

Николай Константинович Никулин — канд. техн. наук, доцент кафедры “Вакуумная и компрессорная техника” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 100 научных работ в области вакуумной техники.

N.K. Nikulin — Ph. D. (Eng.), assoc. professor of "Vacuum and Compressor Technology" department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 100 publications in the field of vacuum technology.

Елена Владимировна Свичкарь — ассистент кафедры “Вакуумная и компрессорная техника” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор четырех научных работ в области вакуумной техники.

Ye.V. Svichkar — assistant of "Vacuum and Compressor Technology" department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 4 publications in the field of vacuum technology.

---

УДК 621.184.64; 536.24

М. И. О с и п о в, А. М. П ы л а е в

## **НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ПОЛЯ ТЕМПЕРАТУР В МНОГОСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЕ С ПЕРЕМЕННЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ**

*Представлено аналитическое решение задачи расчета нестационарных температурных полей в многослойной стенке теплообменного аппарата при условиях третьего рода на граничных поверхностях, первого или второго рода на торцах и при условиях склейки общего вида. Учтена зависимость режимных и теплофизических характеристик от времени и от координат. В решении применена модификация метода Бубнова–Галеркина. В роли базисных функций использованы комбинации полиномов по координатам и тригонометрических функций по времени, удовлетворяющие — с произвольными константами — всем краевым условиям. Приведены примеры расчета распределения температур для теплообменника с винтовой перегородкой и для лопаток высокотемпературных газовых турбин.*

**E-mail: osipov@power.bmstu.ru**

**Ключевые слова:** нестационарная теплопроводность, многослойная пластина, модификация метода Бубнова–Галеркина, теплообменник, газовая турбина.

При создании высокоэффективных и надежных теплообменных аппаратов и систем охлаждения газотурбинных установок и теплообменных аппаратов различного назначения ставится задача численного и аналитического исследования внутреннего и нестационарного теплообмена в многослойных стенках корпусных деталей теплообменников и сопловых лопаток. В связи с этим рассмотрим задачу о нестационарных температурных полях ( $T = T(t, x, y)$ ) в  $I$ -слойной пластине

при условиях третьего рода

$$\alpha_g(T_g - T) = (-1)^g \lambda \partial t / \partial y; \quad (1)$$

$$y = y_{\max} = Y, \quad g = 2; \quad y = y_{\min} = 0, \quad g = 1,$$

на границах с нормальными координатами, а также при задании тепловых потоков  $q$  или температур  $T$  при следующих значениях продольных координат:

$$Q = Q_0, \quad x = x_{\min} = -X/2; \quad Q = Q_x, \quad (2)$$

$$x = x_{\max} = X/2; \quad Q \in \{q, T\}.$$

В условиях (1)  $\alpha_g$  – коэффициенты теплоотдачи;  $T_g$  – температура среды. В процессе решения учитываем зависимости режимных и теплофизических характеристик от времени и координат.

При использовании программы для ЭВМ, реализующей численное решение задачи конечно-разностным методом, представляет интерес разработка модификации расчетного метода, не связанного с пошаговой (как по времени, так и по координатам) процедурой и, по возможности, близкого к аналитическому. Такое решение, в частности, полезно для тестирования численных расчетов.

Основу математической постановки задачи составляет дифференциальное уравнение с кусочно-непрерывными функциями теплопроводности  $\lambda$ , объемных теплоемкостей  $c$  и тепловыделения  $W$ :

$$c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + W; \quad (3)$$

$$t > 0, \quad x \in (-X/2; X/2), \quad y \in (0; Y).$$

В связи с тем, что функция  $\lambda$  не дифференцируема на границах контакта (в точной постановке задачи), вместо уравнения (3) следует рассматривать систему из уравнений теплопроводности, записанных для каждого из слоев в отдельности, при общей односторонней параболической переменной времени [1]:

$$c_i \frac{\partial T_i}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right)_i - \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right)_i - W_i = 0; \quad (4)$$

$$t > 0, \quad x \in (-X/2; X/2), \quad y \in (y_{i1}; y_{i2}).$$

Однозначное решение задачи (1), (2) и (4) выполнено при дополнительном учете начального распределения температуры:

$$T_i = T_{\text{ин}}(x, y); \quad t = 0, \quad x \in [-X/2; X/2], \quad y \in [y_{i1}; y_{i2}], \quad (5)$$

а также при учете для  $I$  слоев пластины условий склейки типа

$$\lambda_i \frac{\partial T_{i2}}{\partial y} = \lambda_{i+1} \frac{\partial T_{i+1,1}}{\partial y} + P_i; \quad (6)$$

$$t > 0, \quad T_{i2} = T_{i+1,1} + Q_i; \quad i \in \{1 \dots I - 1\}.$$

Слагаемые в уравнении (6), формально соответствующие неидеальности теплового контакта (при  $Q_i \neq 0$ ) и поверхностному, контактному тепловыделению (при  $P_i \neq 0$ ), включены в целях использования соответствующей программы для ЭВМ при итерационном решении нелинейных задач.

Публикаций по решению рассматриваемой задачи в полной постановке не найдено. Известны лишь результаты анализа для задач в существенно упрощенной постановке, а также общие рекомендации, в частности, по применению обязательно точных методов математической физики для выявления зависимости решения от времени. Применение же, при необходимости, приближенных подходов допустимо лишь по эллиптическим координатам [1]. Судя по публикациям (например, [2]), весьма эффективным представляется метод Бубнова-Галеркина. Применительно к задаче класса (1), (2), (4)–(6) построение решения рекомендовано в виде линейной суперпозиции некоторых функций, называемых базисными и удовлетворяющих граничным условиям. При этом указывается, что коэффициенты разложения следует определять из условий минимизации ортогональной проекции невязки по всей области решения, и подчеркивается, что успех в применении метода определяется выбором структуры и числа базисных функций, входящих в разложение. Но для рассматриваемой задачи конкретных указаний нет.

В нестационарных задачах эти коэффициенты в общем случае представляются функциями времени; поэтому их определению соответствует система линейных дифференциальных уравнений изменения времени. Следует отметить, что в стационарных задачах эти коэффициенты принимаются постоянными и выявляются на основе решений линейных алгебраических систем уравнений, что намного проще. В связи с этим эффективен аналитико-численный подход [1], включающий в себя интегральное преобразование Лапласа, процедуру минимизации невязки для изображения и, наконец, переход к оригиналу. Для определения коэффициентов в разложениях для изображений в данном случае также логично использовать линейные алгебраические уравнения, что и является основным преимуществом названного подхода. К сожалению, в случаях с зависимостью от времени хотя бы немногих параметров ( $\alpha_g$ ,  $\lambda_i$ ,  $c_i$ ) применимость преобразования Лапласа практически исключена.

Сведение трудностей задачи к рассмотрению линейных алгебраических уравнений и без преобразования Лапласа допустимо при использовании в роли совокупности базисных функций систем из произведений тригонометрических функций от времени  $t$  и координат. Такой подход, ранее использованный при решении стационарных задач [3, 4], формально применим и при использовании времени в роли аргумента.

Но при этом всегда получаются принципиально бесконечные системы линейных алгебраических уравнений и необходимо обоснование возможности редукции конкретных систем [5], что для рассматриваемой задачи представляется проблематичным.

В настоящей работе опробована модификация метода Бубнова–Галеркина, позволившая ограничиться рассмотрением только систем линейных алгебраических уравнений, применительно к процессам с ограниченной протяженностью во времени  $t \in [0; t_{\max} = \tau]$ . В основном варианте анализа зависимости  $W = \{W_i\}$ ,  $T_n = \{T_{ni}\}$ ,  $Q_0 = \{Q_{0i}\}$ ,  $Q_x = \{Q_{xi}\}$  считаются кусочно-линейными по нормали к стенке (по  $y$ ), т.е. линейными по толщине любого слоя. При необходимости учета более сложной зависимости функций от поперечной координаты для каких-либо из физически однородных слоев возможно разбиение каждого из них, например, на  $j$  подслоев с заданием соответствующих подсовокупностей из  $j$  линейных функций. Для характеристики зависимостей температуры  $T_n$  от продольной координаты  $x$ , тепловых потоков  $Q_0$  и  $Q_x$  от времени  $t$ ,  $\{\alpha_g, T_g, \lambda_i, c_i, W_i, Q_i, P_i\}$ , а также искомого решения от  $x$  и  $t$ , предусмотрено использование полиноминых по  $x$  и тригонометрических по времени  $t$  аппроксимаций. Отметим, что применение тригонометрических рядов по времени (при достаточно большом числе слагаемых с заранее неизвестными коэффициентами) в составе каждой из базисных функций обеспечивает принципиально точное решение. Число слагаемых в разложениях для искомых решений ограничено лишь возможностями вычислительных средств, которые позволяют использовать и большое число необходимых уравнений.

Решение  $T_i, i = 1 \dots I$  строится в виде суммы трех групп функций:

$$T_i = F_i + \sum_{v=1,2} \sum_{n,m}^{N,M} G_{vnm} C_{vnm} + \sum_p H_{ip} E_p; \quad i = 1 \dots I, \quad N+M \Leftarrow S, \quad (7)$$

где  $H_p$ ;  $p \in \{1t, 0, X\}$  — функции, последовательно (при  $t = 0$ ,  $x = -X/2$ ;  $x = X/2$ ) удовлетворяющие заданным условиям на границах пространственно-временной области решения;  $E_p$  — функции, единичные на соответствующих границах и быстро убывающие до нуля в их окрестностях, например  $E_p = \exp(-C_p p)$ ,  $C_p \gg 1$ ;  $F_i$  — функции, удовлетворяющие условиям (1) и (6) и однородным условиям при  $t = 0$ ,  $x = -X/2$ ;  $x = X/2$   $G_{vnm}$  — функции, удовлетворяющие всем однородным условиям, соответствующим (1), (2), (5), (6). Авторами настоящей работы использована возможность построения функции  $F_i$  в форме разложений по продольной координате и времени с кусочно-линейными коэффициентами, а именно

$$F_i = A_i + B_i \cdot y_i, \quad i = 1, \dots, I; \quad A_1 = T_1 + \lambda_1 B_1 / \alpha_1, \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
B_1 &= (T_2 - A_1 + \sum_{l=1}^I P_l/\alpha_2 + \\
&+ \sum_{k=1}^{I-1} (\delta_{k+1} \sum_{l=1}^k P_l/\lambda_{k+1} + Q_k))/(\lambda_1 R); \quad R = \sum_{j=1}^2 \alpha_j^{-1} + \sum_{k=1}^I \delta_k/\lambda_k, \quad (9) \\
\delta_{k=y_{k2}} - y_{k2}; \quad A_{i+1} &= A_i + (B_i - B_{i+1})y_{i2} - Q_i, \\
B_{i+1} &= (\lambda_i B_i - P_i)/\lambda_{i+1}, \quad i = 1, \dots, I-1.
\end{aligned}$$

Для базисных функций  $G_{vnm}$  целесообразно применение структуры следующего вида:

$$\begin{aligned}
G_{vnm} &= \Phi(y)(\sin m_t + D_{vnm} \cos m_t(1 - E_{vt}))\Psi_n(x); \\
m_t &= 2mt\pi/\tau; \quad \Phi(y) = \{\Phi_i, \quad y \in [y_{i1}; y_{i2}], \quad i = 1, \dots, I\}, \quad (10) \\
\Phi_i &= A_i + B_i y - K J(y); \quad J(y) = \int_0^y U(y) dy,
\end{aligned}$$

$$U(y) = y \prod_{k=1}^{I-1} (y - y_{k2}) dy, \quad (11)$$

$$K = R\lambda_1/(J(y_{I2}) + \lambda_1 U(y_{I2})/\alpha_2); \quad A_1 = \lambda_1/\alpha_1,$$

$$B_1 = 1, \quad B_{i+1} = \lambda_i/\lambda_{i+1}, \quad A_{i+1} = \sum_{j=1}^i B_j - B_{j+1})y_{j2};$$

$$i = 1, \dots, I-1; \quad n = 0, 1, \dots, N, \quad m = 1, \dots, M.$$

Обозначение  $R$  в (11) определено в разложении (9). Выражения (8)–(11) записаны для условий с  $\alpha_j \neq 0$ ,  $j \in \{1; 2\}$ , в отличие от обычного подхода  $\sum_{j=1}^2 \alpha_j \neq 0$ . Функция  $\Psi_n(x)$  в выражении (10) содержит  $x^n$  в комбинированном выражении, удовлетворяющем однородным условиям (2), и представляется в виде

$$\Psi_n = \int_0^x x^n (x^2 - X^2/4) dx, \quad n = 1, 2, \dots, N; \quad \Psi_0 = 1, \text{ в случае условий второго рода } (Q = q \text{ при } x \in \{-X/2; X/2\}).$$

После подстановки в уравнение (4) формул (7) вместе с выражениями (8)–(11) и дифференцирования результата левые (равные нулю) части уравнений, полученных из системы (4), рассматривались как составляющие дифференциального оператора  $D(t, x, y)$ , кусочно-функционального по  $y$ , единого для всей области решения. Для конкретизации  $C_{vnm}$ ,  $D_{vnm}$  в решении (7) использованы условия ортого-

нальности  $D(t, x, y)$  каждой из  $G_{vnm}$  по (10), а именно

$$\sum_{v=1,2} \int_0^{\tau} \int_{-X/2}^{X/2} \int_0^Y D(t, x, y) G_{vnm} dt dx dy = 0,$$

$$n = 0, 1, \dots, N, \quad m = 1, \dots, M, \quad k = 1, \dots, K,$$

что позволило получить необходимую систему из  $2(N+1)M$  линейных алгебраических уравнений.

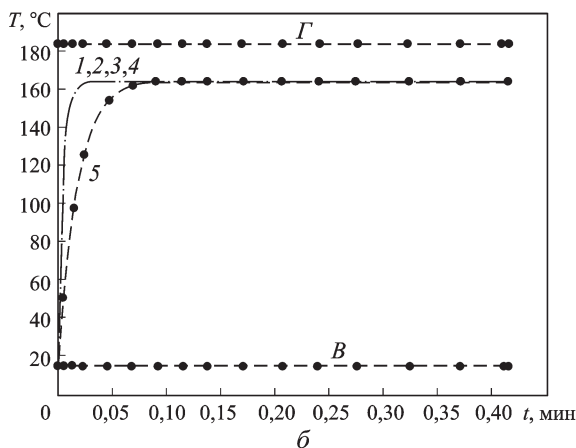
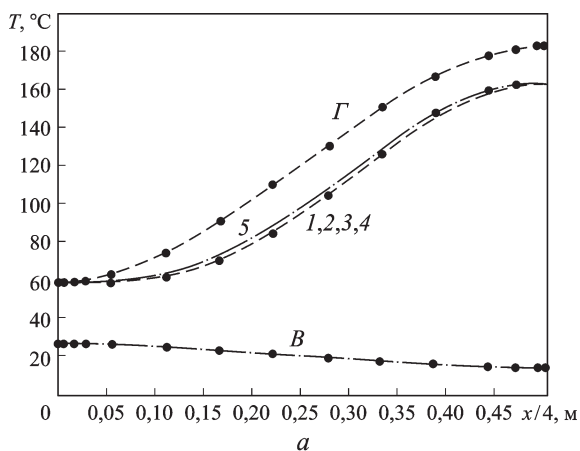
В разработанной для ПЭВМ программе предусмотрена и оценка невязки, получаемой после подстановки решений (7) в уравнения (4); это обеспечивает возможность выбора почти оптимальных значений  $E_p, N, M$ .

В соответствии с этим программа использована при расчете нестационарных температурных полей для трех вариантов изолированной по торцам полосы неограниченной протяженности: двухслойной в первом (рис. 1), во втором (рис. 2) вариантах и трехслойной в третьем варианте (рис. 3). Ширина полосы  $L = 2$  м (для первого варианта) и  $L = 0,06$  м (для второго). Материалы граничных слоев — ТЗП (теплопроводность  $\lambda_1 = 2$  Вт/(м·К), объемная теплоемкость  $c_1 = 390$  Дж/(м<sup>3</sup>·К)) и сталь ( $\lambda_m = 30$  Вт/(м·К),  $c_m = 3900$  Дж/(м<sup>3</sup>·К)) [6, 7]. Толщины слоев  $\delta_1, \delta_m$  (мм) равны 0,2; 8 — в первом, 0,1; 2 — во втором, 0,05; 2 — в третьем вариантах расчета.

В третьем варианте расчета учитывается промежуточный слой теплозащитного покрытия ( $\lambda_2 = 4$  Вт/(м·К)) толщиной  $\delta_2 = 0,05$  мм. Тепловой поток, направленный к многослойной стенке, определяется значениями коэффициентов теплоотдачи ( $\alpha_r, \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ) температуры греющей среды ( $T_r, \text{°C}$ ) и внешним теплообменом с воздухом ( $\alpha_b, \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ;  $T_b, \text{°C}$ ). Начальные температуры и продолжительности процесса составляют  $T_n = 15 \text{°C}$ ,  $t_{\max} = 60$  с — в первом варианте,  $T_n = 500 \text{°C}$ ,  $t_{\max} = 0,5$  с — во втором и третьем вариантах. В первом варианте заданы следующие условия:  $\alpha_r = 140 \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ,  $\alpha_b = 15 \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$  при  $p = 6$  атм;  $T_r = (59 + 62X) \text{°C}$ ;  $T_b = (27 - 6X) \text{°C}$ .

В случаях нагрева стенки до более высоких температур газа и коэффициентах теплоотдачи  $\alpha_b = 2000 \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ,  $T_r = 1400 \text{°C}$  характер изменения  $\alpha_r$  и  $T_b$  по длине стенки представлен участками парабол при  $\alpha_{r,\max} = 5000 \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ,  $\alpha_{r,\min} = 2000 \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$  и при  $T_{b,\max} = 700 \text{°C}$ ,  $T_{b,\min} = 500 \text{°C}$  соответственно. На рис. 1 и 3 кривая  $A$  представляет собой значения  $\alpha_r, \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ , уменьшенные в 10 раз.

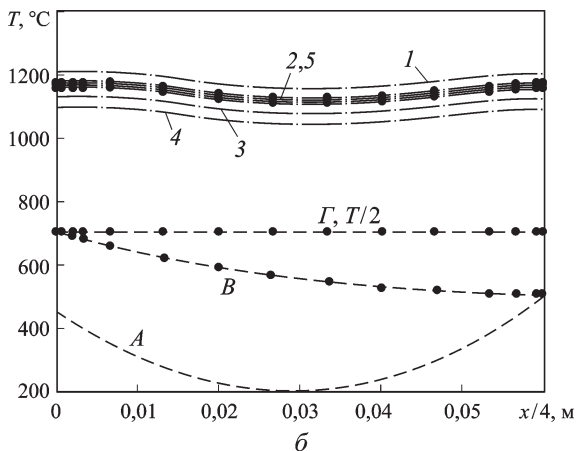
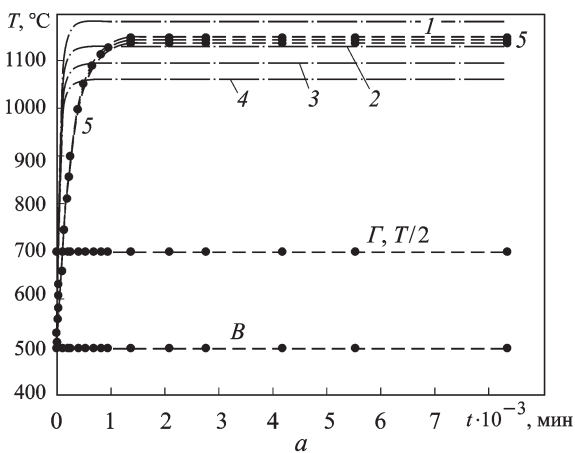
Результаты, показанные на рис. 1–3, соответствуют двум случаям распределения температуры; зависимости (1)–(4) и (5) получены при значениях  $\alpha_b, \alpha_r$ , указанных ранее и уменьшенных в 10 раз. Обозначения  $G, B, 1, 2, 3, 4$  на всех рисунках соответствуют распределению температур газа, воздуха, наружной поверхности ближнего к металлу слоя



**Рис. 1. Тепловое взаимодействие двухслойной полосы с газом ( $T_{\Gamma} \in [59; 183]^{\circ}\text{C}$ ) со стороны ТЗП и с воздухом  $T_{\text{в}} \in ([27; 15])$  в течение  $t_{\text{max}} = 60$  с:**

$a$  — для момента времени  $t = t_{\text{max}}/2 = 30$  с представлены кривые зависимости от координаты  $x$  для температур газа ( $\Gamma$ ), воздуха ( $B$ ), а также в сечениях полосы — при заданных  $\alpha_{\text{в}}, \alpha_{\Gamma}$  (слияние кривых 1..4) и  $\alpha_{\text{в}}/10, \alpha_{\Gamma}/10$  (кривая 5);  $b$  — зависимости от времени  $t$  температур газа, воздуха, а также температур в сечениях полосы при  $x = L = 2$  м и заданных  $\alpha_{\text{в}}, \alpha_{\Gamma}$  (слияние кривых 1..4, а также при  $\alpha_{\text{в}}/10, \alpha_{\Gamma}/10$  (кривая 5))

ТЗП, температур металла в верхнем (к газу), среднем и нижнем сечениях соответственно; обозначение 5 дано для практически слившихся (при избранном масштабе изображения) температурных кривых полосы в вариантах с уменьшенными  $\alpha_{\text{в}}, \alpha_{\Gamma}$ . На рис. 1,  $a$ ; 2,  $a$ ; 3,  $a$  показаны изменения температуры для момента времени  $t = t_{\text{max}}/2$  в зависимости от координаты  $x$ ; на рис. 1,  $b$ ; 2,  $b$ ; 3,  $b$  — изменения температуры при  $x = L$  в зависимости от времени  $t$ . Приведенные на рис. 1 значения  $T_{\Gamma}, T_{\text{в}}$  скорректированы с целью исключить теплообмен при  $x = 0$  и  $x = X = L$ . На рис. 1,  $a, b$  масштабы размеров и времени составляют 4 м и 120 с; результаты, представленные на этих же рисунках, соответствуют внутреннему охлаждению сопловой лопатки газовой

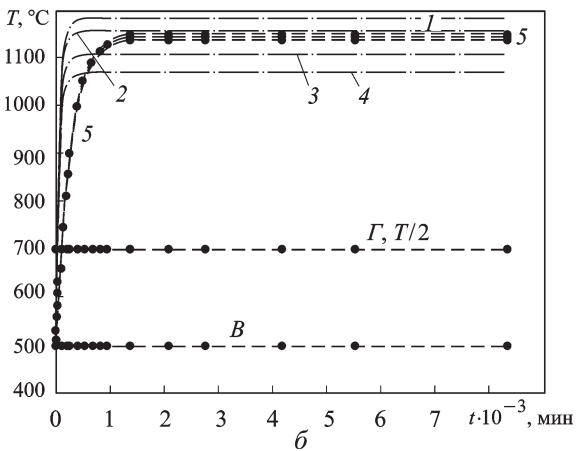
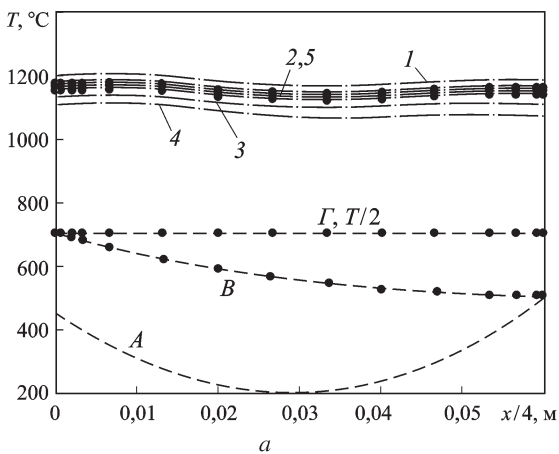


**Рис. 2. Взаимодействие двухслойной полосы с газом ( $\alpha_{\Gamma} = 4500 \dots 2000$  и  $2000 \dots 5000$  Вт/(м<sup>2</sup>·К),  $T_{\Gamma} = 1400$  °С) со стороны ТЗП и с воздухом ( $\alpha_{\text{в}} \in 2000$ ,  $T_{\text{в}} = 700 \dots 500$  °С в течение  $t_{\text{max}} = 0,5$  с; свойства ТЗП и стали – см. рис. 1:**

$a$  – зависимости от координаты  $x$  для  $\alpha_{\Gamma}/10$  (кривая  $A$ ), а также (в момент времени  $t = t_{\text{max}}/2 = 0,25$  с) для температур воздуха ( $B$ ), наружной поверхности слоя ТЗП ( $I$ ), температур металла в верхнем (к газу, 2), среднем (3) и нижнем (4) сечениях и для практически совпавших (при избранном масштабе изображения) температур при  $\alpha_{\text{в}}/10$ ,  $\alpha_{\Gamma}/10$  – кривые 5;  $b$  – зависимости от времени  $t$  температур газа, воздуха, наружной поверхности слоя ТЗП ( $I$ ), металла в верхнем (к газу, 2), среднем (3) и нижнем (4) сечениях при  $x = L = 0,06$  м и заданных  $\alpha_{\text{в}}$ ,  $\alpha_{\Gamma}$ , а также для практически совпавших (при избранном масштабе  $T, 5$  при  $\alpha_{\text{в}}/10$ ,  $\alpha_{\Gamma}/10$

турбины при вдуве через выходную кромку [8]. Остальные результаты получены применительно к воздухоохладителю, т.е. теплообменнику с винтовой разделительной перегородкой [7]. В рассмотренных случаях распределение температуры пластины очень слабо изменяется по толщине и резко возрастает со временем, пропорционально функции  $(1 - \exp((\alpha_{\Gamma} + \alpha_{\text{в}})tF/C))$ , где  $C$  и  $F$  – теплоемкость стенки и односторонняя поверхность теплообмена. Быстро устанавливается квазистационарный режим практически с выполнением зависимости





**Рис. 3. Тепловое взаимодействие трехслойной полосы с газом со стороны ТЗП и воздухом в течение  $t_{\max} = 0,5$  с (свойства ТЗП (с  $\delta_1$ ) и стали – см. рис. 1):**  $a$  – зависимости от координаты  $x$  для  $\alpha_r/10$  (кривая  $A$ ), а также (в момент времени  $t = t_{\max}/2 = 0,25$  с) для температур воздуха ( $B$ ), наружной поверхности слоя ТЗП ( $I$ ), температур металла в верхнем (к газу, 2), среднем (3) и нижнем (4) сечениях и для практически совпавших (при избранном масштабе изображения) температур при  $\alpha_b/10$ ,  $\alpha_r/10$  (кривые 5);  $b$  – зависимости от времени  $t$  температур газа, воздуха, наружной поверхности слоя ТЗП ( $I$ ), температур металла в верхнем (к газу, 2), среднем (3) и нижнем (4) сечениях – при  $x = L = 0,06$  м и заданных  $\alpha_b$ ,  $\alpha_r$ , а также для практически совпавших (при избранном масштабе изображения) температур при  $\alpha_b/10$ ,  $\alpha_r/10$  (кривые 5)

$(T_r - T)/(T - T_b) \approx \alpha_b(1/\alpha_r + \delta_1/\lambda_1)$ . На рис. 2,  $a$  и 3,  $a$  локальный минимум температур в средних по  $x$  сечениях по длине стенки объясняется повышением  $\alpha_r$  и  $T_r$  к сечениям с  $x = X$  и  $x = 0$  соответственно.

Проведенное сопоставление результатов эксперимента [8, 9] и численного расчета выявило их хорошее согласование, что подтвердило надежность и эффективность обеих использованных программ.

*Работа проведена при финансовой поддержке РФФИ (грант 08-08-00718 а).*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ц о й П. В. Системные методы расчета краевых задач тепломассопереноса. – М.: Изд-во МЭИ, 2005. – 568 с.
2. Б е л я е в Н. М., Р я д н о А. А. Методы нестационарной теплопроводности. – М.: Высш. шк., 1978. – 328 с.
3. П ы л а е в А. М., П е т р а ж и ц к и й Г. Б. Осесимметричная стационарная задача теплопроводности для системы из двух соприкасающихся по торцам цилиндров // МТТ АН СССР. – 1972. – № 6.
4. П ы л а е в А. М. Задача о критических конвективных движениях в горизонтально-цилиндрических полостях // Изв. РАН, МЖГ. – 2005. – № 3.
5. К а н т о р о в и ч Л. В., К р ы л о в В. И. Приближенные методы высшего анализа. – М.-Л.: ГИТТЛ, 1950. – 696 с.
6. О с и п о в М. И., П ы л а е в А. М., Л и м а ч е в Д. Г. Теоретическое исследование течения и теплообмена в оребренных каналах и нестационарных полей температур в многослойной стенке с переменными характеристиками // Тепло-массообмен. – ММФ-УИ; Т. 2. – С. 277–279; Минск, 2008.
7. О с и п о в М. И., О л е с е в и ч К. А., О л е с е в и ч А. К. Экспериментальное исследование теплогидравлических характеристик кожухотрубного теплообменного аппарата с винтовой перегородкой // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. “Машиностроение”. – 2007. – № 2. – С. 89–96.
8. О с и п о в М. И., П ы л а е в А. М. Моделирование нестационарных полей температур в многослойной стенке с переменными характеристиками // Тез. докл. XIII Всеросс. межвуз. науч.-техн. конф. Газотурбинные и комбинированные установки и двигатели. – М.: СПРИНТ, 2008.
9. О л е с е в и ч К. А., О с и п о в М. И., О л е с е в и ч А. К. Теплообменные аппараты с винтовой перегородкой для применения в составе ГТУ и системах теплоснабжения // Тез. докл. XIII Всеросс. межвуз. науч.-техн. конф. Газотурбинные и комбинированные установки и двигатели. – М.: СПРИНТ, 2008.

Статья поступила в редакцию 8.09.2009

Михаил Иванович Осипов родился в 1938 г., окончил в 1963 г. МВТУ им. Н.Э. Баумана. Д-р техн. наук, заведующий кафедрой “Газотурбинные и нетрадиционные источники энергии”, заслуженный работник высшей школы РФ, профессор, президент Восточно-Европейского регионального отделения Международной энергетической ассоциации. Автор более 265 научных работ в области газотурбинных и комбинированных энергоустановок и двигателей, систем охлаждения и тепловой защиты, газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках.

M.I. Osipov (b. 1938) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1963. Professor, head of "Gas-turbine and Non-traditional Energy Sources" department of the Bauman Moscow State Technical University. Honored Worker of Higher School of the Russian Federation, President of the East-European Regional Department of the International Energetic Association. Specializes in the field of gas-turbine and combined power units and engines, systems of cooling and thermal protection, gas-dynamics and heat and mass transfer in power units. Author of more than 265 publications.

Анатолий Михайлович Пылаев родился в 1936 г., окончил в 1960 г. Московский энергетический институт и в 1965 г. МГУ им. М.В. Ломоносова. Канд. техн. наук, доцент кафедры “Теплофизика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 96 научных работ в области теории тепло-массообмена, термодинамики, механики жидкости и газа.

A.M. Pylaev (b. 1936), graduated from the Moscow Energy Institute in 1960 and the Lomonosov Moscow State University in 1965. Author and co-author of more than 96 publications in the field of heat and mass transfer, thermodynamics, mechanics of liquid and gas.