), то при выполнении дополнительного условия

$$(1 - \beta N_2) \leq (Du, u)_H, \quad (1 - \beta N_2) > 0$$

оператор D также положительный.

Доказательство. Докажем сначала свойство самосопряженности:

$$\begin{aligned} (Du, u')_H &= (P_H \hat{D} P_H u, u')_H = (\hat{D}u, u')_H = \int_{\Gamma_1} v_1 \beta u_1 \cdot (u'_1)^* d\Gamma_1 + \\ &+ \int_{\Gamma_2} (v_2 \beta + 1) u_2 \cdot (u'_2)^* d\Gamma_2 = (u, \hat{D}u')_H = (u, Du')_H \\ \forall u &= (u_1, u_2)^t, \quad u' = (u'_1, u'_2)^t \in H, \end{aligned}$$

откуда и следует, что $D = D^*$. Полагая теперь $u = u'$, получаем для случая уменьшения массы топлива оценку

$$\begin{aligned} (Du, u)_H &= \int_{\Gamma_1} |v_1| \beta u_1 \cdot u_1^* d\Gamma_1 + \int_{\Gamma_2} (|v_2| \beta + 1) u_2 \cdot u_2^* d\Gamma_2 \leq \\ &\leq (N_2 \beta + 1) \left(\int_{\Gamma_1} u_1 \cdot u_1^* d\Gamma_1 + \int_{\Gamma_2} u_2 \cdot u_2^* d\Gamma_2 \right) \leq (N_2 \beta + 1) \|u\|_H^2. \end{aligned}$$

Покажем теперь, что $D > 0$, если $v_1 > 0$ ($v_2 > 0$):

$$\begin{aligned} (Du, u)_H &= \int_{\Gamma_1} |V_1| \beta u_1 \cdot u_1^* d\Gamma_1 + \int_{\Gamma_2} (|V_2| \beta + 1) u_2 \cdot u_2^* d\Gamma_2 = \\ &= \beta \int_{\Gamma_1} |v_1| u_1 \cdot u_1^* d\Gamma_1 + \int_{\Gamma_2} |v_2| \beta u_2 \cdot u_2^* d\Gamma_2 + \int_{\Gamma_2} u_2 \cdot u_2^* d\Gamma_2 \geq \beta n_1 \|u\|_H^2. \end{aligned}$$

В случае увеличения массы топлива имеем оценки

$$(Du, u)_H = \int_{\Gamma_1} |v_1| \beta u_1 \cdot u_1^* d\Gamma_1 + \int_{\Gamma_2} (|v_2| \beta + 1) u_2 \cdot u_2^* d\Gamma_2 \geq k \|u\|_H^2,$$

$$k = \min\{-\beta N_1, 1 - \beta N_2\};$$

$$(Du, u)_H = \int_{\Gamma_1} |v_1| \beta u_1 \cdot u_1^* d\Gamma_1 + \int_{\Gamma_2} (|V_2| \beta + 1) u_2 \cdot u_2^* d\Gamma_2 \leq k_1 \|u\|_H^2,$$

$$k_1 = \max\{-\beta n_1, 1 - \beta n_2\}.$$

Из приведенных в последнем случае оценок следует, что оператор D будет положительным при выполнении условия $(1 - \beta N_2) > 0$.

Основные свойства спектра нормальных движений жидкого топлива. Прежде чем исследовать задачу (8), т.е. операторный пучок $L(\lambda)$, отвечающий нормальным движениям вытекающей из произвольного сосуда жидкости, выскажем предварительные соображения относительно структуры спектра отдельных задач. Положив в (9) $C_{12} = C_{21} = 0$, получим две отдельные задачи:

$$L_1(\lambda)u_1 = (\lambda^2 C_{11} - \lambda \gamma d_{11} + I)u_1 = 0; \quad (11)$$

$$L_2(\lambda)u_2 = (\lambda^2 C_{22} - \lambda \gamma d_{22} + \lambda I)u_2 = 0. \quad (12)$$

При отсутствии оператора d_{11} (скорость изменения уровня невозмущенной свободной поверхности $v_1(H) = 0$) и замене λ на $i\omega$ операторный пучок $L_1(\lambda)$ переходит в классическую задачу на собственные значения для неограниченного положительного оператора C_{11}^{-1} , т.е.

$$(-\sigma I + C_{11}^{-1})u_1 = 0, \quad \sigma = \omega^2. \quad (13)$$

Как известно [4, 7], задача (13) имеет дискретный спектр положительных собственных значений $\{\sigma_k\}_{k=1}^{\infty}$, $\sigma_k = \omega_k^2$, $\lim \omega_k \rightarrow \infty$, $k \rightarrow \infty$ и ортонормированный базис в $L_2(\Gamma_1)$ собственных функций $u_{1k}(x_1, x_2)$, которым отвечают частоты и формы собственных колебаний свободной поверхности ограниченного объема жидкости.

При условии $v_1(H(t)) \neq 0$, но в отсутствие динамического условия (3) на поверхности слива исходная задача (1), (2), (4) для цилиндрических баков изучалась в работах [3, 4]. Было установлено, что изме-

нение уровня невозмущенной поверхности при вытекании жидкости в условиях постоянной интенсивности внешнего поля массовых сил приводит к эффекту демпфирования поверхностных волн идеальной жидкости, а повышение уровня — к экспоненциальному росту амплитуд колебаний. Для произвольного сосуда с кусочно-гладкой границей подобная задача о нормальных колебаниях идеальной жидкости приобретает вид спектральной задачи (11) для операторного пучка $L_1(\lambda)$. Если скорость изменения уровня жидкости в баке небольшая, то операторный пучок $L_1(\lambda)$, очевидно, следует считать слабо демпфированным [7], т.е. удовлетворяющим условию

$$(\gamma d_{11} u_1, u_1)^2 < 4(C_{11} u_1, u_1)(u_1, u_1). \quad (14)$$

При выполнении неравенства (14) операторный пучок $L_1(\lambda)$ имеет невещественный спектр собственных значений $\{\lambda_k\}$, расположенный симметрично относительно вещественной оси в сегменте

$$\operatorname{Re} \lambda > n_0(2 \|C_{11}\|)^{-1}, \quad |\lambda| < 2n_0^{-1}, \quad (15)$$

и две ветви вещественных собственных значений $\{\lambda_k^-\}_{k=1}^\infty$, $\{\lambda_k^+\}_{k=1}^\infty$, стремящиеся к нулю и бесконечности соответственно. При усилении неравенства (14)

$$(\gamma d_{11} u_1, u_1)^2 \ll 4(C_{11} u_1, u_1)(u_1, u_1), \quad (16)$$

т.е. при $v_1(H) \rightarrow 0$, что характерно для изменения уровня топлива в баках ракет-носителей, сегмент (15) расширяется, вещественные собственные значения исчезают и комплексные собственные числа группируются вблизи мнимой оси, имея предельную точку на бесконечности. Невещественным собственным значениям $\{\lambda_k\}$ отвечают осциллирующие во времени затухающие режимы нормальных колебаний, происходящие по закону $\exp\{-(\operatorname{Re} \lambda)t\} \exp\{i(\operatorname{Im} \lambda)t\}$.

Задача (12), записанная в виде

$$L_2(\lambda) \nu_2 = (\lambda C_{22} - \gamma d_{22}) \nu_2 = 0, \quad (17)$$

— задача о спектре нормальных движений вытекающей жидкости, свободная поверхность которой закрыта плавающей крышкой. Изучение этой модельной задачи в работе [8] установило существование на поверхности слива волновых аperiodических движений и показало, что спектр задачи (14) является дискретным, состоящим из положительных собственных значений $\{\lambda_n\}_1^\infty$, $\lim \lambda_n \rightarrow \infty$, $n \rightarrow \infty$, а собственные функции $\nu_{2k}(x_1, x_2)$ образуют ортонормированный базис в $L_2(\Gamma_2)$. Дальнейшее изучение этой задачи в условиях равномерного вращения было продолжено В.В. Орловым.

Из приведенных результатов следует вывод, что в отдельных задачах (11), (12) спектры расположены вблизи мнимой оси и на действительной полуоси соответственно. В предлагаемой задаче следу-

ет ожидать, что эффекты, соответствующие слабо диссипативной и апериодической частям рассматриваемой гидросистемы будут суммироваться, а спектр собственных колебаний будет иметь следующие свойства.

Теорема. 1. *Спектр пучка $L(\lambda)$ и задачи (6)–(8) не имеет мнимых значений $\lambda = \pm i\omega$, число $\lambda = 0$ является собственным числом бесконечной кратности и ему отвечают собственные элементы вида $u = (0, u_2)^t$.*

2. *Если $v_1 > 0$, ($v_2 > 0$), а в случае $v_1 < 0$ ($v_2 < 0$) при выполнении дополнительного условия, то все собственные значения исследуемой задачи расположены в правой полуплоскости симметрично относительно вещественной оси.*

3. *Спектр пучка $L(\lambda)$ и задачи (6)–(8) имеет собственные значения λ_k конечной алгебраической кратности, имеющие предельную точку на ∞ , и состоит из двух ветвей: собственных значений $\{\lambda_k\}_1^\infty$, $\lim \lambda_k \rightarrow \infty$, $k \rightarrow \infty$, расположенных на действительной положительной полуоси, и не вещественных комплексно-сопряженных собственных значений $\{\lambda_k\}_{k=1}^\infty$, расположенных вблизи мнимой оси.*

Доказательство. 1. В самом деле, если $\lambda = i\sigma$, $0 \neq \sigma \in R$, то из уравнения (9) получаем

$$i\sigma(Cu, u) - \gamma(Du, u) + (i\sigma)^{-1}(\tilde{I}u, u) = 0,$$

откуда следует, ввиду самосопряженности операторов C , D , и \tilde{I} , что

$$(Du, u) = \|D^{1/2}u\|^2 = 0$$

и потому $u = 0$. Кроме того, положив $\lambda = 0$, из выражения (9) имеем $(\tilde{I}u, u) = 0$ и элемент $u = (0, u_2)^t$, которому отвечает бесконечное множество установившихся течений жидкого топлива с невозмущенной свободной поверхностью.

2. Действительно, пусть λ_0 — собственное значение пучка $L(\lambda)$, а u_0 — соответствующий ему собственный вектор. Умножив скалярно $L(\lambda)u_0$ на вектор u_0 , получим квадратное уравнение

$$L(\lambda)u_0, u_0 = \lambda_0^2(Cu_0, u_0) - \lambda\gamma(Du_0, u_0) + (\tilde{I}u_0, u_0) = 0,$$

которое имеет решение

$$\lambda_0 = \frac{\gamma(Du_0, u_0) \pm \sqrt{\gamma^2(Du_0, u_0)^2 - 4(Cu_0, u_0)(\tilde{I}u_0, u_0)}}{2(Cu_0, u_0)}.$$

Если выполнены условия леммы, то $(Du_0, u_0) > 0$ и потому $\text{Re}\lambda_0 > 0$, т.е. λ_0 находится в правой полуплоскости. Из самосопряженности операторов C и D следует, что если оператор-функция $L(\lambda)$ обратима в точке λ_0 , то она обратима и в точке $\bar{\lambda}_0$. Отсюда следует, что собственные числа пучка $L(\lambda)$ расположены симметрично относительно вещественной оси.

3. Пункт 3 теоремы локализации собственных значений вблизи мнимой оси и на положительной действительной полуоси доказывается с использованием результатов работ Г.В.Радзиевского [9] и М.Е.Оразова [10] и основывается на оценке норм вспомогательных оператор-функций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рабинович Б. И. Введение в динамику ракет-носителей космических аппаратов. – М.: Машиностроение, 1975. – 416 с.
2. Микишев Г. Н., Рабинович Б. И. Динамика тонкостенных конструкций с отсеками, содержащими жидкость. – М.: Машиностроение, 1971. – 563 с.
3. Кирilloв В. В. Исследование колебаний жидкости в неподвижном сосуде с учетом ее вытекания // Труды МФТИ. – М., 1960. – Вып. 5. – С. 19–25.
4. Моисеев Н. Н., Петров А. А. Численные методы расчета собственных частот колебаний ограниченного объема жидкости. – М.: ВЦ АН СССР, 1966. – 270 с.
5. Лимарченко О. С., Матарацио Д., Ясинский В. В. Динамика вращающихся конструкций с жидкостью. – Киев: ГНОЗИС, 2002. – 304 с.
6. Степанова М. И., Темнов А. Н. Малые движения жидкости с поверхностной диссипацией энергии // Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана. Сер. Естественные науки. – 2011. – № 4. – С. 99–110.
7. Копачевский Н. Д., Крейн С. Г., Нго Зуи Кан. Операторные методы в линейной гидродинамике. – М.: Наука, 1989. – 416 с.
8. Орлов В. В., Темнов А. Н. Малые движения жидкости, вытекающей из бака. Воронеж // Современные методы теории функций и смежные проблемы. – 1997. – С. 124.
9. Радзиевский Г. В. Квадратичный пучок операторов / Препринт Института математики АН УССР. – Киев, 1976.
10. Оразов М. Е. О локализации спектра в задаче о нормальных колебаниях упругой оболочки, заполненной вязкой несжимаемой жидкостью // ЖВМиМФ. – 1985. – Т. 25. – С. 403–412.

Статья поступила в редакцию 27.03.2012

Мария Ильинична Дьяченко (Степанова) окончила МГТУ им. Н.Э.Баумана в 2009 г., аспирантка кафедры “Космические аппараты и ракеты-носители” МГТУ им. Н.Э.Баумана. Специализируется в области механики жидкости и газа.

M.I. D'yachenko (Stepanova) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2009. Post-graduate of “Spacecrafts and Launch Vehicles” department of the Bauman Moscow State Technical University. Specializes in the field of mechanics of liquid and gas.

Александр Николаевич Темнов окончил МВТУ им. Н.Э.Баумана в 1971 г. Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры “Космические аппараты и ракеты-носители” МГТУ им. Н.Э.Баумана. Автор более 20 научных работ в области механики жидкости и газа и ракетно-космической техники.

A.N. Temnov graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1971. Ph. D. (Phys.-Math.), assoc. professor of “Spacecrafts and Launch Vehicles” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 20 publications in the field of mechanics of liquid and gas and rocket and space technology.