

В. А. Иванов, Е. В. Ручинская

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ЭФФЕКТИВНОСТИ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМОВ
ДВИЖЕНИЯ ОРБИТАЛЬНЫХ ТРОСОВЫХ
СИСТЕМ ДЛЯ СБЛИЖЕНИЯ В КОСМОСЕ**

Рассмотрена методика определения эффективности применения равновесного стационарного режима и режимов колебаний и вращения орбитальной тросовой системы для выведения привязного объекта в расчетную точку встречи с космическим аппаратом, движущимся по круговой орбите.

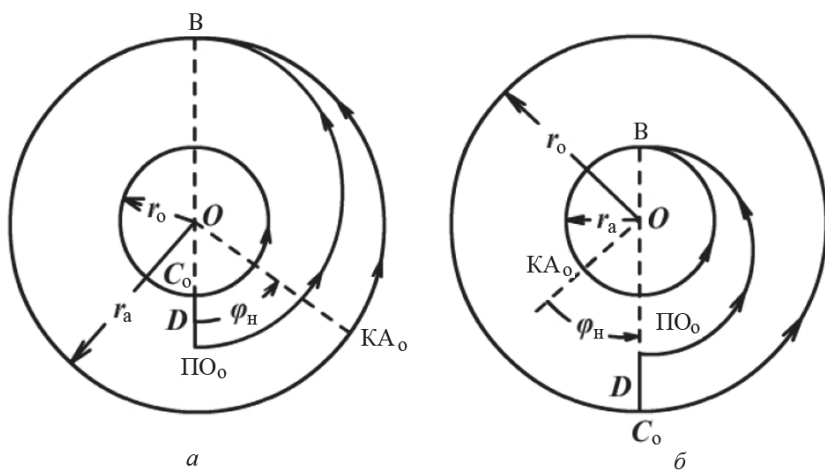
E-mail: l_r@stmp.ru

Ключевые слова: космический аппарат, орбитальная станция, привязной объект, орбитальная тросовая система, центр масс, вращение связи, ориентация по местной вертикали, равновесный стационарный режим движения, траектория встречи.

Реализация многих орбитальных и межпланетных полетов связана с решением традиционными способами задач сближения и встречи космических аппаратов (КА), что приводит к значительным энергетическим затратам [1–5]. Применение орбитальных тросовых систем (ОТС) позволит в существенной мере сократить эти затраты, а в некоторых случаях сближение и встреча в космосе с использованием связи могут быть осуществлены вообще без затрат топлива.

Ранее [1–8] рассматривались отдельные аспекты применения ОТС для сближения КА с использованием различных режимов движения связи. Настоящая работа посвящена определению сравнительной оценки эффективности использования равновесного стационарного режима движения ОТС (когда связь в процессе движения все время ориентирована по местной вертикали) и режимов колебаний связи относительно вертикального положения равновесия и вращения связи вокруг центра масс (ЦМ).

Орбитально-тросовая система включает в себя орбитальную станцию (ОС) и привязной объект (ПО), соединенные тросом длиной D . Орбитальная станция движется по орбите радиуса r_0 . Задача встречи ОС с КА, движущимся по орбите радиуса r_a , решается ПО, который после расцепления связи переходит на траекторию встречи с КА. При этом возможны два случая. В первом случае движение связанных объектов происходит на высотах, меньших высоты круговой орбиты КА, т.е. $r_a > r_0 + D$ (рисунок, а). Во втором — орбита КА располагается ниже орбит связанных объектов, т.е. $r_a < r_0 - D$ (рисунок, б).



Схемы перехода между орбитами

Известно, что при переходе между круговыми орбитами оптимальным по энергетике является переход по эллипсу, который в апсидальных точках касается двух рассматриваемых орбит [1]. Поэтому предполагается, что движение ПО от точки расщепления связки (точка ПО, см. рисунок) до расчетной точки встречи (точка B , см. рисунок) происходит по половине эллипса. Угол φ_n определяет начальное угловое рассогласование между ПО и КА в момент расщепления связки, при котором обеспечивается одновременный приход ПО и КА в расчетную точку встречи.

Одной из основных характеристик ОТС является длина D троса, которая во многом определяет возможности системы для реализации сближения с КА. Желательно, чтобы целевая задача решалась при минимальной длине троса. Это позволит уменьшить суммарную массу тросовой системы и облегчить условия развертывания системы в рабочее состояние. Для сравнительной оценки реализации сближения ПО и КА из равновесного стационарного режима движения ОТС и из режимов колебаний и вращения связки вокруг ЦМ воспользуемся зависимостями, определяющими требуемую безразмерную длину троса $\tilde{D} = D/r_0$.

В случае $r_a > r_0 + D$ имеем

$$a\tilde{D}^4 + b\tilde{D}^3 + c\tilde{D}^2 + d\tilde{D} + e = 0, \quad (1)$$

где $a = (\Omega_{op} + 1)^2$; $b = \sqrt{a}[\sqrt{a}(2 + \tilde{r}_a) + 2]$; $c = \sqrt{a}[\sqrt{a}(\tilde{r}_a + 1) + 2(2 + \tilde{r}_a)] + 1$; $d = -[2\sqrt{a}(\tilde{r}_a + 1) + (\tilde{r}_a + 2)]$; $e = 1 - \tilde{r}_a$; Ω_{op} – безразмерная угловая скорость вращения связки относительно орбитальной системы координат; $\tilde{r}_a = r_a/r_0$.

В случае $r_a < r_o - D$ также справедливо уравнение (1), но выражения для коэффициентов имеют несколько иной вид:

$$a = \Omega_{\text{op}} + 1; \quad b = \sqrt{a}[\sqrt{a}(2 + \tilde{r}_a) + 2]; \quad c = [\sqrt{a}(\tilde{r}_a + 1) + 2(2 + \tilde{r}_a)] + 1; \\ d = -[2\sqrt{a}(\tilde{r}_a + 1) + (\tilde{r}_a + 2)]; \quad e = 1 - \tilde{r}_a.$$

Принимая во внимание, что безразмерная длина \tilde{D} троса является малой величиной ($\tilde{D} \ll 1$), при решении уравнения (1) первые два члена можно не учитывать.

Тогда решения имеют вид:

$$\tilde{D} = -[2(\Omega_{\text{op}} + 1)(\tilde{r}_a + 1) + (\tilde{r}_a + 2)] + \{[2(\Omega_{\text{op}} + 1)(\tilde{r}_a + 1) + (\tilde{r}_a + 2)]^2 - \\ - 4[(\Omega_{\text{op}} + 1)^2(\tilde{r}_a + 1) + 2(\Omega_{\text{op}} + 1)(\tilde{r}_a + 2) + 1](1 - \tilde{r}_a)\}^{1/2} \times \\ \times \{2[(\Omega_{\text{op}} + 1)^2(\tilde{r}_a + 1) + 2(\Omega_{\text{op}} + 1)(\tilde{r}_a + 2) + 1]\}^{-1} \quad (2)$$

— при $r_a > r_o + D$;

$$\tilde{D} = [2(\Omega_{\text{op}} + 1)(\tilde{r}_a + 1) + (\tilde{r}_a + 2)] - \{[2(\Omega_{\text{op}} + 1)(\tilde{r}_a + 1) + (\tilde{r}_a + 2)]^2 - \\ - 4[(\Omega_{\text{op}} + 1)^2(\tilde{r}_a + 1) + 2(\Omega_{\text{op}} + 1)(\tilde{r}_a + 2) + 1](1 - \tilde{r}_a)\}^{1/2} \times \\ \times \{2[(\Omega_{\text{op}} + 1)^2(\tilde{r}_a + 1) + 2(\Omega_{\text{op}} + 1)(\tilde{r}_a + 2) + 1]\}^{-1} \quad (3)$$

— при $r_a < r_o - D$.

Полагая в зависимостях (2) и (3) $\Omega_{\text{op}} = 0$, получаем \tilde{D} , соответствующее равновесному стационарному режиму движения связки. Если принять угловую скорость связки $0 < \Omega_{\text{op}} < 1,58114$, то получаем значение \tilde{D} , отвечающее сближению КА в режиме колебаний связки без схода системы со связи (трос натянут), а диапазону $1,58114 \leq \Omega_{\text{op}} \leq 1,732051$ соответствует режим колебаний со сходом системы со связи (трос ослаблен). Значениям $\Omega_{\text{op}} > 1,732051$ соответствует \tilde{D} при сближении КА в режиме вращения связки вокруг ЦМ.

Для сравнительной оценки рассматриваемых схем сближения введем безразмерную величину \hat{D} , определяющую, во сколько раз длина троса, необходимая для сближения из режима колебаний и режима вращения ОТС, меньше длины троса, соответствующей равновесному стационарному режиму движения связки.

В табл. 1 приведены результаты расчетов \tilde{D} , D и \hat{D} для широкого диапазона угловых скоростей Ω_{op} при различных значениях безразмерного радиуса r_a орбиты КА. Здесь $\Delta\epsilon$ — амплитуда колебаний тросовой системы относительно вертикального положения равновесия.

Граничные и промежуточные значения Ω_{op} выбирают, исходя из реализуемых угловых скоростей для трех рассматриваемых режимов движения [1–5], в частности при $\Omega_{\text{op}} = 0$ имеет место равновесный стационарный режим.

Таблица 1

Сравнительная оценка различных режимов движения связки

Параметры	Равновесный режим	Колебания без схода со связки		Колебания со сходом со связки		Вращение вокруг ЦМ		
		0,5	1,0	1,581	1,732	2,0	10,0	20,0
$\Omega_{ор}$	0	0,5	1,0	1,581	1,732	2,0	10,0	20,0
$\Delta\varepsilon$, град	0	16,778	35,264	65,905	90,000	–	–	–
$\tilde{r}_a = 1,01$	0,00142	0,00110	0,000903	0,000746	0,000714	0,000662	0,000211	0,000114
$r_o = 7700$ км	D , км	8,502	6,956	5,743	5,494	5,100	1,628	0,880
$r_a = 7777$ км	\hat{D}	1,286	1,572	1,904	1,990	2,144	6,716	12,431
$\tilde{r}_a = 0,95$	\tilde{D}	0,00514	0,00469	0,00388	0,00371	0,00344	0,00110	0,000593
$r_o = 8000$ км	D , км	45,880	37,547	31,000	29,657	27,538	8,788	4,747
$r_a = 7600$ км	\hat{D}	1,285	1,570	1,902	1,988	2,141	6,709	12,419

Расчеты показывают, что величина \hat{D} в основном определяется значением $\Omega_{\text{оп}}$. При этом значения \hat{D} при $r_a > r_o + D$ и при $r_a < r_o - D$ оказываются практически одинаковыми. При сближении в режиме колебаний ОТС без схода системы со связи требуемая длина троса в 1,9 раза меньше, чем для схемы сближения в равновесном стационарном режиме движения связки, а для схемы сближения в режиме вращения ОТС вокруг ЦМ, как минимум, в 2 раза меньше.

С увеличением угловой скорости вращения связки требуемая длина троса интенсивно уменьшается. Так, величина D при $\Omega_{\text{оп}} = 10$ в 6,7 раза, а при $\Omega = 20$ уже в 12,4 раза меньше, чем требуемая длина троса для равновесного стационарного режима движения связки. Но следует иметь в виду, что по соображениям технической реализации, равновесный стационарный режим движения ОТС имеет определенные преимущества. Поэтому, если длина троса в этом случае оказывается приемлемой, то для сближения следует использовать схему на основе равновесного режима движения связки. Если же желательно сближение осуществить при меньшей длине троса, то надо выбрать режим колебаний или режим вращения ОТС.

Рассмотрим второй подход к сравнительной оценке изучаемых схем сближения с расцеплением связки в момент перехода ПО на траекторию встречи с КА. Будем считать, что длина троса D и радиус r_o заданы. Определим, насколько увеличивается радиус обслуживаемых орбит КА при переходе от схемы сближения, основанной на равновесном стационарном режиме движения связки, к схемам, использующим режимы колебаний и вращения связки вокруг ЦМ.

В качестве исходных зависимостей воспользуемся выражениями (2) и (3). Решаем эти уравнения относительно безразмерного радиуса \tilde{r}_a :

$$\tilde{r}_a = \frac{(1 + \tilde{D})^2 [(\Omega_{\text{оп}} + 1)\tilde{D} + 1]^2}{2 - (1 + \tilde{D})[(\Omega_{\text{оп}} + 1)\tilde{D} + 1]^2} \quad (4)$$

— при $r_a > r_o + D$;

$$\tilde{r}_a = \frac{(1 - \tilde{D})^2 [(\Omega_{\text{оп}} + 1)\tilde{D} - 1]^2}{2 - (1 - \tilde{D})[(\Omega_{\text{оп}} + 1)\tilde{D} - 1]^2} \quad (5)$$

— при $r_a < r_o - D$.

Для сравнительной оценки рассматриваемых схем сближения введем безразмерную величину

$$\hat{r}_a = \frac{r_a(\Omega_{\text{оп}})}{r_a(0)}, \quad (6)$$

где $r_a(0)$ — достижимый при сближении радиус орбиты КА при заданных значениях D и r_o для схемы сближения из равновесного режима движения связки, $r_a(\Omega_{\text{оп}})$ — достижимый при сближении радиус r_a для

Таблица 2

Сравнительная оценка схем сближения по значениям \tilde{r}_a , \hat{r}_a , $\delta\hat{r}_a$

Параметры	Равновесный режим	Колебания без схода со связи		Колебания со сходом со связи		Вращение вокруг ЦМ		
		0,5	1,0	1,581	1,732	2,0	10,0	20,0
$\Omega_{\text{оп}}$	0	0,5	1,0	1,581	1,732	2,0	10,0	20,0
$\Delta\varepsilon$, град	0	16,778	35,264	65,905	90,000	–	–	–
$\tilde{D} = 0,01$	1,007	1,009	1,011	1,013	1,014	1,015	1,048	1,092
$r_0 = 7700$ км	7754,132	7769,689	7785,289	7803,467	7808,197	7808,794	8072,912	8408,483
$D = 7,7$ км	1,0	1,002	1,004	1,006	1,007	1,007	1,041	1,084
$\delta\hat{r}_a$	7,030	9,051	11,077	13,437	14,052	15,143	48,430	92,011
$\tilde{D} = 0,001$	0,993	0,991	0,989	0,987	0,986	0,985	0,954	0,918
$r_0 = 8000$ км	7944,295	7928,399	7912,604	7894,289	7889,542	7881,126	7634,809	7340,111
$D = 8$ км	1,0	0,998	0,995	0,993	0,992	0,991	0,960	0,923
$\delta\hat{r}_a$	6,963	8,950	10,924	13,214	13,807	14,859	44,649	82,486

схемы сближения в режиме колебаний и режиме вращения связки с угловой скоростью Ω_{op} .

Введем также безразмерную величину $\delta\hat{r}_a$, которая показывает, во сколько раз модуль разности радиусов орбит r_a и r_o превышает длину троса:

$$\delta\hat{r}_a = \frac{|r_a - r_o|}{D}. \quad (7)$$

Используя зависимости (4) и (5), выражения (6) и (7) можно записать в следующем виде:

$$\hat{r}_a = -\frac{2 - (1 + \tilde{D})^3[(\Omega_{op} + 1)\tilde{D} + 1]^2}{(1 + \tilde{D})^2\{2 - (1 + \tilde{D})[(\Omega_{op} + 1)\tilde{D} + 1]^2\}},$$

$$\delta\hat{r}_a = \frac{1}{\tilde{D}} \left\{ \frac{(1 + \tilde{D})^2[(\Omega_{op} + 1)\tilde{D} + 1]^2}{2 - (1 + \tilde{D})[(\Omega_{op} + 1)\tilde{D} + 1]^2} - 1 \right\}$$

— при $r_a > r_o + D$;

$$\hat{r}_a = \frac{2 - (1 - \tilde{D})^3[(\Omega_{op} + 1)\tilde{D} - 1]^2}{(1 - \tilde{D})^2\{2 - (1 - \tilde{D})[(\Omega_{op} + 1)\tilde{D} - 1]^2\}},$$

$$\delta\hat{r}_a = \frac{1}{\tilde{D}} \left\{ 1 - \frac{(1 - \tilde{D})^2[(\Omega_{op} + 1)\tilde{D} - 1]^2}{2 - (1 - \tilde{D})[(\Omega_{op} + 1)\tilde{D} - 1]^2} \right\}$$

— при $r_a < r_o - D$.

В табл. 2 приведены результаты расчетов \tilde{r}_a , \hat{r}_a , $\delta\hat{r}_a$ для того же диапазона угловых скоростей Ω_{op} , как и в табл. 1.

В случае, когда $r_a > r_o + D$, с увеличением Ω_{op} значения всех рассматриваемых параметров возрастают. При сближении КА в равновесном стационарном режиме движения связки разность радиусов орбит КА и базового объекта связки ($r_a - r_o$) в 7 раз превышает длину троса, а в режиме колебаний связки без схода системы со связки эта величина возрастает до 13,4. В случае сближения в режиме вращения связки вокруг ЦМ величина $\delta\hat{r}_a$ оказывается больше в 14,1 раза и при $\Omega_{op} = 10$ разность $r_a - r_o$ уже в 48,4 раза превышает длину троса.

В случае $r_a < r_o - D$ с увеличением Ω_{op} значения \tilde{r}_a , \hat{r}_a , $\delta\hat{r}_a$ убывают, а величина $\delta\hat{r}_a$ — возрастает. Для сближения в равновесном режиме разность $r_a - r_o$ в 6,96 раза превышает длину связки, а для режима колебаний это отношение возрастает до 13,2. Применение режима вращения связки позволяет существенно повысить эффективность использования длины троса. Величина $\delta\hat{r}_a$ увеличивается от 13,8 и при $\Omega_{op} = 10$ достигает значения 44,6.

Проведенный анализ показывает, что с точки зрения уменьшения массы тросовой системы (уменьшения ее размеров) из трех рассматриваемых схем сближения наиболее предпочтительным является сближение в режиме вращения связки вокруг центра масс.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балахонцев В. Г., Иванов В. А., Шабанов В. И. Сближение в космосе. – М.: Воениздат, 1973. – 367 с.
2. Белецкий В. В. Очерки о движении космических тел. – М.: Наука, 1977. – 432 с.
3. Титов Г. С., Иванов В. А., Горьков В. Л. Межорбитальные и локальные маневры космических аппаратов. – М.: Машиностроение, 1982. – 245 с.
4. Иванов В. А., Ситарский Ю. С. Динамика полета системы гибко связанных космических объектов. – М.: Машиностроение, 1986. – 248 с.
5. Полет космических аппаратов. Примеры и задачи / Ю.Ф.Авдеев, А.И.Беляков, А.В.Брыков и др. – М.: Машиностроение, 1990. – 272 с.
6. Иванов В. А., Ручинский В. С. Перспективы применения гибко связанных космических объектов для сближения в космосе // Науч. тр. МАТИ – Российского гос. техн. ун-та им. К.А. Циолковского. Вып. 6 (78). – М.: ИЦ МАТИ, 2004. – С. 293–297.
7. Иванов В. А., Ручинский В. С. Осуществление мягкой встречи в космосе с использованием системы гибко связанных космических объектов // Науч. тр. МАТИ – Российского гос. техн. ун-та им. К.А. Циолковского. Вып. 8 (80). – М.: ИЦ МАТИ, 2005. – С. 154–159.
8. Иванов В. А., Ручинский В. С. Применение режима колебаний и вращения связки вокруг центра масс для вывода объекта на траекторию сближения в космосе // Науч. тр. МАТИ – Российского гос. техн. ун-та им. К.А. Циолковского. Вып. 8 (80). – М.: ИЦ МАТИ, 2005. – С. 159–164.

Статья поступила в редакцию 22.09.2009

Виталий Александрович Иванов родился в 1929 г., окончил Военно-инженерную академию им. Ф.Э. Дзержинского в 1954 г. Д-р техн. наук, профессор МАТИ, ученый секретарь Российской академии ракетных и артиллерийских наук (РАРАН), действительный член РАРАН, почетный академик Российской академии космонавтики им. К.Э. Циолковского. Автор более 100 научных работ и 4 монографий в области авиации и космонавтики.

V.A. Ivanov (b. 1929) graduated from the Military Engineering Academy n.a. F.E. Dzerzhanskii in 1954. D. Sc. (Eng.), professor of the Moscow Aviation and Technology Institute, member of the Russian Academy of Rocket and Artillery Sciences, Honorary academician of the Russian Academy of Cosmonautics n.a. K.E. Tsiolkovskii. Author of more than 100 publications and 4 monographs in the field of aviation and spaceflight.

Елена Валерьевна Ручинская окончила в 2001 г. МИЭМ. Аспирантка МАТИ–РГТУ им. К.Э. Циолковского. Автор 20 научных работ в области математического моделирования.

Ye.V. Ruchinskaya graduated from the Moscow Institute of Electronic Engineering in 2001. Post-graduate of the MATI–Russian State Technical University n.a. K.E. Tsiolkovskii. Author of 20 publications in the field of mathematical simulation.