

УДК 539.3

А. Е. Белкин, Н. Л. Нарская

**СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПРОСТЕЙШИХ
ТРЕУГОЛЬНЫХ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ
ТОНКИХ ПЛАСТИН КИРХГОФА**

Подробно изложено построение двух треугольных конечных элементов пластин Кирхгофа из семейства элементов с девятью степенями свободы: элемента метода перемещений с принудительной совместностью наклонов нормали и гибридного элемента метода напряжений. На основе решений тестовых задач дана сравнительная оценка точности этих элементов, а также неконформного элемента Зенкевича и элемента с дискретным наложением гипотезы Кирхгофа. Показано, что наиболее точный из рассмотренных элементов — гибридный.

Comparative Analysis of Simplest Triangular Finite Elements of Kirchhoff Thin Plates / A.Ye. Belkin, N.L. Narskaya // Vestnik MGTU. Mashinostroenie. 2002. No. 1. P. 81–100.

The construction of two triangular finite elements of Kirchhoff plates from the 9-degree of freedom elements family is set forth in detail: an element of the displacement method with forced slope compatibility of normals and a hybrid element of the stress method. Based on solutions of test tasks, the comparative precision estimation is given for the finite elements and also the non-conformal Zenkevich element and an element with the discrete application of the Kirchhoff hypothesis. The hybrid element is shown to have the highest precision among the elements under consideration. Figs.4. Tabs.7. Refs.14.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bazeley G.P., Cheung Y.K., Irons B.M., Zienkiewicz O.C. Triangular elements in plate bending – conforming and non-conforming solutions // Proc. Conf. On Matrix Methods in Structural Mechanics. Air Force Inst. of Tech., Wright Patterson A.F. Base, Ohio, 1965. – P. 547–576.
2. О л м а н Д. Дж. Треугольные конечные элементы для расчета изгибаемых пластин при постоянных и линейно распределенных изгибающих моментах // В кн.: Расчет упругих конструкций с использованием ЭВМ. Т. 1. – Л.: Судостроение, 1974. – С. 80–101.
3. K i k u c h i F., A n d o Y. Some finite element solutions for plate bending problems by simplified hybrid displacement method // Nuclear Engineering and Design. – 1972. – Vol. 23. – P. 155–178.

4. Allman D. J. A simple cubic displacement element for plate bending // *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*. – 1976. – Vol. 10. – P. 263–281.
5. Batoz J. L., Bathé K. J., Ho L. W. A study of three-node triangular plate bending elements // *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*. – 1980. – Vol. 15. – P. 1771–1812.
6. Cheung Y. K., Chen W. J. Refined nine-parameter triangular thin plate bending element by using refined direct stiffness method // *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*. – 1995. – Vol. 38. – P. 283–298.
7. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. – М.: Мир, 1987. – 542 с.
8. Харви Д., Килси С. Изгибные элементы в виде треугольных пластинок с принудительной совместностью // *Ракетная техника и космонавтика*. – 1971. – Т. 9, № 6. – С. 38–42.
9. Tong P. A family of hybrid plate elements // *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*. – 1982. – Vol. 18. – P. 1455–1468.
10. Белкин А. Е. Простейшие треугольные конечные элементы тонких пластин, рассчитываемых по теории Кирхгофа // *Вестник МГТУ. Серия “Машиностроение”*. – 2001. – № 2. – С. 3–25.
11. Голованов А. И., Корнишин М. С. Введение в метод конечных элементов статики тонких оболочек. – Казань, Казанский физико-технический институт, 1989. – 269 с.
12. Fraeijns de Veubeke B., Sander G. An equilibrium model for plate bending // *Int. J. Solids and Structures*. – 1968. – Vol. 4. – P. 447–468.
13. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 541 с.
14. Тимошенко С. П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. – М.: Наука, 1966. – 636 с.
15. Сапонджян О. М. Изгиб тонких упругих плит. – Ереван: Айастан, 1975. – 436 с.

Статья поступила в редакцию 10.09.01

Александр Ефимович Белкин родился в 1951 г., окончил в 1974 г. МВТУ им. Н.Э. Баумана. Д-р техн. наук, профессор кафедры “Прикладная механика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 50 научных работ в области расчетов на прочность, механики пневматических шин.

A.Ye. Belkin (b. 1951) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1974. D.Sc. (Eng.), professor of “Applied Mechanics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of over 50 publications in the field of structural analysis, mechanics of pneumatic tires.

Наталья Лазаревна Нарская окончила МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1974 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры “Теоретическая механика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 20 научных работ в области расчетов на прочность, механики пневматических шин.

N.L. Narskaya graduated from the Bauman Higher Technical School in 1974. Ph.D. (Eng.), ass. professor of the “Theoretical Mechanics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of over 20 publications in the field of strength calculations, pneumatic tire mechanics.