

УДК 621.777.24

А. М. Дмитриев, А. Л. Воронцов

ТЕОРИЯ ВЫДАВЛИВАНИЯ СТУПЕНЧАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

Определены напряженное и деформированное состояния при выдавливании ступенчатых стержней круглого поперечного сечения. Получены формулы для расчета основных технологических параметров выдавливания.

При производстве стержневых ступенчатых изделий в машиностроении, автомобилестроении и металлургии нашли широкое применение процессы выдавливания, которые используются не только для получения конкретных деталей или отдельных элементов их формы, но также и для изготовления сортовых прутковых заготовок (так называемые процессы прессования).

Однако такая особенность процессов выдавливания, как необходимость создания значительных деформирующих сил, часто приводит к ограничениям применения этих прогрессивных способов обработки металлов давлением. В зависимости от типоразмера получаемого изделия и его материала может оказаться недостаточной либо мощность имеющегося прессового оборудования, либо стойкость формообразующего инструмента. Это обуславливает непрерывное продолжение исследований процессов выдавливания, несмотря на то, что их уже опубликовано большое количество.

Выдавливание ступенчатых стержней может осуществляться как прямым (рис. 1, а), так и обратным способом (рис. 1, б). При прямом выдавливании заготовка помещается в полость контейнера (рис. 1, а, слева) и при рабочем ходе сплошного пуансона выдавливается через отверстие матрицы, расположенной внизу контейнера (рис. 1, б, справа). В этом случае, кроме силы, необходимой для осуществления процесса пластической деформации, требуется дополнительно преодолевать силу трения между контейнером и перемещаемой вниз жесткой частью заготовки в зоне $H - h$. При обратном выдавливании (рис. 1, б) формообразующее отверстие выполняется непосредственно в пуансоне, и для осуществления процесса перемещать расположенную ниже пластической области h жесткую часть заготовки и, соответственно, преодолевать силу трения между ней и контейнером не требуется. Таким

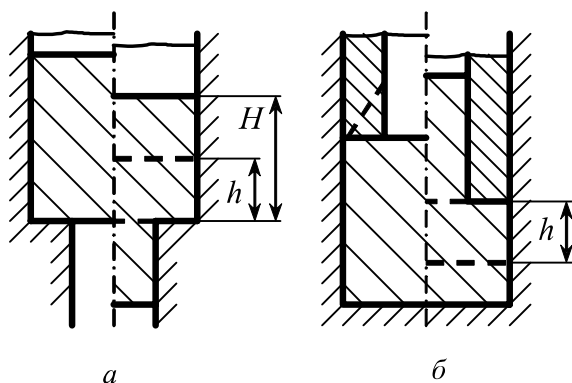


Рис. 1. Прямое (а) и обратное (б) выдавливание стержня

образом, сила, необходимая для осуществления обратного выдавливания, при наличии жесткой зоны будет несколько меньше, чем для прямого. Опыты показывают, что при хорошем смазывании трение между контейнером и жесткой частью заготовки влияет на силовые параметры прямого выдавливания незначительно. Уменьшение длины $H - h$ в 2 раза приводит к изменению силы лишь на 3–5 % [1]. Следует также отметить, что изделия, получаемые прямым выдавливанием, имеют более разнообразную геометрическую форму, чем изделия, получаемые обратным выдавливанием. Это связано с тем, что переходной части отверстия матрицы при прямом выдавливании можно придать любую требуемую форму. Если же при обратном выдавливании выполнить переходную часть отверстия в пуансоне с углом малой конусности (см. рис. 1, б, слева, штриховые прямые), то заостренная кромка пуансона вследствие своей малой жесткости будет отжиматься вытекающей частью заготовки, царапая при этом стенку контейнера и вызывая значительный взаимный износ, или просто ломаясь вследствие малой прочности. Поэтому дальнейшие пояснения будут даваться преимущественно на примере прямого выдавливания, которое при получении ступенчатых стержней применяется значительно чаще обратного выдавливания.

Рекомендуемые в справочной и учебной литературе формулы для определения удельной силы прямого выдавливания сплошных ступенчатых стержней были получены устаревшими в настоящее время инженерными методами и дают значительную погрешность по сравнению с экспериментальными результатами. Недостатки этих формул легко обнаруживаются путем их предельного анализа.

Очевидно, что при равенстве исходного и конечного диаметров выдавливаемого стержня, т.е. при полном отсутствии деформации, удельная сила выдавливания будет равна нулю.

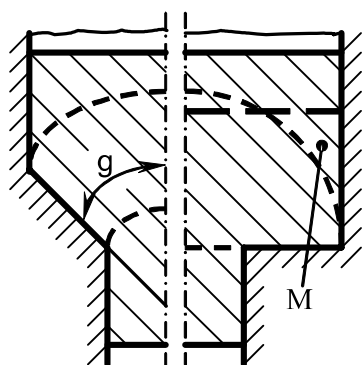


Рис. 2. Традиционная расчетная схема выдавливания стержня

Однако рекомендуемая в справочнике [2] формула даже без учета трения в калибрующем пояске матрицы дает в этом случае значение удельной силы, равное напряжению текучести материала заготовки. Эта формула также не учитывает такой сильно влияющий параметр, как угол конусности матрицы.

Формула, рекомендуемая в справочнике [3], достаточно сложна, не соответствует верным значениям оптимальных углов конусности матрицы и также дает в рассматриваемом предельном случае значение удельной силы, отличное от нуля.

В традиционной расчетной схеме прямого выдавливания стержня (рис. 2) очаг пластической деформации представлен в виде единой конической области, заключенной между двумя концентрическими сферическими поверхностями. Такая схема позволяет провести анализ напряженного состояния с наибольшей простотой и является достаточно корректной в области сравнительно малых значений угла γ . Однако в области больших значений угла γ эта схема имеет ряд существенных недостатков. Во-первых, как показывают искажения координатных сеток, при традиционной схеме течение металла вдоль радиусов сферических координат сильно отличается от действительного при $\gamma > 30^\circ$. Во-вторых, традиционная схема и, соответственно, полученные на ее основе формулы, становятся неприменимыми, когда пуансон перемещается внутрь области, ограниченной сферой большего радиуса (см. рис. 2, справа, штриховые прямые), т.е. при $H < (R - \cos \gamma) / \sin \gamma$. При $\gamma = 90^\circ$ ограничение применимости выражается условием $H \geq R$, в то время как многие изготавливаемые выдавливанием детали имеют $H < R$. В-третьих, традиционная схема не позволяет провести достаточно корректный анализ деформированного состояния заготовки, так как исключены из рассмотрения деформации, расположенные в зоне М (см. рис. 2) и хорошо заметные на координатных сетках. В-четвертых, эта схема при любых углах γ принципиально не позволяет определить давление, действующее на стенку контейнера, поскольку находимые напряжения заканчиваются на верхней сферической границе и непосредственно на стенку контейнера не выходят.

В учебнике [1] для определения удельной силы выдавливания рекомендуется формула, полученная на основе рассмотренной расчетной схемы И.Л. Перлиным, который при выводе принял, что нормальные

напряжения σ_ρ , действующие на сферических поверхностях, постоянны по величине, т.е. не зависят от своего направления относительно оси стержня [4]. Укажем, что в действительности известные опыты такого равенства не подтверждают.

Определив эти напряжения на поверхности верхнего шарового сегмента (см. рис. 2) $F_{ш.с}$, автор [1], после ряда неверных рассуждений при проектировании векторов, получает, что удельная сила выдавливания равна $q = (F_{ш.с}/F)\sigma_\rho$, где F — площадь исходного поперечного сечения стержня. Здесь имеет место грубая ошибка, так как общеизвестно (см., например, учебник [1]): если нормальное напряжение, действующее на какую-либо криволинейную поверхность, постоянно по величине, то создаваемая напряжением сила в направлении какой-либо плоскости равна произведению этого напряжения на площадь проекции рассматриваемой поверхности на данную плоскость, т.е. в нашем случае сила выдавливания будет равна $\sigma_\rho F$. Поделив эту силу на площадь F получим, что удельная сила выдавливания $q = \sigma_\rho$. Таким образом, имеет место необоснованное завышение результата путем его умножения на коэффициент $F_{ш.с}/F$.

Ввиду ошибки данную формулу нельзя рассматривать как теоретическую и можно лишь считать эмпирической. Одним ее недостатком является невысокая точность, вынудившая многих исследователей ввести в эту формулу поправочные экспериментальные коэффициенты. Другой недостаток — неверное отражение зависимости оптимальных углов конусности матрицы от параметров выдавливания. Так, из формулы И.Л. Перлина следует, что оптимальный угол матрицы не зависит от величины обжатия заготовки, что противоречит известным экспериментальным данным. Кроме того, если принять контактное трение равным нулю, то из данной формулы получается, что оптимальный угол также равен нулю. Но при стремлении к нулю угла конусности матрицы длина ее обжимающей части и, соответственно, объем пластически деформируемого металла стремятся к бесконечности, обуславливая соответствующий рост удельной силы выдавливания даже при отсутствии контактного трения. Таким образом, и при отсутствии контактного трения оптимальный угол матрицы будет существенно отличен от нуля [5].

Вся теория определения накопленных деформаций при выдавливании ступенчатых стержней в учебной и справочной литературе независимо от угла конусности матрицы сводится к простейшим формулам, характеризующим отношение начальной площади поперечного сечения к конечной [1, 2, 6]:

для сплошных стержней

$$e_i = \ln(F_0/F_k) = 2 \ln R;$$

для трубных изделий

$$e_i = \ln(F_0/F_k) = \ln \frac{R^2 - r_0^2}{1 - r_0^2}.$$

Традиционные формулы получены путем некорректного переноса характеристик деформации в условиях *линейного* напряженного состояния при простом растяжении или сжатии на несопоставимо более сложное *объемное* напряженно-деформированное состояние заготовки при выдавливании. Привлекательная простота этих формул не оправдывает их несоответствия физике процессов выдавливания.

Традиционная формула для сплошных стержней имеет следующие существенные недостатки. Используя ее с самого начала процесса выдавливания, получают постоянное значение накопленной деформации в выдавленной части стержня. Между тем, если провести эксперимент, выдавив участок малой длины, то исходная координатная сетка практически не исказится (рис. 3, слева), т.е. хотя перепад сечений формально уже есть, реальная накопленная деформация будет близка к нулю. При увеличении рабочего хода искажения делительной сетки и, соответственно, накопленные деформации будут нарастать не только на выходе из матрицы, но и в очаге пластической деформации, расположенном в контейнере (рис. 3, справа). Если же руководствоваться упомянутой формулой, получается, что накопленные деформации в зоне контейнера равны нулю из-за отсутствия изменения площади поперечного сечения. Такое несоответствие тривиальной традиционной формулы сложным физическим закономерностям процесса выдавливания приводит к тому, что для определения средней накопленной деформации и соответственно среднего напряжения текучести руководствуются не

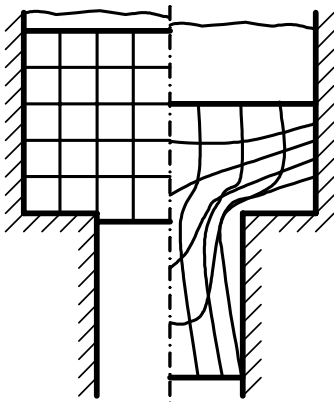


Рис. 3. Искажение координатной сетки по ходу выдавливания ступенчатого стержня

математическими обоснованиями, а мнением тех или иных ученых, одни из которых считают, что лучше брать среднее арифметическое между начальным и конечным значением, другие же считают более правильным брать среднее геометрическое [1]. Между тем эксперименты, выполненные методами координатных сеток [4, 7] или измерения распределения твердости [8], показывают значительную неравномерность распределения деформаций в осевом и поперечном направлениях как в выдавленной части стержня, так и в очаге пластической деформации, расположенном в зоне контейнера. Поэтому для

правильного определения величин средней накопленной деформации и среднего напряжения текучести необходимо знание математических зависимостей распределения накопленных деформаций по объему заготовки, а не упрощающие предположения. Таким образом, оба упомянутых мнения являются в равной степени научно необоснованными.

Традиционная формула для трубных изделий имеет те же недостатки, что и формула для сплошных изделий. Кроме того, если формула для сплошных стержней хотя бы совпадает с приводимой далее точной формулой, определяющей накопленную деформацию при стационарной стадии на оси сплошного стержня, то формула для трубных изделий дает 16 %-ную ошибку при стационарной стадии на поверхности контакта заготовки с оправкой, так как не учитывает то, что здесь деформированное состояние будет плоским.

Поскольку создание современных наукоемких технологий требует прочной теоретической базы, то, в свете изложенного, корректное определение напряженного и деформированного состояний заготовки при выдавливании ступенчатых стержней является весьма актуальным.

Для анализа используем лишенную перечисленных недостатков новую расчетную схему, показанную на рис. 4. В этой схеме применена цилиндрическая система координат, а очаг пластической деформации представлен в виде двух областей: центральной области **1** и периферийной области **2**.

Анализ проводим на основе соотношений наиболее общей на современном уровне теории пластического течения. Принимаем следую-

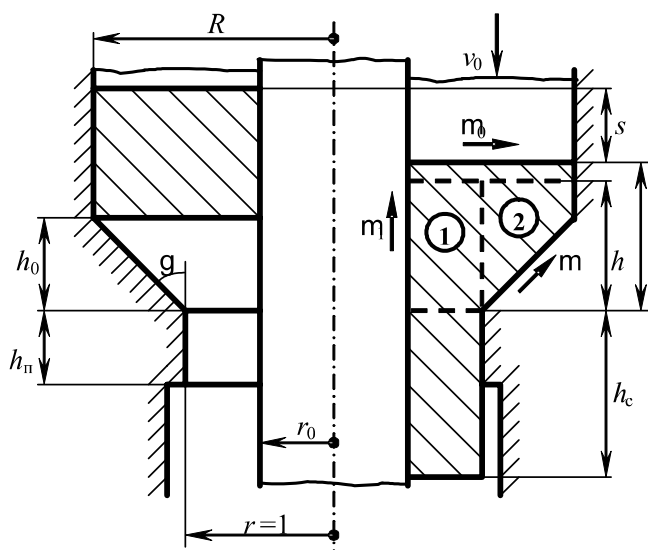


Рис. 4. Новая расчетная схема выдавливания ступенчатого стержня

щие допущения: 1) материал считаем жесткопластическим, а упрочнение учитываем средней по очагу пластической деформации величиной напряжения текучести σ_s ; 2) силы контактного трения определяем по закону Зибеля как $\tau_k = \mu\beta\sigma_s$, где μ — коэффициент трения по напряжению текучести, а β — коэффициент Лоде [1].

В решении используем геометрические величины, отнесенные к радиусу калибрующего пояса матрицы $r = 1$, и величины напряжений, отнесенные к средней величине напряжения текучести σ_s .

Рассмотрим область 1.

Кинематически возможную осевую скорость выразим в следующем общем виде:

$$v_z = A[z - \varphi(\rho)]. \quad (1)$$

Из условия несжимаемости получим выражение

$$\xi_z + \xi_\rho + \xi_\theta = 0,$$

которое для осесимметричной задачи имеет вид

$$\frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial v_\rho}{\partial \rho} + \frac{v_\rho}{\rho} = 0,$$

или

$$\frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial \rho}(v_\rho \rho) \right] = -\frac{\partial v_z}{\partial z}, \quad (2)$$

тогда можно найти, что

$$v_\rho = -\frac{A}{2}\rho + \frac{f(z)}{\rho}.$$

Из граничного условия $v_\rho = 0$ при $\rho = r_0$ следует, что

$$f(z) = \frac{A}{2}r_0^2.$$

Окончательно радиальную скорость можно определить как

$$v_\rho = \frac{A}{2} \left(\frac{r_0^2}{\rho} - \rho \right). \quad (3)$$

Находим скорости деформаций:

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_\rho = \frac{\partial v_\rho}{\partial \rho} = -\frac{A}{2} \left(\frac{r_0^2}{\rho^2} + 1 \right); \\ \xi_\theta = \frac{v_\rho}{\rho} = \frac{A}{2} \left(\frac{r_0^2}{\rho^2} - 1 \right); \\ \xi_z = \frac{\partial v_z}{\partial z} = A; \\ \eta_{\rho z} = \frac{\partial v_\rho}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial \rho} = -A\varphi'(\rho) \end{array} \right. \quad (4)$$

и интенсивность скоростей деформаций

$$\xi_i = \beta |\xi_{\max}| = \beta \xi_z = \beta A. \quad (5)$$

Уравнения связи Леви-Мизеса имеют вид

$$\begin{cases} \sigma_\rho = \sigma + \frac{2}{3} \frac{\xi_\rho}{\xi_i}; \\ \sigma_\theta = \sigma + \frac{2}{3} \frac{\xi_\theta}{\xi_i}; \\ \sigma_z = \sigma + \frac{2}{3} \frac{\xi_z}{\xi_i}; \\ \tau_{\rho z} = \frac{1}{3} \frac{\eta_{\rho z}}{\xi_i}, \end{cases} \quad (6)$$

где

$$\sigma = \frac{\sigma_\rho + \sigma_\theta + \sigma_z}{3} \quad (7)$$

среднее главное напряжение (гидростатическое давление).

Уравнения равновесия для данной задачи имеют вид

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{\partial \tau_{\rho z}}{\partial z} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} = 0; \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{z\rho}}{\partial \rho} + \frac{\tau_{z\rho}}{\rho} = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Тогда из системы (6) с учетом соотношения (5) и системы (4) следует, что касательное напряжение $\tau_{\rho z}$ зависит только от ρ , а

$$\sigma_\rho - \sigma_\theta = \frac{2}{3\xi_i} (\xi_\rho - \xi_\theta) = -\frac{2r_0^2}{3\beta\rho^2}. \quad (9)$$

В этом случае из первого уравнения системы (8) получаем

$$\sigma_\rho = -\frac{r_0^2}{3\beta\rho^2} + f_1(z) + C_1. \quad (10)$$

С учетом этого выражения и условия пластичности

$$\sigma_z - \sigma_\rho = \beta, \quad (11)$$

второе уравнение системы (8) сводится к виду

$$\frac{\partial f_1(z)}{\partial z} = -\frac{\partial \tau_{\rho z}}{\partial \rho} - \frac{\tau_{\rho z}}{\rho}. \quad (12)$$

Так как левая часть уравнения (12) зависит только от z , а правая — только от ρ , то обе эти части равны постоянной величине C_2 . Представив правую часть уравнения (12) в виде

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} [\tau_{\rho z} \rho] = C_2,$$

получим

$$\tau_{\rho z} = -\frac{C_2 \rho}{2} + \frac{C_3}{\rho}. \quad (13)$$

Приравняв C_2 левую часть уравнения (12), найдем, что

$$f_1(z) = C_2 z. \quad (14)$$

Из граничных условий

$$\begin{aligned} \tau_{\rho z} &= -\mu_1 \beta \quad \text{при} \quad \rho = r_0; \\ \tau_{\rho z} &= \frac{\beta}{2} \left[1 - 0,5 \left(1 - \frac{1}{R} \right) \cos \gamma \right] \quad \text{при} \quad \rho = 1 \end{aligned}$$

следует, что

$$\begin{cases} C_2 = -\beta \frac{1 - 0,5 \left(1 - \frac{1}{R} \right) \cos \gamma + 2\mu_1 r_0}{1 - r_0^2}; \\ C_3 = -0,5\beta r_0 \frac{\left[1 - 0,5 \left(1 - \frac{1}{R} \right) \cos \gamma \right] r_0 + 2\mu_1}{1 - r_0^2}. \end{cases} \quad (15)$$

Использованное второе граничное условие выбрано в соответствии с пояснениями, изложенными на с. 162 книги [9]. Оно учитывает уменьшение разрыва осевых скоростей и соответствующее снижение касательных напряжений на границе между областями **1** и **2** при уменьшении угла конусности матрицы γ ; при $\gamma = 90^\circ$ или $R = 1$ это граничное условие переходит в обычно используемое условие $\tau_{\rho z} = 0,5\beta$.

Подставив в выражение (11) формулы (10) и (14), найдем

$$\sigma_z = \beta - \frac{r_0^2}{3\beta\rho^2} + C_2 z + C_1. \quad (16)$$

Со стороны калибрующего участка матрицы на область 1 действует удельная сила трения

$$q_{\text{тр}} = 2\beta \frac{(\mu + \mu_1 r_0) h_{\text{п}}}{1 - r_0^2}. \quad (17)$$

Используя граничное условие $\sigma_z = -q_{тр}$ при $z = 0$ и $\rho = 1$, определим

$$C_1 = -\beta + \frac{r_0^2}{3\beta} - q_{тр}. \quad (18)$$

Подставив формулы (16) и (18) в выражение (11), при $z = h/2$ и $\rho = 1$ найдем среднее радиальное напряжение, действующее со стороны области 1 на область 2:

$$\sigma_{\rho ср} = -\beta + 0,5C_2h - q_{тр}. \quad (19)$$

Рассмотрим область **2**.

Кинематически возможную осевую скорость представим в следующем общем виде:

$$v_z = -f_2(z).$$

Используя граничное условие $v_\rho = 0$ при $\rho = R$, аналогично изложенному ранее, находим:

$$v_\rho = \frac{1}{2} \frac{\partial f_2(z)}{\partial z} \left(\frac{\rho^2 - R^2}{\rho} \right).$$

С учетом этого по общим выражениям системы (4) находим скорости деформаций:

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_z = -\frac{\partial f_2(z)}{\partial z}; \\ \xi_\rho = \frac{1}{2} \frac{\partial f_2(z)}{\partial z} \left(1 + \frac{R^2}{\rho^2} \right); \\ \xi_\theta = \frac{1}{2} \frac{\partial f_2(z)}{\partial z} \left(1 - \frac{R^2}{\rho^2} \right); \\ \eta_{\rho z} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f_2(z)}{\partial z^2} \left(\frac{\rho^2 - R^2}{\rho} \right). \end{array} \right. \quad (20)$$

Аналогично выражению (5), полагаем, что интенсивность скоростей деформации

$$\xi_i = \beta \frac{\partial f_2(z)}{\partial z}. \quad (21)$$

С учетом выражений (20) и (21) из четвертой формулы системы (6) получаем:

$$\tau_{\rho z} = \frac{1}{6\beta} \frac{\frac{\partial^2 f_2(z)}{\partial z^2}}{\frac{\partial f_2(z)}{\partial z}} \left(\frac{\rho^2 - R^2}{\rho} \right) = f_3(z) \left(\frac{\rho^2 - R^2}{\rho} \right). \quad (22)$$

Подставив выражение (22) во второе уравнение системы (8), найдем, что

$$\sigma_z = -2 \int f_3(z) dz + f(\rho) + C. \quad (23)$$

Подставив соотношение (23) в условие пластичности

$$\sigma_\rho - \sigma_z = \beta,$$

получим

$$\sigma_\rho = \beta - 2 \int f_3(z) dz + f(\rho) + C. \quad (24)$$

Далее используем условие пластичности

$$\sigma_\rho - \sigma_\theta = \beta. \quad (25)$$

Укажем, что более строго было бы получить и использовать выражение, аналогичное соотношению (9), при котором дальнейшее решение также не представляет затруднений (с. 222 книги [9]). Однако сопоставление показывает, что при использовании приближенного условия (25) окончательные выражения значительно упрощаются без заметной потери точности.

Подставляя зависимости (22), (24) и (25) в первое уравнение системы (8), получаем уравнение

$$\frac{\rho}{\rho^2 - R^2} \left[\frac{\partial f(\rho)}{\partial \rho} + \frac{\beta}{\rho} \right] = -\frac{\partial f_3(z)}{\partial z}.$$

Так как левая часть этого уравнения зависит только от ρ , а правая — только от z , то обе эти части должны равняться постоянной величине C_4 , откуда

$$f_3(z) = -C_4 z + C_5; \quad (26)$$

$$f(\rho) = \frac{C_4 \rho^2}{2} - (\beta + C_4 R^2) \ln \rho. \quad (27)$$

Подставив выражение (26) в формулу (22), найдем касательное напряжение

$$\tau_{\rho z} = (C_4 z - C_5) \left(\frac{R^2 - \rho^2}{\rho} \right). \quad (28)$$

Используя для конической поверхности матрицы известные выражения для определения нормального и касательного напряжений на наклонной площадке элементарной трехгранной призмы:

$$\begin{cases} \sigma_n = \sigma_z \sin^2 \gamma + \sigma_\rho \cos^2 \gamma - \tau_{\rho z} \sin 2\gamma; \\ \tau = 0, 5(\sigma_z - \sigma_\rho) \sin 2\gamma - \tau_{\rho z} \cos 2\gamma, \end{cases} \quad (29)$$

можно, аналогично с. 193 книги [9], показать, что граничные условия имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}\tau_{\rho z} &= -\beta\mu \frac{\sin \gamma - \cos \gamma}{\sin \gamma + \cos \gamma} \quad \text{при } \rho = 1 \quad \text{и } z = 0; \\ \tau_{\rho z} &= 0,5\beta \quad \text{при } \rho = 1 \quad \text{и } z = h.\end{aligned}$$

Из данных граничных условий следует, что произвольные постоянные в выражении (28) будут равны

$$\begin{cases} C_4 = \frac{\beta \left(0,5 + \mu \frac{\sin \gamma - \cos \gamma}{\sin \gamma + \cos \gamma} \right)}{h(R^2 - 1)}; \\ C_5 = \frac{\beta\mu \frac{\sin \gamma - \cos \gamma}{\sin \gamma + \cos \gamma}}{R^2 - 1}.\end{cases} \quad (30)$$

Подставив выражения (26) и (27) в соотношения (23) и (24), получим

$$\begin{cases} \sigma_z = (C_4 z - 2C_5)z + C_4(0,5\rho^2 - R^2 \ln \rho) - \beta \ln \rho + C; \\ \sigma_\rho = \beta + (C_4 z - 2C_5)z + C_4(0,5\rho^2 - R^2 \ln \rho) - \beta \ln \rho + C.\end{cases} \quad (31)$$

Для определения произвольной постоянной C воспользуемся средним значением $\sigma_{\rho \text{ ср}}$ на границе между областями **1** и **2**, определяемым выражением (19), приравнивая его значению σ_ρ из системы (31) при $\rho = 1$ и $z = h$. В результате получим

$$C = -2\beta + 0,5C_2 h - 0,5C_4 - (C_4 h - 2C_5)h - q_{\text{тр}}. \quad (32)$$

Сила выдавливания определяется суммой сил, действующих на верхнюю границу очага пластической деформации со стороны областей **1** и **2**:

$$P = P_1 + P_2. \quad (33)$$

С учетом выражений (16) и (18) при $z = h$

$$P_1 = 2\pi \int_{r_0}^1 |\sigma_z| \rho d\rho = \pi \left[-\frac{2r_0^2}{3\beta} \ln r_0 + \left(-\frac{r_0^2}{3\beta} - C_2 h + q_{\text{тр}} \right) (1 - r_0^2) \right].$$

Членами

$$\frac{2r_0^2}{3\beta} \ln r_0 \quad \text{и} \quad \frac{r_0^2}{3\beta} (1 - r_0^2),$$

в силу их малости, можно пренебречь, получив соотношение

$$P_1 = \pi(-C_2 h + q_{\text{тр}})(1 - r_0^2). \quad (34)$$

С учетом выражений (31) и (32) при $z = h$

$$P_2 = 2\pi \int_1^R |\sigma_z| \rho d\rho = \pi[(2\beta - 0,5C_2 h + 0,5C_4 + q_{\text{тр}})(R^2 - 1) - 0,25C_4(R^4 - 1) + (\beta + C_4 R^2)(R^2 \ln R - 0,5R^2 + 0,5)]. \quad (35)$$

Используя формулы (15), (17), (30), (34), (35) и подставив среднее значение коэффициента Лоде $\beta = 1,1$, найдем удельную силу прямого выдавливания:

$$q = \frac{P_1 + P_2}{\pi(R^2 - r_0^2)} = \frac{1,1}{R^2 - r_0^2} \left\{ 1,5(R^2 - 1) + R^2 \ln R + \frac{(R^2 + 1 - 2r_0^2) \left[0,5 - 0,25 \left(1 - \frac{1}{R} \right) \cos \gamma + \mu_1 r_0 \right]}{1 - r_0^2} - 0,5 + \mu \frac{\sin \gamma - \cos \gamma}{\sin \gamma + \cos \gamma} \right\} h + \frac{\left(0,5 + \mu \frac{\sin \gamma - \cos \gamma}{\sin \gamma + \cos \gamma} \right) [R^4 (\ln R - 0,75) + R^2 - 0,25]}{(R^2 - 1)h} \left. \right\} + 2 \frac{(\mu + \mu_1 r_0) h_{\text{п}}}{1 - r_0^2}. \quad (36)$$

Высота очага пластической деформации определяется из условия минимума удельной силы выдавливания:

$$h = \sqrt{\frac{\left(0,5 + \mu \frac{\sin \gamma - \cos \gamma}{\sin \gamma + \cos \gamma} \right) [R^4 (\ln R - 0,75) + R^2 - 0,25]}{(R^2 - 1) \left\{ \frac{(R^2 + 1 - 2r_0^2) \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{R} \right) \cos \gamma + \mu_1 r_0 \right]}{1 - r_0^2} - \frac{1}{2} + \mu \frac{\sin \gamma - \cos \gamma}{\sin \gamma + \cos \gamma} \right\}}}. \quad (37)$$

При использовании формулы (37) следует учитывать, что физически высота h не может быть меньше высоты h_0 , определяемой выражением

$$h_0 = (R - 1) \operatorname{ctg} \gamma. \quad (38)$$

Если в результате расчета окажется, что $h < h_0$, то следует принимать $h = h_0$.

Максимальное давление, действующее на стенку контейнера, может быть найдено с помощью второго выражения системы (31) при $z = h$ и $\rho = R$:

$$p = 1,1 \left\{ 1 + \ln R + \frac{0,5 - 0,25 \left(1 - \frac{1}{R} \right) \cos \gamma + \mu_1 r_0}{1 - r_0^2} h + \frac{0,5 + \mu \frac{\sin \gamma - \cos \gamma}{\sin \gamma + \cos \gamma}}{h} \left(\frac{R^2 \ln R}{R^2 - 1} - 0,5 \right) \right\} + 2\mu h_{\text{п.}}$$

В общем случае деформированное состояние при выдавливании стержня не уступает по сложности деформированному состоянию при выдавливании стакана, подробно рассмотренному в работе [9]. При свободном выдавливании стержня также имеется 6 различных деформационных зон (рис. 5): зоны нестационарных деформаций 1а, 1в, 2а и зоны стационарных деформаций 1б, 1г, 2б. По мере выдавливания граница между зонами 1в и 1а будет приближаться к оси стержня. При определенной величине рабочего хода $s_{\text{ст}}$ (рис. 5, справа) зона 1а будет полностью вытеснена в выдавленную часть стержня, после чего поле деформаций в осевой области (зона 1б) полностью станет стационарным, так как все расположенные здесь частицы будут проходить до выхода из очага деформации один и тот же путь, начальная координата которого $z_0 = h$. При этом радиус упомянутой границы достигнет своего минимального значения $\rho_{\text{ст}}$ и при дальнейшем ходе останется постоянным. Соответствующие эпюры изменения накопленных деформаций в зависимости от хода выдавливания показаны на рис. 6.

Если угол конусности матрицы $\gamma > \gamma_3$ (где γ_3 — угол застойной зоны), то металл, расположенный в застойной зоне, никогда не выйдет в выдавленную часть стержня. Визуально это выражается в том, что концы поперечных линий координатной сетки (см. рис. 3) при любой величине рабочего хода не выйдут в калибрующий канал матрицы (экспериментальное подтверждение этому см. на рис. XVI.4, с. 411 книги [4]). Таким образом, при наличии застойной зоны данные линии по

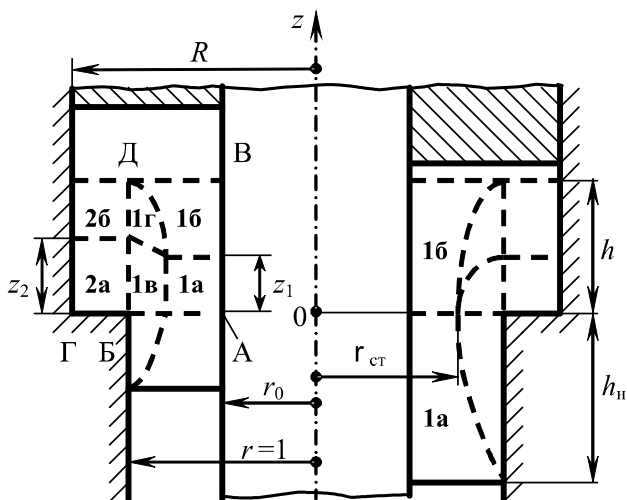


Рис. 5. Зоны с различным деформированным состоянием, образующиеся при свободном выдавливании трубного изделия

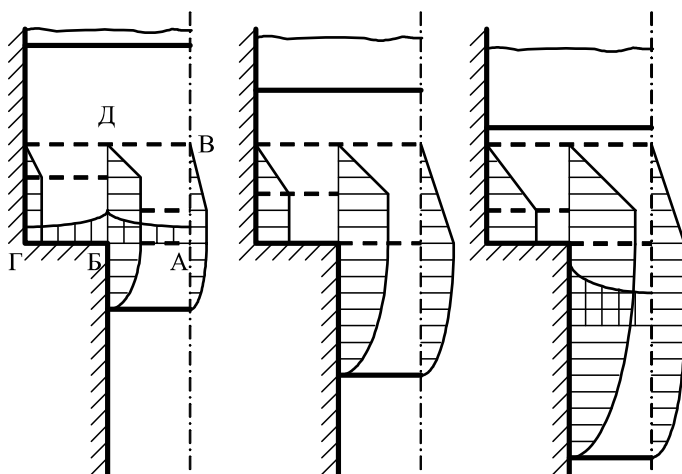


Рис. 6. Изменение эпюр накопленных деформаций по ходу свободного выдавливания ступенчатого стержня

мере увеличения рабочего хода будут продолжать растягиваться, т.е. деформации в зонах 2а и 1в (см. рис. 5) будут непрерывно нарастать. Следовательно, в отличие от центральной зоны, периферийная зона выдавленной части стержня при $\gamma > \gamma_3$ всегда будет оставаться зоной нестационарных деформаций, непрерывно увеличивающихся в направлении от нижнего торца стержня к матрице. Эта зона может стать стационарной лишь в случае скола по границе между застойной и пластической зонами, в результате которого застойная зона как бы образует матрицу с углом конусности $\gamma = \gamma_3$.

Если же угол конусности матрицы $\gamma \leq \gamma_3$, то, начиная с определенного момента, поперечные линии координатной сетки будут полностью выходить в выдавленную часть прутка на равных расстояниях друг от друга по высоте (рис. 7), т.е. поле деформаций на всем поперечном сечении выдавленной части прутка станет стационарным (экспериментальное подтверждение этого см. на рис. П.32, с. 73 книги [4]). Нестационарность поля деформаций в рассматриваемых условиях может наблюдаться лишь в случае значительного изменения в процессе выдавливания температуры или условий контактного трения.

Определим деформированное состояние заготовки, используя общий метод, разработанный в работе [10]. Полагаем, что исходная заготовка не имеет накопленной деформации.

В области I скорости течения частиц металла конкретизируем в следующем виде, удовлетворяющем соотношениям (1) и (3), условиям постоянства расхода и имеющимся граничным условиям:

$$\begin{cases} v_z = v_0 \left(\psi \frac{z}{h} - 1 - \psi \right); \\ v_\rho = v_0 \frac{\psi}{2h} \left(\frac{r_0^2}{\rho} - \rho \right), \end{cases} \quad (39)$$

где коэффициент обжатия

$$\psi = \frac{R^2 - 1}{1 - r_0^2}. \quad (40)$$

Находим связь между текущими координатами частицы (координатами Эйлера) z , ρ и ее начальными координатами (координатами Лагранжа) z_0 , ρ_0 , интегрируя выражения $dz = v_z dt$, $d\rho = v_\rho dt$, с учетом соотношений (39) и начальных условий $t = 0$, $z = z_0$, $\rho = \rho_0$ получим:

$$\begin{cases} z = \frac{h}{\psi} \left[1 + \psi + \left(\psi \frac{z_0}{h} - 1 - \psi \right) e^{\psi n} \right]; \\ \rho = \sqrt{r_0^2 + (\rho_0^2 - r_0^2) e^{-\psi n}}, \end{cases} \quad (41)$$

где $n = s/h$, $s = v_0 t$ — рабочий ход пуансона, а e — основание натурального логарифма.

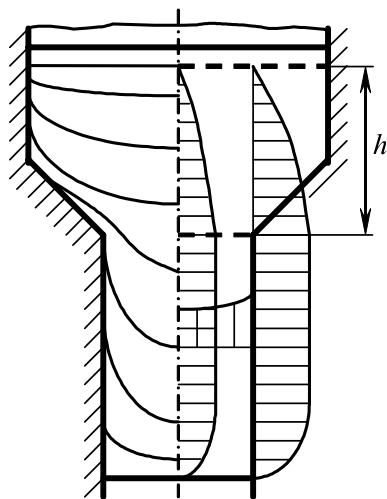


Рис. 7. Изменение поперечных линий координатной сетки и накопленных деформаций при выдавливании стержня в матрице с углом конусности $\gamma \leq \gamma_s$

С учетом выражений (39) скорости деформаций будут иметь вид

$$\begin{cases} \xi_\rho = \frac{\partial v_\rho}{\partial \rho} = -v_0 \frac{\psi}{2h} \left(1 + \frac{r_0^2}{\rho^2}\right); \\ \xi_\theta = \frac{v_\rho}{\rho} = -v_0 \frac{\psi}{2h} \left(1 - \frac{r_0^2}{\rho^2}\right); \\ \xi_z = \frac{\partial v_z}{\partial z} = v_0 \frac{\psi}{h}, \end{cases} \quad (42)$$

а интенсивность скоростей деформации

$$\xi_{i1} = \beta |\xi_{\max}| = 1,1 v_0 \frac{\psi}{h}. \quad (43)$$

С другой стороны, в условиях осевой симметрии скорости деформаций выражаются через компоненты тензора накопленных деформаций:

$$\begin{cases} \xi_z = \frac{\partial e_z}{\partial t} + v_\rho \frac{\partial e_z}{\partial \rho} + v_z \frac{\partial e_z}{\partial z}; \\ \xi_\rho = \frac{\partial e_\rho}{\partial t} + v_\rho \frac{\partial e_\rho}{\partial \rho} + v_z \frac{\partial e_\rho}{\partial z}; \\ \xi_\theta = \frac{\partial e_\theta}{\partial t} + v_\rho \frac{\partial e_\theta}{\partial \rho} + v_z \frac{\partial e_\theta}{\partial z}. \end{cases} \quad (44)$$

Полагая, что в области 1 деформации $e_z = e_z(z)$, $e_\theta = e_\theta(\rho)$, $e_\rho = e_\rho(\rho, z)$, приводим систему (44) к виду

$$\begin{cases} \xi_z = v_z \frac{\partial e_z}{\partial z}; \\ \xi_\theta = v_\rho \frac{\partial e_\theta}{\partial \rho}; \\ \xi_\rho = v_\rho \frac{\partial e_\rho}{\partial \rho} + v_z \frac{\partial e_\rho}{\partial z}. \end{cases} \quad (45)$$

Интегрируя выражения (45) с учетом соотношений (39), (42) и определяя произвольные постоянные из начальных условий $z = z_0$, $\rho = \rho_0$, $e_z = e_\rho = e_\theta = 0$, получаем:

$$\begin{cases} e_z = \ln \frac{\psi \frac{z}{h} - 1 - \psi}{\psi \frac{z_0}{h} - 1 - \psi}; \\ e_\theta = \ln \frac{\rho}{\rho_0}; \\ e_\rho = -e_z - e_\theta. \end{cases} \quad (46)$$

Границей между зонами 1а, 1б и 1в, 1г (см. рис. 5) является линия с начальным радиусом $\rho_0 = 1$, хорошо заметная на волокнистой структуре или делительной сетке выдавленного стержня. Координаты этой линии можно определить по соотношениям (41). На участке между зонами 1а и 1в радиус границы (независимый от z) равен

$$\rho = \sqrt{r_0^2 + (1 - r_0^2)e^{-\psi n}}. \quad (47)$$

При необходимости уравнение границы на участке между зонами 1б и 1г можно найти из второго уравнения системы (41), учитывая, что начальная координата расположенных в этих зонах частиц $z_0 = h$, и выражая n через z из первого уравнения этой системы.

Координата z_1 границы между зонами 1а и 1в определяется из первого уравнения системы (41) подстановкой в него $z_0 = h$:

$$z_1 = \frac{h}{\psi} (1 + \psi - e^{\psi n}). \quad (48)$$

При рабочем ходе пуансона, когда $z_1 = 0$, зона 1а полностью выйдет в выдавленную часть стержня, и поле деформаций в центральной области (зона 1б) станет стационарным. С учетом этого, раскрыв n в выражении (48), найдем

$$s_{ст} = \frac{h}{\psi} \ln(1 + \psi). \quad (49)$$

Радиус зоны стационарных деформаций в выдавленной части стержня можно найти, используя формулу (40) и конкретизировав n в выражении (47) с помощью значения (49):

$$\rho_{ст} = \sqrt{r_0^2 + \frac{(1 - r_0^2)^2}{R^2 - r_0^2}}. \quad (50)$$

Выразим с помощью формул (41) ρ_0 и z_0 через ρ и z :

$$\begin{cases} z_0 = \frac{h}{\psi} [1 + \psi + (\psi \frac{z}{h} - 1 - \psi) e^{-\psi n}] ; \\ \rho_0 = \sqrt{r_0^2 + (\rho^2 - r_0^2)e^{\psi n}}. \end{cases} \quad (51)$$

Подставив полученные выражения в систему (46), найдем деформации в зоне 1а:

$$\begin{cases} e_z = \psi n, \\ e_\theta = \frac{1}{2} \ln \frac{\rho^2}{r_0^2 + (\rho^2 - r_0^2)e^{\psi n}}. \end{cases} \quad (52)$$

С учетом того, что в зоне 1б начальная координата всех частиц $z_0 = h$, из первой формулы системы (41) получаем

$$e^{\psi n} = 1 + \psi - \psi \frac{z}{h}.$$

Тогда ρ_0 из системы (51) принимает вид

$$\rho_0 = \sqrt{r_0^2 + (\rho^2 - r_0^2) \left(1 + \psi - \psi \frac{z}{h}\right)}. \quad (53)$$

Подставив $z_0 = h$ и выражение (53) в систему (46), найдем деформации в зоне 1б:

$$\begin{cases} e_z = \ln \left(1 + \psi - \psi \frac{z}{h}\right); \\ e_\theta = \frac{1}{2} \ln \frac{\rho^2}{r_0^2 + (\rho^2 - r_0^2) \left(1 + \psi - \psi \frac{z}{h}\right)}. \end{cases} \quad (54)$$

После того, как зона 1б достигнет выхода из очага пластической деформации (см. рис. 5, справа), деформации на центральном участке выходной границы станут постоянными и могут быть найдены путем подстановки $z = 0$ в выражения (54), которые с учетом формулы (40) примут вид:

$$\begin{cases} e_z = \ln \frac{R^2 - r_0^2}{1 - r_0^2}; \\ e_\theta = \frac{1}{2} \ln \frac{\rho^2}{r_0^2 + (\rho^2 - r_0^2) \left(\frac{R^2 - r_0^2}{1 - r_0^2}\right)}. \end{cases} \quad (55)$$

С учетом третьего выражения системы (46) общая формула для определения накопленной деформации может быть приведена к виду

$$e_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(e_z - e_\rho)^2 + (e_\rho - e_\theta)^2 + (e_\theta - e_z)^2} = 1,155 \sqrt{e_z^2 + e_z e_\theta + e_\theta^2}. \quad (56)$$

При выдавливании полых стержней на границе с оправкой, т.е. при $\rho = r_0$, из второго выражения системы (55) следует, что $e_\theta = 0$. С учетом этого из зависимости (56) вытекает, что накопленная деформация в выдавленной части стержня на этой границе равна

$$e_i = 1,155 \ln \frac{R^2 - r_0^2}{1 - r_0^2}. \quad (57)$$

Подставив $r_0 = 0$ в систему (55), а затем полученные выражения — в формулу (56), найдем стационарную накопленную деформацию в центральной зоне выдавленной части сплошного стержня:

$$e_i = 2 \ln R. \quad (58)$$

В области 2 определение деформированного состояния выполняем аналогично. Скорости течения частиц металла конкретизируем в следующем виде:

$$\begin{cases} v_z = -v_0 \frac{z}{h}; \\ v_\rho = -\frac{v_0}{2h} \left(\frac{R^2}{\rho} - \rho \right). \end{cases} \quad (59)$$

Такой выбор скоростей течения соответствует предположению свободного течения металла в зоне 2а. При необходимости уточнения можно получить и законы изменения деформаций в предположении наличия застойной зоны или затрудненного течения, аналогично тому, как это выполнено в работе [9] применительно к выдавливанию изделий типа стаканов.

Определяем связь между текущими координатами частицы и ее начальными координатами:

$$\begin{cases} z = z_0 e^{-n}; \\ \rho = \sqrt{R^2 - (R^2 - \rho_0^2) e^n}. \end{cases} \quad (60)$$

Находим скорости деформаций:

$$\begin{cases} \xi_\rho = \frac{v_0}{2h} \left(\frac{R^2}{\rho^2} + 1 \right); \\ \xi_\theta = -\frac{v_0}{2h} \left(\frac{R^2}{\rho^2} - 1 \right); \\ \xi_z = -\frac{v_0}{h}, \end{cases} \quad (61)$$

и интенсивность скоростей деформации

$$\xi_{i2} = \beta |\xi_{\max}| = 1,1 \frac{v_0}{2h} \left(\frac{R^2}{\rho^2} + 1 \right). \quad (62)$$

Полагая, что в области $\boxed{2}$ деформации $e_z = e_z(z)$, $e_\rho = e_\rho(z)$, $e_\theta = e_\theta(z)$, приводим систему (44) к виду

$$\begin{cases} \xi_z = v_z \frac{de_z}{dz}; \\ \xi_\rho = v_z \frac{de_\rho}{dz}; \\ \xi_\theta = v_z \frac{de_\theta}{dz}, \end{cases} \quad (63)$$

и после интегрирования и определения произвольных постоянных получаем формулы для нахождения накопленных деформаций:

$$\begin{cases} e_z = -\ln \frac{z_0}{z}; \\ e_\theta = -\ln \frac{\rho_0}{\rho}. \end{cases} \quad (64)$$

Из системы (60)

$$\rho_0 = \sqrt{R^2 - (R^2 - \rho^2)e^{-n}}. \quad (65)$$

Подставив формулу (65) и первое выражение системы (60) в систему (64), найдем деформации в зоне 2а:

$$\begin{cases} e_z = -n, \\ e_\theta = -\frac{1}{2} \ln \left\{ \left(\frac{R}{\rho} \right)^2 - \left[\left(\frac{R}{\rho} \right)^2 - 1 \right] e^{-n} \right\}. \end{cases} \quad (66)$$

С учетом того, что в зоне 2б начальная координата всех частиц $z_0 = h$, из первой формулы системы (60) получаем

$$e^{-n} = \frac{z}{h}. \quad (67)$$

Подставив $z_0 = h$, а также выражения (65) и (67) в систему (64), найдем деформации в зоне 2б:

$$\begin{cases} e_z = -\ln \frac{h}{z}; \\ e_\theta = -\frac{1}{2} \ln \left\{ \left(\frac{R}{\rho} \right)^2 - \left[\left(\frac{R}{\rho} \right)^2 - 1 \right] \frac{z}{h} \right\}. \end{cases} \quad (68)$$

При $\rho = R$, т.е. на границе с контейнером, в соответствии со вторыми выражениями систем (66) и (68) $e_\theta = 0$. Тогда из формулы (56) следует, что на этой границе накопленная деформация

$$e_i = 1,155|e_z|.$$

С учетом первого выражения системы (66) в зоне 2а накопленная деформация на границе с контейнером будет равна

$$e_i = 1,155n.$$

Далее можно выполнить осреднение накопленных деформаций вдоль соответствующих вертикальных границ, после чего, аналогично работе [9], предположив их линейное распределение вдоль радиуса, найти среднее интегральное значение накопленной деформации во всем очаге пластической деформации. Результаты такого определения будут представлены в следующих работах.

Если требуется учесть влияние на процесс выдавливания скорости деформации, то с учетом выражений (43) и (62) среднюю скорость деформации во всем очаге можно определить следующим образом:

$$\xi_i = \frac{\xi_{i1}\pi(1 - r_0^2) + 2\pi \int_1^R \xi_{i2}\rho d\rho}{\pi(R^2 - r_0^2)} = 0,55 \frac{v_0}{h} \frac{2R^2 \ln R + 3R^2 - 3}{R^2 - r_0^2}.$$

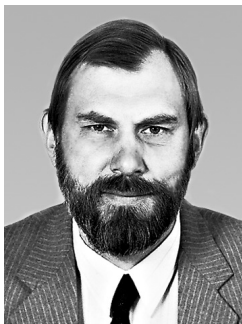
Конкретное приложение разработанной теории для выполнения практических расчетов, а также всестороннее сравнение теоретических результатов с экспериментальными, показывающее их хорошую качественную и количественную сходимость, будет приведено в следующих статьях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. С т о р о ж е в М. В., П о п о в Е. А. Теория обработки металлов давлением. – М.: Машиностроение, 1977. – 423 с.
2. Х о л о д н а я объемная штамповка. Справочник / Под ред. Г.А.Навроцкого. – М.: Машиностроение, 1973. – 496 с.
3. К о в к а и штамповка: Справочник / Под ред. Е.И. Семенова. Т. 3. Холодная объемная штамповка / Под ред. Г.А. Навроцкого. – М.: Машиностроение, 1987. – 384 с.
4. П е р л и н И. Л., Р а й т б а р г Л. Х. Теория прессования металлов. – М.: Металлургия, 1975. – 448 с.
5. С т е п а н с к и й Л. Г. Расчеты процессов обработки металлов давлением. – М.: Машиностроение, 1979. – 215 с.
6. Г р о м о в Н. П. Теория обработки металлов давлением. – М.: Металлургия, 1967. – 340 с.
7. М о г у ч и й Л. Н. Обработка давлением труднодеформируемых материалов. – М.: Машиностроение, 1976. – 272 с.
8. Ф е л ь д м а н Г. Д. Холодное выдавливание стальных деталей. – М.: Машгиз, 1963. – 188 с.

9. Осадчий В. Я., Воронцов А. Л., Безносиков И. И. Теория и расчеты технологических параметров штамповки выдавливанием. Учебное пособие для вузов с грифом Минобразования РФ. – М., МГАПИ, 2001. – 307 с.
10. Воронцов А. Л. Деформированное состояние заготовки в условиях нестационарного пластического течения // Труды МВТУ № 335. Машины и технология ОМД. – 1980. – С. 102–113.

Статья поступила в редакцию 4.03.2003



Александр Михайлович Дмитриев родился в 1948 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1972 г. Чл.-корр. РАН, д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой “Технологии обработки давлением” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 210 научных работ в области обработки металлов давлением.

A. M. Dmitriev (b.1948) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1972. Corresponding member of the Russian Academy of Sciences, D.Sc(Eng), professor, head of “Procedures and Techniques of Treatment by Pressure” Department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 210 publications in the field of plastic metal working.



Андрей Львович Воронцов родился в 1955 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1978 г. Д-р техн. наук, профессор кафедры “Прикладная механика” Московской государственной академии приборостроения и информатики. Автор 160 научных работ в областях обработки металлов давлением и прикладной механики.

A. L. Vorontsov (b.1955) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1978. D.Sc(Eng), professor of “Applied Mechanics” Department of the Moscow State Academy of Device building and Informatics (MGAPI). Author of 160 publications in the fields of plastic metal working and applied mechanics.

**В издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана
в 2004 г. вышла в свет книга**

Калугин В.Т.

Аэрогазодинамика органов управления полетом летательных аппаратов: Учебное пособие. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 648 с.: ил.

ISBN 5-7038-1968-7 (в пер.)

Изложены результаты исследований различных способов управления аэродинамическими характеристиками ракет, ракетных блоков и космических спускаемых аппаратов. Даны методы математического и физического моделирования процессов обтекания органов управления полетом. Систематизирован материал по аэродинамическим, струйным и газодинамическим органам управления, позволяющий создать расчетную базу для аэрогазодинамического проектирования управляющих и тормозных устройств летательных аппаратов.

Книга предназначена для студентов и аспирантов авиационных и ракетно-космических специальностей вузов и технических университетов. Может быть полезна инженерам и научным работникам, специализирующимся в области аэрогазодинамики и проектирования летательных аппаратов.

По вопросам приобретения книги обращаться по тел. 263-60-45;
e-mail: press@bmstu.ru