

УДК 621.833

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ГИБКОГО КОЛЕСА ВОЛНОВОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ**С.Е. Люминарский¹, И.Е. Люминарский²**¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация
e-mail: katjstas@mail.ru²ФГБОУ ВПО «МГИУ», Москва, Российская Федерация
e-mail: lie260@mail.ru

Работа волновых зубчатых передач во многом лимитируется усталостной прочностью гибкого колеса. Как показывают различные экспериментальные исследования, усталостная трещина зарождается в зубчатом венце на стыке переходной поверхности с поверхностью впадин. Увеличение нагрузочной способности волновых передач требует создания уточненной методики расчета напряжений в зубчатом венце и на ее основе выработки рекомендаций по выбору основных параметров передачи. Предложенные в литературе математические модели учитывают пространственный характер деформации и взаимодействия элементов передачи. Использование таких моделей позволяет уточнить влияние различных параметров волновой передачи на напряжения в гибком колесе, получить распределение напряжений по ширине зубчатого венца. Приведены результаты расчетных исследований напряжений в зубчатом венце гибкого колеса волновой зубчатой передачи с кулачковым генератором волн и диаметром гибкого колеса $d = 160$ мм. Для уменьшения напряжений в гибком колесе предложено на наружной поверхности гибкого подшипника делать углубление в несколько десятков микронметров. Для волновой передачи с предложенным гибким подшипником рассмотрено влияние ширины впадины, формы кулачка, радиуса кривизны переходной кривой, длины оболочки и других параметров на напряжения в гибком колесе. Полученные зависимости расширяют знания о влиянии параметров волновой передачи на напряжения в гибком колесе.

Ключевые слова: волновая передача, гибкое колесо, кулачок, напряжения.

RESEARCH OF TENSION OF FLEXIBLE GEAR WHEEL OF HARMONIC DRIVE**S.E. Lyuminarskiy¹, I.E. Lyuminarskiy²**¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation
e-mail: katjstas@mail.ru²FGBOU VPO «MGIU», Moscow, Russian Federation
e-mail: lie260@mail.ru

In many respects Harmonic drives running is limited by the fatigue durability of flexible gear wheel. As various pilot studies show, the fatigue crack arises in a gear wreath on a joint of a transitional surface with a surface of hollows. The increase in load ability of Harmonic drives demands creation of the specified calculation method of tension in a gear wreath and on its basis of development of recommendations for the choice of key parameters of transfer. Offered in references mathematical model

considers spatial nature of deformation and interaction of transfer elements. Use of this model allows specifying influence of various Harmonic drive parameters on tension in flexible gear wheel and to obtaining tension distribution within width of a gear wreath. In the article the results of settlement researches of tension in a gear wreath of flexible gear wheel of Harmonic drive with the cam generator of waves and diameter of a flexible wheel is equal 160 mm are given. For reduction of tension in flexible gear wheel it is offered to do deepening in several tens of microns on an external surface of the flexible bearing. The influence of the hollow width, the form of a cam, the radius of the curvature of transitional curve length of the cover and other parameters on tension in flexible gear wheel has been considered for Harmonic drive with the flexible bearing. The dependences which were revealed expand knowledge of impact on tensions in flexible gear wheel of the Harmonic drive parameters.

Keywords: Harmonic drive, flexible gear wheel, cam, tension.

Нагрузочная способность волновых зубчатых передач (ВЗП) в основном лимитируется усталостной прочностью гибкого колеса и долговечностью гибкого подшипника [1–3]. Проведенные экспериментальные и теоретические исследования показали, что при передаточных отношениях $U \leq 100 \dots 120$ волновые передачи чаще всего выходят из строя из-за усталостной поломки гибкого колеса. Трещина зарождается на переходной поверхности зубьев и развивается по впадине к открытому торцу гибкого колеса. Усталостная прочность гибкого колеса во многом определяется уровнем напряжений, возникающих во впадине зубчатого венца. Поэтому для назначения оптимальных параметров волновой передачи, обеспечивающих требуемый уровень надежности при наименьших габаритных размерах, необходимо проводить теоретические и экспериментальные исследования влияния различных параметров на указанные напряжения.

Постановка задачи. Теоретические и экспериментальные исследования показали значительное влияние геометрических параметров волновой передачи на напряжения в гибком колесе [1, 2, 4–7]. Экспериментальное определение максимальных напряжений в гибком колесе затруднено тем, что они действуют на переходной поверхности зубьев, которая имеет очень малый радиус кривизны (несколько сот микрометров). На точность теоретического определения указанных напряжений влияет выбор методики расчета. В работах С.А. Шувалова и В.Н. Горелова [6, 8] напряжения определялись путем решения плоской задачи теории упругости методом конечных элементов. При этом все силы, действующие на гибкое колесо, приводились к одной расчетной плоскости. Используя плоскую модель волновой передачи, авторы исследовали влияние различных параметров (толщины зубчатого венца под зубом, радиуса кривизны переходной кривой, ширины впадины) на максимальные напряжения в зубчатом венце.

Приведенная плоская модель волновой зубчатой передачи не учитывает пространственный характер деформации элементов волновой

передачи и распределение сил по поверхностям взаимодействия. В работах [9, 10] для определения напряжений предложена пространственная модель волновой передачи, в которой напряжения определяются путем решения пространственной задачи теории упругости методом конечных элементов.

В настоящей работе, используя пространственную математическую модель волновой передачи, получено распределение напряжений на переходной поверхности по длине зубчатого венца для стандартного и нестандартного [11] гибких подшипников. Для ВЗП с нестандартным гибким подшипником исследовано влияние различных параметров на максимальные окружные напряжения в них.

Математическая модель. Для определения сил, действующих на гибкое колесо, была использована пространственная модель ВЗП, предложенная в работе [9], в которой гибкое колесо с зубчатым венцом заменено ортотропной оболочкой с эквивалентными жесткостями в области зубчатого венца. На втором этапе расчета к указанной оболочке прикладывались распределенные силы со стороны жесткого колеса и наружного кольца гибкого подшипника (НКГП). Далее по линейной теории оболочек определяли внутренние силовые факторы в различных сечениях зубчатого венца.

На заключительном этапе расчета из зубчатого венца гибкого колеса выделяли область, содержащую два зуба. На выделенную область зубчатого венца прикладывались силы, действующие со стороны НКГП, жесткого колеса и отброшенной части гибкого колеса. Распределенные силы, действующие на выделенную часть гибкого колеса со стороны отброшенной его части, вычисляли через внутренние силовые факторы, найденные на втором этапе расчета. Напряжения на переходной поверхности зуба гибкого колеса определяли методом конечных элементов с использованием пространственных элементов первого порядка. Более подробно методика расчета изложена в работе [10].

Результаты исследования. Для теоретического исследования напряжений в гибком колесе была выбрана ВЗП со следующими основными параметрами: число зубьев гибкого колеса $Z_g = 200$, число зубьев жесткого колеса $Z_B = 202$, модуль зацепления $m = 0,8$ мм, коэффициенты смещения зубчатых колес $X_g = 3,0$, $X_B = 3,35$, толщина обода гибкого колеса под зубчатым венцом $h_1 = 1,5$ мм, ширина зубчатого венца $b_w = 32$ мм, длина оболочки гибкого колеса $L = 160$ мм, толщина оболочки гибкого колеса $h_3 = 1,4$ мм, число тел качения в гибком подшипнике $N = 23$, ширина НКГП $B = 24$ мм, толщина НКГП $a_1 = 3,2$ мм, кулачок имеет форму кольца, деформированного четырьмя силами ($\beta = 35^\circ$, $W_{ок} = 0,96$ мм), радиальный зазор в ГП $\delta_1 = 0,02$ мм, радиальный зазор между ГП и ГК $\delta_2 = 0,02$ мм. Далее

приведены значения напряжений при номинальном режиме работы. Номинальный момент сопротивления на выходном валу $M_g = 800$ Нм. Если в приведенных далее зависимостях используются другие значения параметров передачи, то они указываются дополнительно.

Расчеты, выполненные С.А. Шуваловым и В.Н. Гореловым, показали, что максимальные напряжения расположены около точек сопряжения переходных поверхностей зубьев с поверхностью впадин гибкого колеса. Поэтому во всех приведенных далее графиках показаны напряжения в указанной точке зуба, в котором напряжения принимают максимальные значения, т.е. максимальные окружные напряжения в зубчатом венце.

Использование пространственной модели ВЗП позволяет получать зависимость напряжений не только от расположения зубьев относительно большой оси кулачка (от угла φ), но и от осевой координаты z . На рис. 1 показано изменение напряжений σ_φ вдоль длины зубчатого венца для поперечного сечения, в котором эти напряжения принимают максимальные значения. Кривая 1 получена для $a_1 = 3,2$ мм, кривая 2 — для $a_1 = 3,68$ мм. Тела качения гибкого подшипника расположены в поперечном сечении $z = 16$ мм. Из приведенных зависимостей следует, что в этом сечении напряжения увеличиваются приблизительно на 20%. Как показывают расчеты, указанное увеличение напряжений происходит в зоне рекомендуемых значений толщин НКГП $a_1 = (0,020 \dots 0,023)D$ [1].

Для уменьшения напряжений в гибком колесе рекомендуется [11] на наружной поверхности НКГП делать углубление высотой S над телами качения в несколько десятков микрон (рис. 2).

На рис. 3, а показано изменение максимальных окружных напряжений в гибком колесе по длине зубчатого венца при $a_1 = 0,02D = 3,2$ мм. Приведенные зависимости получены при толщине зубчатого венца h_1 , обеспечивающей минимальные значения окружных напряжений.

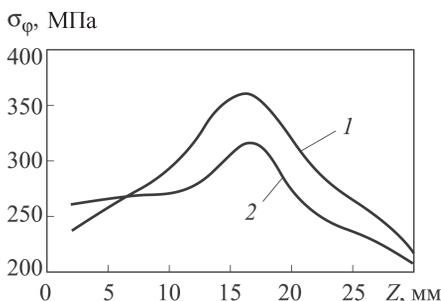


Рис. 1. Изменение напряжений по длине зубчатого венца:
 1 — $a_1 = 0,02D = 3,2$ мм; 2 — $a_1 = 0,024D = 3,68$ мм

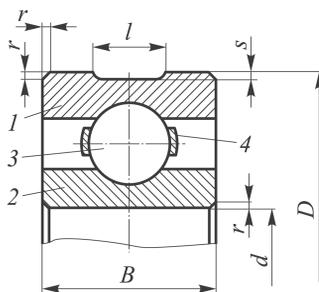


Рис. 2. Гибкий подшипник качения:

1 — наружное кольцо; 2 — внутреннее кольцо; 3 — тела качения (шарики); 4 — сепаратор

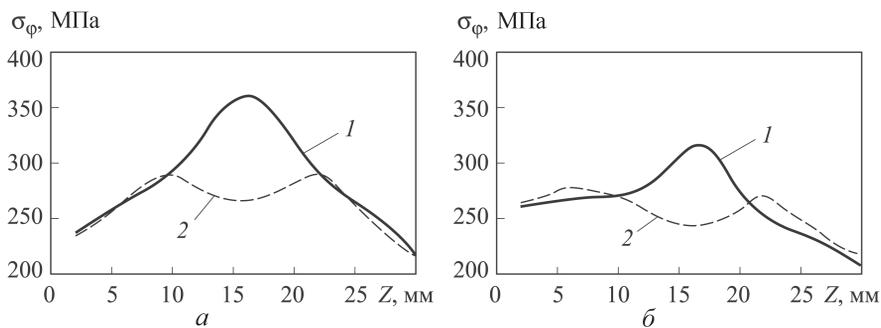


Рис. 3. Влияние углубления на наружной поверхности ГП на напряжения в гибком колесе:

1 — стандартный подшипник; *2* — подшипник с углублением *S*

Кривая *1* построена для волновой передачи со стандартным гибким подшипником и толщине зубчатого венца $h_1 = 1,5$ мм, кривая *2* — для передачи с гибким подшипником, имеющим углубление на наружной поверхности (см. рис. 2), и $h_1 = 1,25$ мм. Использование нестандартного подшипника позволяет значительно уменьшить напряжения в точках, расположенных под телами качения ($z = 16$ мм). По краям ГП напряжения изменяются незначительно. При замене стандартного гибкого подшипника на подшипник с углублением *S* максимальные значения окружных напряжений уменьшаются приблизительно на 19%.

На рис. 3, б приведены значения напряжений в гибком колесе при $a_1 = 0,023D = 3,68$ мм. В этом случае использование нестандартного подшипника позволяет уменьшить на 12% напряжения в гибком колесе.

Как показывают различные исследования [1, 6, 7], основное влияние на напряжения в гибком колесе оказывают толщина обода зубчатого венца h_1 , ширина впадины, радиус кривизны переходной кривой, форма кулачка и длина оболочки гибкого колеса. Рассмотрим влияние указанных параметров на напряжения в гибком колесе волновой передачи с нестандартным гибким подшипником, изображенным на рис. 2.

Для передачи со стандартным подшипником увеличение ширины впадины уменьшает напряжения в гибком колесе, а увеличение h_1 вначале уменьшает напряжения, затем увеличивает [6]. Ширина впадины характеризуется коэффициентом, равным отношению ширины впадины к толщине зуба по делительной прямой исходного контура $K_S = \frac{e_0}{S_0}$. Для стандартного исходного контура коэффициент ширины зуба $K_S = 1$.

Проведенные теоретические исследования показали, что увеличение K_S не всегда приводит к уменьшению напряжений. На рис. 4 представлены зависимости окружных напряжений от K_S при различных

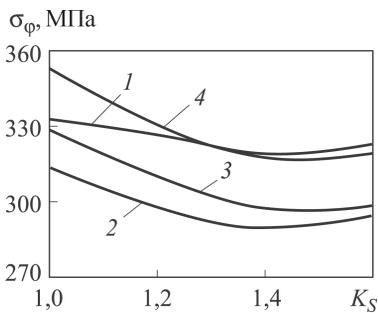


Рис. 4. Влияние ширины впадины на напряжения в ГК:

1 – $h_1 = 1,0$; 2 – $h_1 = 1,25$; 3 – $h_1 = 1,5$; 4 – $h_1 = 1,75$

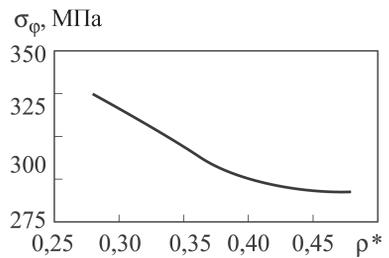


Рис. 5. Зависимость напряжений от ρ^*

значениях h_1 для передачи с нестандартным гибким подшипником (см. рис. 2). Из приведенных зависимостей следует, что с увеличением ширины впадины напряжения уменьшаются только при $K_S < 1,4$. В этом случае ширина впадины у основания зуба $e_F < 0,26$ мм. При дальнейшем увеличении ширины впадины напряжения не увеличиваются. Этот факт можно объяснить следующим образом.

При $e_F < 0,26$ мм две переходные поверхности одной впадины гибкого колеса расположены близко. Поэтому на напряжения в точках одной переходной поверхности оказывает влияние распределение напряжений на соседней переходной поверхности. Если переходные поверхности одной впадины расположены на большом расстоянии ($e_F > 0,26$ мм), то одна переходная поверхность не оказывает влияния на напряжения в соседней переходной поверхности.

При $h_1 \geq 1,25$ увеличение K_S от 1 до 1,4 позволяет снизить приблизительно на 6...9% максимальные напряжения, а при $h_1 = 1,00$ — на 3,5%. В дальнейшем все напряжения приводятся для передачи с гибким колесом, имеющим широкую впадину $K_S = 1,4$.

Очевидно, что увеличение радиуса кривизны переходной кривой исходного контура $\rho = \rho^* m$ приводит к уменьшению максимальных напряжений. Для количественной оценки этого уменьшения был выполнен расчет напряжений σ_φ для различных значений ρ^* . Результаты расчета приведены на рис. 5. Из графика следует, что увеличение ρ^* от 0,28 до 0,48 уменьшает напряжения на 15%.

Для выяснения влияния формы деформирования гибкого колеса на напряжения в зубчатом венце были проведены вычисления для форм кулачка, выполненных по:

- закону $W_k = W_{0к}(\cos 2\varphi - k \sin^2 2\varphi)$;
- закону кольца, деформированного четырьмя силами, которые расположены симметрично относительно большой оси;
- дугам окружности в районе большой оси генератора, радиус которых определяют по формуле $r_d = D/2 + W_{0к}(1 - e_r^*)$, где D — внутренний диаметр гибкого колеса.

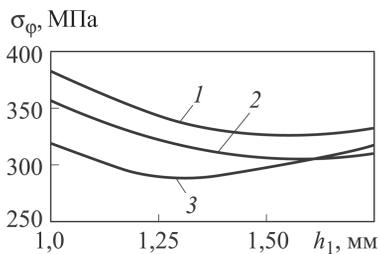


Рис. 6. Влияние угла β на напряжения:
 1 – $\beta = 25^\circ$; 2 – $\beta = 30^\circ$; 3 – $\beta = 35^\circ$

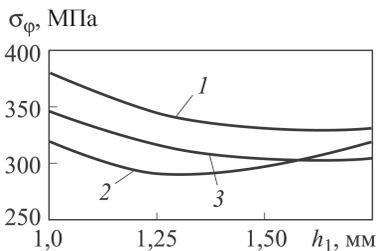


Рис. 7. Влияние формы деформирования ГК на напряжения:
 1 – первая форма ($k = -0,08$); 2 – вторая форма ($\beta = 35^\circ$); 3 – третья форма ($e_r^* = 2,8$)

На рис. 6 и 7 приведены графики зависимостей максимальных окружных напряжений в гибком колесе от h_1 при указанных ранее формах деформирования.

При второй форме деформирования оптимальная толщина гибкого колеса h_1 зависит от угла между большой осью и приложенными силами β . При $\beta = 25^\circ$ оптимальная толщина $h_1 \approx 1,5$ мм, при $\beta = 30^\circ$ $h_1 \approx 1,5$ мм, при $\beta = 35^\circ$ $h_1 \approx 1,25$ мм (см. рис. 6). Для рассматриваемой передачи значение угла $\beta = 35^\circ$ является оптимальным, т.е. оно обеспечивает наименьшее значение максимальных окружных напряжений в зубчатом венце. В работе [6] рекомендовано принимать $\beta = 30^\circ \dots 32^\circ$. Как видно на рис. 6 угол $\beta = 30^\circ$ позволяет получить наименьшие значения напряжений только при $h_1 > 1,6$ мм.

Проведенные расчетные исследования показали, что при первой форме кулачка значение $k = -0,08$ является оптимальным, а при третьей форме – $e_r^* = 2,8$. На рис. 7 показаны зависимости σ_φ от h_1 для различных форм деформирования гибкого колеса при оптимальных значениях параметров ($k = -0,08$, $\beta = 35^\circ$, $e_r^* = 2,8$). Как следует из приведенных зависимостей наименьшие значения окружных напряжений можно получить при использовании второй и третьей форм кулачка.

На рис. 8 приведены зависимости напряжений σ_φ от $\frac{W_{0к}}{m}$ при различных значениях h_1 . Указанные зависимости получены для второй формы кулачка и $\beta = 35^\circ$. Увеличение приращения радиуса вектора кулачка на большой оси $W_{0к}$ приводит к увеличению напряжений. При этом оптимальное значение толщины остается неизменным $h_1 \approx 1,25$ мм. На участке $W_{0к} = (1,15 \dots 1,25)m$ напряжения увеличиваются незначительно (приблизительно на 5%). Для значений $h_1 \leq 1,5$ мм на участке $W_{0к} > 1,25m$ происходит более резкое увеличение напряжений. Поэтому при толщине зубчатого венца гибкого колеса $h_1 \leq 1,5$ мм нежелательно $W_{0к}$ принимать больше $1,25m$. Для

рассматриваемой передачи значение $W_{0к} = 1,15m$ является оптимальным. При меньших значениях $W_{0к}$ на номинальном режиме работы происходит интерференция зубьев.

Рассмотрим влияние длины гибкого колеса на напряжения в случае, когда оно выполнено в виде стакана с гибким дном и фланцем для присоединения к валу. Наружный диаметр фланца $d_1 = 100$ мм. Очевидно, что уменьшение длины оболочки гибкого колеса L приводит к увеличению напряжений в зубчатом венце (рис. 9). При $h_1 = 1,25$ мм уменьшение L от 160 мм до 120 мм незначительно увеличивает напряжения, а уменьшение L от 120 мм до 80 мм увеличивает максимальные окружные напряжения σ_φ на 25 %. При $h_1 = 1,5$ мм зависимость $\sigma_\varphi(L)$ имеет аналогичный характер. При $h_1 = 1,75$ мм рассматриваемая зависимость $\sigma_\varphi(L)$ является практически линейной, а уменьшение L от 160 мм до 80 мм приводит к увеличению напряжений на 11 %. Из приведенных зависимостей следует, что оптимальная толщина зубчатого венца h_1 зависит от длины гибкого колеса L .

При получении зависимости напряжений от коэффициента смещения гибкого колеса X_g коэффициент смещения жесткого колеса вычислялся по формуле $X_B = X_g + \frac{W_0}{m} - 1$. Здесь W_0 — максимальная радиальная деформация зубчатого венца гибкого колеса. Необходимо отметить, что наружный диаметр гибкого подшипника не принимался по ГОСТ 23179–78, а вычислялся по формуле $D = 2m \left(\frac{z_g}{2} + x_g - h_a^* - c^* \right) - 2h_1$. Если D принимать по ГОСТ, то при изменении коэффициента смещения X_g необходимо изменять толщину зубчатого венца h_1 . В этом случае невозможно отличить влияние на напряжения

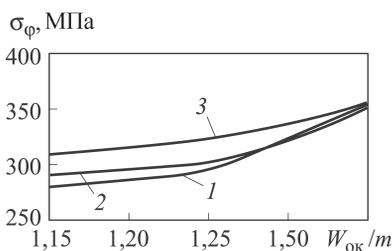


Рис. 8. Влияние $W_{0к}$ на напряжения (вторая форма кулачка, $\beta = 35^\circ$):
1 — $h_1 = 1,25$; 2 — $h_1 = 1,5$; 3 — $h_1 = 1,75$

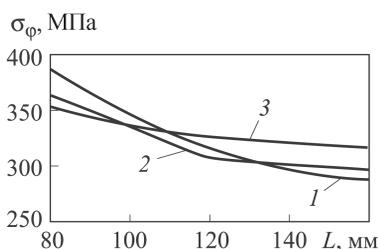


Рис. 9. Влияние L на напряжения σ_φ :
1 — $h_1 = 1,25$ мм; 2 — $h_1 = 1,5$ мм; 3 — $h_1 = 1,75$ мм

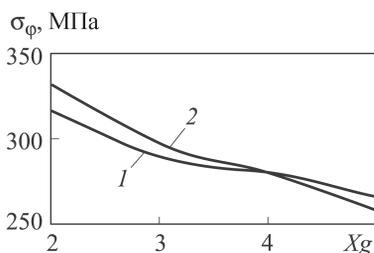


Рис. 10. Влияние X_g на напряжения σ_φ :
1 — $h_1 = 1,25$ мм; 2 — $h_1 = 1,5$ мм

h_1 и X_g . Как видно на рис. 10 увеличение коэффициента смещения от 2 до 5 позволяет снизить максимальные окружные напряжения на 15...20%. При $X_g > 5$ происходит заострение зубьев.

Выводы. 1. Использование пространственной математической модели волновой передачи позволило определить изменение напряжений в гибком колесе по длине зубчатого венца. Расчетным путем выявлено, что в поперечном сечении, расположенном под телами качения гибкого подшипника, происходит увеличение напряжений в гибком колесе.

2. Для уменьшения напряжений в гибком колесе предложено использовать гибкий подшипник с углублением на наружной поверхности гибкого подшипника. Использование в волновой передаче указанного нестандартного подшипника позволило уменьшить напряжения приблизительно на 19%.

3. Увеличение ширины впадины у гибкого колеса приводит к уменьшению максимальных напряжений в нем только при ширине впадины у основания зуба $e_F < 0,32m$.

4. Для рассматриваемой передачи кулачок, имеющий форму кольца деформированного четырьмя силами с углом $\beta = 35^\circ$, обеспечивает наименьшие значения напряжений в гибком колесе.

5. Для определения оптимальных значений различных параметров любой проектируемой волновой передачи необходимо проводить расчетные исследования их влияния на напряжения в гибком колесе и другие характеристики волновой передачи. Для этой цели разработан программный комплекс "ВОЛНА", который основан на методиках расчета, изложенных в работах [9, 10].

ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов М.Н. Волновые зубчатые передачи. М.: Высш. шк., 1981. 184 с.
2. Гинзбург Е.Г. Волновые зубчатые передачи. М.: Машиностроение, 1969. 160 с.
3. Шувалов С.А. Основные критерии работоспособности волновых зубчатых передач // Вестник машиностроения. 1976. № 11. С. 17–20.
4. Тростин В.И. Влияние геометрических параметров зубчатого венца на напряжения в ободке гибкого колеса волновой передачи // Изв. вузов. Машиностроение. 1975. № 9. С. 41–44.
5. Иванов М.Н., Тростин В.И., Финагенов В.А. Экспериментальное определение влияния зубьев на напряжения изгиба и жесткость зубчатого венца гибкого колеса волновой передачи // Изв. вузов. Машиностроение. 1975. № 9. С. 44–47.
6. Шувалов С.А., Горелов В.Н. Исследование напряжений в гибком зубчатом венце методом конечных элементов // Вестник машиностроения. 1983. № 1. С. 9–11.
7. Исследование напряжений на моделях зубчатого венца гибкого колеса волновой передачи методом тензометрирования / П.И. Миклин, С.А. Шувалов, В.З. Заикина и др. // Механические передачи. Межвуз. сб. ГГУ им. Н.И. Лобачевского. 1976. С. 137–146.

8. Горелов В.Н. Напряженное состояние зубчатого венца гибкого колеса волновой передачи // Изв. вузов. Машиностроение. 1982. № 10. С. 7–10.
9. Люминарский И.Е., Люминарский С.Е. Расчет сил взаимодействия элементов волновой зубчатой передачи // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2011. Спец. вып. “Энергетическое и транспортное машиностроение”. С. 230–240.
10. Люминарский С.Е. Определение напряженного состояния гибкого колеса волновой передачи // Изв. вузов. Машиностроение. 2012. Спец. вып. С. 17–22.
11. Гибкий подшипник качения: свидетельство № 133574 РФ / Люминарский И.Е., Люминарский С.Е. № 2013102696/11; заявл. 22.01.2013; опубл. 20.10.2013, Бюл. № 29.

REFERENCES

- [1] Ivanov M.N. Volnovye zubchatye peredachi [Harmonic drives]. Moscow, Vysshaya Shkola Publ., 1981. 184 p.
- [2] Ginzburg E.G. Volnovye zubchatye peredachi [Harmonic drives]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1969. 160 p.
- [3] Shuvalov S.A. The main performance criteria of harmonic drives. *Vestn. Mashinostr.* [Russ. Eng. Res.], 1976, no. 11, pp. 17–20 (in Russ.).
- [4] Trostin V.I. The influence of the geometric parameters of the gear wreath on the tension in the rim of flexible gear wheel of Harmonic drive. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved., Mashinostr.* [Proc. Univ., Mech. Eng.], 1975, no. 9, pp. 41–44 (in Russ.).
- [5] Ivanov M.N., Trostin V.I., Finagenov V.A. Experimental determination of the effect of the teeth on the tension of the bending and the stiffness of the gear wreath of flexible gear wheel of Harmonic drive. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved., Mashinostr.* [Proc. Univ., Mech. Eng.], 1975, no. 9, pp. 44–47 (in Russ.).
- [6] Shuvalov S.A., Gorelov V.N. The tension analysis in a flexible gear wreath by finite element method. *Vestn. Mashinostr.* [Russ. Eng. Res.], 1983, no. 1, pp. 9–11 (in Russ.).
- [7] Miklin P.I., Shuvalov S.A., Zaikina V.Z. The tension analysis on models of the gear wreath of flexible gear wheel of Harmonic drive by strain measurement method. *Mezhvuzovskiy sb. GGU im. N.I. Lobachevskogo “Mekhanicheskie peredachi”* [Interuniversity Collect. Pap. of the Lobachevskiy Gorky State University “Mechanical transmission”], Gorky, GGU im. N.I. Lobachevskogo Publ., 1976, pp. 137–146 (in Russ.).
- [8] Gorelov V.N. The state of tension of the gear wreath of flexible gear wheel of Harmonic drive. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved., Mashinostr.* [Proc. Univ., Mech. Eng.], 1982, no. 10, pp. 7–10 (in Russ.).
- [9] Lyuminarskiy I.E., Lyuminarskiy S.E. Calculation of interaction’s forces of Harmonic drive’s elements. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Bauman, Mashinostr., Spetsvyp. “Energeticheskoe i transportnoe mashinostroenie”* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Mech. Eng., Spec. Iss. “Power and transport engineering”], 2011, pp. 230–240 (in Russ.).
- [10] Lyuminarskiy S.E. Determination of the tension state of flexible gear wheel of Harmonic drive. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved., Mashinostr., Spetsvyp. “Fundamental’nye problemy sozdaniya i podderzhki vysokotekhnologichnykh proizvodstv”* [Proc. Univ., Mech. Eng., Spec. Iss. “Fundamental problems of creating and supporting high-tech industries”], 2012, pp. 17–22 (in Russ.).
- [11] Lyuminarskiy I.E., Lyuminarskiy S.E. Gibkiy podshipnik kacheniya [Flexible rolling bearing]. Decision no. 2013102696 to patent granting for useful model RF no. 133574, 20.10.2013.

Статья поступила в редакцию 14.01.2014

Люминарский Станислав Евгеньевич — канд. техн. наук, доцент кафедры “Теория механизмов и машин” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 10 научных работ в области динамики и прочности зубчатых механизмов.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

Lyuminarskiy S.E. — Cand. Sci. (Eng.), assoc. professor of “Theory of Mechanisms and Machines” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 10 publications in the field of dynamics and durability of gear mechanisms.

Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Люминарский Игорь Евгеньевич — д-р техн. наук, профессор кафедры “Теоретическая механика и теория механизмов” МГИУ. Автор более 20 научных работ, в том числе одной монографии, в области динамики и прочности зубчатых механизмов.

МГИУ, Российская Федерация, 115280, Москва, Автозаводская ул., д. 16.

Lyuminarskiy I.E. — Dr. Sci. (Eng.), professor of “Theoretical Mechanics and Theory of Mechanisms and Machines” department of the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Professional Education “Moscow State Industrial University” (FGBOU VPO “MGIU”). Author of more than 20 publications, including one monograph in the field of dynamics and durability of gear mechanisms.

FGBOU VPO “MGIU”, Avtozavodskaya ul. 16, Moscow, 115280 Russian Federation.