

УДК 621.833

А. Л. Н о с к о, А. П. Н о с к о

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРИБОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ (ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ТОРМОЗНЫМ УСТРОЙСТВАМ ПТМ)

Рассмотрены вопросы моделирования на распределенном уровне сложных трибологических систем, а также математическая модель пары трения тормоза: накладка–диск/шкив (сталь, чугун), учитывающая взаимовлияние процессов теплообразования, теплообмена, термоупругой и контактной деформаций, изнашивания, происходящих на фрикционном контакте. Приведенная модель предложена в основу методики численного моделирования трибологических систем и позволяет определять температуру элементов пары трения и износ тормозной накладки в процессе трения.

При описании процессов трения и изнашивания используют математико-физическое моделирование [1, 2]. В силу того, что технические устройства и системы становятся все более сложными и для экспериментальной отработки требуются более значительные материальные и временные ресурсы, долю физического моделирования стремятся максимально уменьшить. Современные методы численной математики и вычислительной техники позволяют уменьшить долю физического моделирования и математически описать процессы, происходящие на фрикционном контакте.

В трибологии для описания процессов трения в узлах машин и механизмов используется понятие трибологической системы (ТС) [2, 3]. Процессы, происходящие в ТС, описываются переменными, которые в общем случае зависят от пространственных координат и времени и характеризуют физическое состояние ТС.

Авторы настоящей статьи предлагают при моделировании ТС использовать следующий подход.

1. Математико-физическое моделирование используется для выявления следующих закономерностей:

$$f = f(p, v, T), \quad I_h = I_h(p, v, T),$$

где f — коэффициент трения, p — давление, v — скорость скольжения, T — температура, I_h — интенсивность линейного изнашивания.

2. Для определения переменных ТС разрабатывается математическая модель (ММ), в которой используются закономерности, выявленные с помощью физического моделирования.

3. Полученные результаты вычислительных экспериментов сравниваются с имеющимися экспериментальными данными, и делается вывод относительно адекватности применяемой ММ.

В настоящей работе рассматриваются этапы разработки расчетной схемы и аналитической ММ ТС.

2. Постановка задачи. Необходимо разработать ММ ТС (применительно к тормозным устройствам подъемно-транспортных машин (ПТМ)), представляющую собой фрикционную пару накладка-диск/шків, которая позволит определить температуру элементов фрикционной пары и износ тормозной накладки в процессе трения.

Необходимо исследовать и учесть в ММ взаимное влияние следующих процессов: 1) теплообразование на фрикционном контакте; 2) теплопередача между элементами фрикционной пары; 3) распространение теплоты в элементах пары трения; 4) отвод теплоты из элементов фрикционной пары в окружающую среду; 5) контактная деформация поверхностей трения элементов фрикционной пары; 6) термоупругая деформация поверхностей трения элементов фрикционной пары; 7) изнашивание поверхностей трения элементов фрикционной пары; 8) изменение скорости скольжения элементов фрикционной пары.

Математическая модель ТС. К переменным предлагаемой ТС относятся следующие величины:

$$X = \{T_n(x, y, z, t), T_d(t), q_n(x, y, t), q_d(x, y, t), \\ p(x, y, t), u_k(x, y, t), u_t(x, y, t), u_n(x, y, t), v(t)\},$$

где x, y, z — координаты точки накладки; t — время; T_n — температура накладки; T_d — температура диска/шківа (далее по тексту — диск); q_n — плотность теплового потока, поступающего в накладку; q_d — плотность теплового потока, поступающего в диск; p — контактное давление; u_k — контактное перемещение точек поверхности накладки; u_t — термоупругое перемещение точек поверхности накладки; u_n — линейный износ накладки, v — скорость относительного скольжения элементов фрикционной пары.

Математическая физика, к сожалению, не позволяет описать все рассматриваемые процессы единой системой уравнений. Поэтому выходом из этой ситуации служит построение подмоделей отдельных процессов, а затем на основе выявленных связей между ними объединение их в единую модель.

Подмодели трибологической системы

Название подмодели	Описываемые процессы	Переменные
Кинематическая	Изменение скорости скольжения	v
Контактная	Контактная деформация поверхностей трения	p, u_{κ}
Изнашивания	Изнашивание поверхностей трения	$u_{и}$
Тепловыделения	Теплообразование при трении	q_n, q_d
	Теплопередача между элементами пары трения	
Тепловая	Теплопроводность	T_n, T_d
	Теплоотдача в окружающую среду	
Термоупругости	Термоупругая деформация поверхностей трения	u_T

В таблице приведены подмодели предлагаемой ТС.

Структуру ММ ТС, которая включает в себя различные процессы, можно представить в виде ориентированного графа по следующим правилам: 1. Вершинами графа служат подмодели ТС; 2. Дуги графа представляют собой связи между подмоделями, при этом, если из подмодели **A** дуга ведет в подмодель **B**, то переменные подмодели **B** зависят от переменных подмодели **A**; если в некоторую подмодель **B** ведут дуги из подмоделей **A_i**, то известен способ (функция, функционал, система уравнений, алгоритм) однозначного определения во времени переменных подмодели **B** при известных во времени значениях переменных подмоделей **A_i**.

Все подмодели ММ ТС по наличию входящих дуг можно разделить на два класса: *теоретические модели*, в которых существуют как выходящие, так и входящие дуги; *эмпирические модели*, в которых существуют только выходящие дуги.

В теоретических подмоделях переменные связаны с переменными других подмоделей и определяются по теоретическим зависимостям. Переменные эмпирических моделей определяются на основе экспериментальных данных и оказывают влияние на переменные других подмоделей.

Структура ММ предлагаемой ТС приведена на рис. 1. Выбор дуг основан на конкретных научных результатах [2, 4–11], положенных в основу описания процессов ТС.

Математическое описание подмоделей ТС. Контактная подмодель. Топография поверхностей. Постановка задачи: 1. Получить начальное распределение выступов накладки h_i^0 ; 2. Получить распределение выступов диска h_i^d .

Для этого необходимо описать топографию контактирующих поверхностей, основываясь на экспериментальных данных — профилограммах [6, 12, 13].

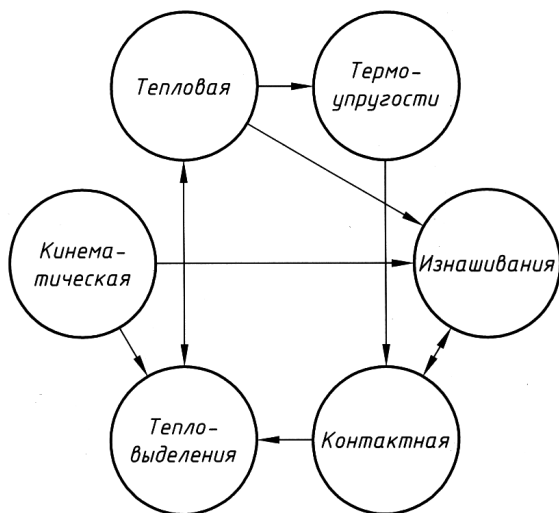


Рис. 1. Структура ММ ТС

В настоящей работе моделируется фрикционный контакт волнистых поверхностей [12, 13], для описания топографии которых необходимо выбрать модель выступа волнистой поверхности и определить размер и расположение выступов на поверхности трения.

В трибологии в качестве моделей выступа рассматриваются сферические сегменты, цилиндры, конусы, стержни, пирамиды, эллипсоиды и другие геометрические тела [3–6, 11]. При этом выбор вида модели выступа определяется ее возможностями адекватно отражать контактные свойства фрикционной поверхности.

Основной геометрической характеристикой выступа является функция формы единичного выступа

$$\phi(\varepsilon) = \frac{A_{\varepsilon}^B}{A_n^B},$$

где ε — отношение расстояния между вершиной выступа и плоскостью измерения к высоте выступа; A_{ε}^B — площадь сечения выступа на уровне ε ; A_n^B — площадь основания выступа.

В данной работе используется стержневая модель волнистой поверхности с круглым сечением [6, 11], позволяющая математически наиболее просто описать контактную задачу теории упругости и процесс изнашивания. Функция формы единичного выступа стержневой модели имеет вид $\phi(\varepsilon) = 1$.

Для отображения свойств и особенностей реальной волнистой поверхности необходимо выполнение следующих условий [4, 6].

1. Условие распределения материала по высоте η (рис. 2) можно выразить как

$$\eta(\varepsilon) = \frac{A_{\varepsilon}}{A_n},$$

где ε — отношение расстояния между вершиной самого высокого выступа и плоскостью измерения к высоте самого высокого выступа, A_ε — сумма сечений выступов на уровне ε , A_n — номинальная площадь;

Условие распределения вершин ξ имеет вид

$$\xi(\varepsilon) = \frac{n_\varepsilon}{n_n},$$

где n_ε — число контактирующих выступов на уровне ε , n_n — общее число выступов.

Функция распределения материала по высоте η и функция распределения вершин ξ определяются на основе обработки профилограмм. Для стержневой модели — $\eta(\varepsilon) \equiv \xi(\varepsilon)$.

Наилучшая аппроксимация функции распределения материала по высоте η получается с использованием бета-распределения [2]:

$$\eta(v, \psi, \varepsilon) = \omega \int_0^\varepsilon x^{v-1} (1-x)^{\psi-1} dx,$$

где v, ψ — параметры бета-распределения; ω — коэффициент, который определяется из условия $\eta(v, \psi, 1) = 1$.

Если профиль поверхности близок к синусоидальному, то такую поверхность можно описать следующим уравнением [5]:

$$w(x, y) = \Delta_1 + \Delta_2 - \Delta_1 \cos\left(\frac{2\pi x}{H_1}\right) - \Delta_2 \cos\left(\frac{2\pi y}{H_2}\right), \quad (1)$$

где Δ_1 и Δ_2 — продольная и поперечная амплитуда волны; H_1 и H_2 — продольный и поперечный шаг волны.

С помощью формулы (1) можно моделировать двумерную волнистость. Частным случаем двумерной волнистости является изотропная волнистость, при которой $\Delta_1 = \Delta_2$ и $H_1 = H_2$. Одномерная волнистость является вырожденным случаем двумерной волнистости при $\Delta_2 = 0$.

Таким образом, при описании топографии поверхности элемента фрикционной пары можно допустить, что поверхность трения не

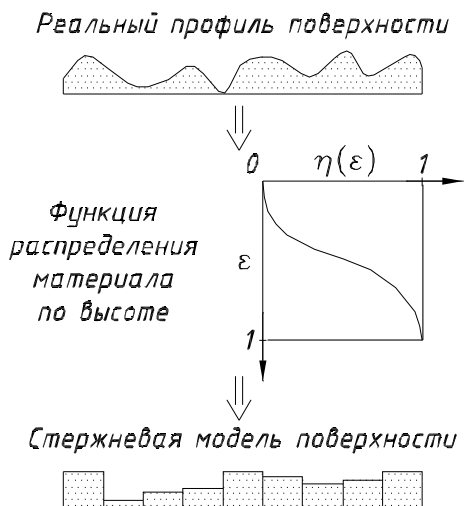


Рис. 2. Моделирование волнистых поверхностей

имеет макроотклонений, является волнистой и представляет собой совокупность стержней круглого сечения с радиусом r и высотами h_i , причем $h_i \ll r$.

Необходимо отметить, что в процессе трения, в силу изнашивания и термоупругости материала, топография тормозной накладки изменяется и формируется так называемая эксплуатационная волнистость. Поэтому условию распределения материала по высоте $\eta(\varepsilon)$ будет удовлетворять только распределение выступов накладки h_i^0 в начальный момент времени.

Поверхность диска перемещается относительно поверхности накладки, и топография участка диска, соприкасающегося с накладкой, является переменной во времени. Далее под распределением выступов диска h_i^t будем понимать топографию участка диска, находящегося под накладкой в конкретный момент времени.

Контактная деформация выступов. Исходные переменные: термоупругое перемещение точек поверхности накладки u_t , линейный износ накладки u_n и температура тормозной накладки T_n , а также определяемые переменные: контактное давление p и контактное перемещение точек поверхности накладки u_k .

В качестве материала тормозной накладки рассматривается фрикционный полимерный материал (ФПМ), широко используемый в тормозах ПТМ. У ФПМ значение модуля упругости составляет 3...7 ГПа, предел прочности при сжатии — 20...190 МПа [14]. У сталей и чугунов, используемых в качестве материалов тормозных дисков, модуль упругости находится в пределах 90...210 ГПа, предел текучести при сжатии — 250...380 МПа [15]. Как видно из приведенных данных, тормозные диски имеют большую прочность и значительно большую жесткость, чем тормозные накладки.

Для решения контактной задачи примем модель контакта, основанную на следующих допущениях.

1. При приложении нагрузки стержень-выступ накладки упруго вдавливается в накладку как цилиндрический штамп с плоским основанием.

2. Поверхность трения диска является абсолютно жесткой.

3. Давление и температура равномерно распределены по поверхности выступа.

4. Автоколебания на поверхности трения отсутствуют.

Перед контактным взаимодействием распределение выступов накладки h_i определяется равенством

$$h_i = h_i^0 + u_{Ti} - u_{ni},$$

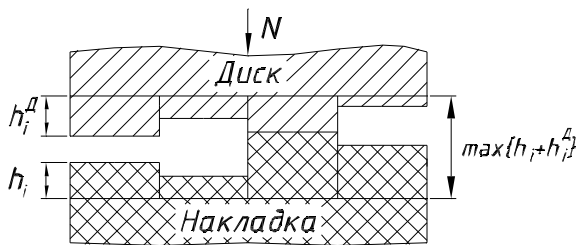


Рис. 3. Схема контакта волнистых поверхностей

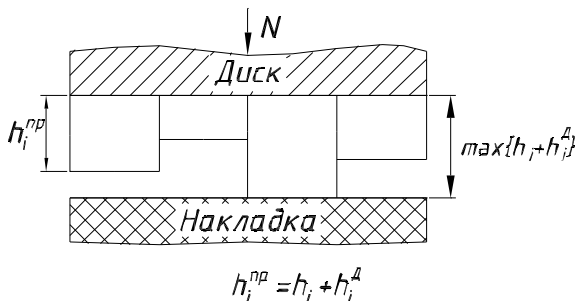


Рис. 4. Эквивалентная схема контакта волнистых поверхностей

где i — номер выступа, u_{Ti} — термоупругое перемещение выступа, u_{wi} — линейный износ выступа.

В силу допущений 1 и 2 модель контакта, приведенную на рис. 3, можно заменить эквивалентной моделью (рис. 4), в которой поверхность трения накладки представляет собой абсолютно гладкую упругую поверхность, а поверхность трения диска — эквивалентную абсолютно жесткую поверхность с приведенным распределением выступов h_i^{np} :

$$h_i^{np} = h_i + h_i^d.$$

Эквивалентность моделей заключается в том, что внедрение выступа в упругую поверхность (см. рис. 4) равно перемещению соответствующего выступа накладки (см. рис. 3). Таким образом, исходная задача приведена к задаче о внедрении системы цилиндрических выступов-штампов в упругое полупространство, рассмотренной в работе [7].

Пусть n штампов вдавливаются в упругое полупространство. Взаимодействие системы цилиндрических штампов-стержней с линейно-упругим полупространством можно описать равенством

$$\begin{pmatrix} u_{k1} \\ u_{k2} \\ \dots \\ u_{kn} \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \dots \\ Q_n \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где u_{ki} — внедрение штампа (перемещение выступа); Q_i — сила, вдавливающая штамп; B — матрица податливости, которая учитывает упругие свойства материала и взаимное влияние перемещений выступов.

Расчет внедрения системы цилиндрических штампов в упругое полупространство, проведенный в работе [7], показал, что внедрение штампа с высокой точностью можно представить в виде суммы перемещений, вызванного непосредственно нагрузкой на штамп и возникающего под действием сосредоточенных сил на полупространство от других штампов. В этом случае матрица B имеет вид

$$B = \frac{1 - \nu^2}{2rE} \begin{pmatrix} 1 & \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{r}{d_{12}} & \dots & \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{r}{d_{1n}} \\ \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{r}{d_{21}} & 1 & \dots & \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{r}{d_{2n}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{r}{d_{n1}} & \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{r}{d_{n2}} & \dots & 1 \end{pmatrix},$$

где E — модуль упругости, ν — коэффициент Пуассона, d_{ij} — расстояние между центрами выступов с номерами i и j .

Обозначим через $h_{\max}^{\text{пп}}$ самый высокий выступ. Из условий контакта для выступов можно записать выражение геометрической связи:

$$\begin{pmatrix} u_{k1} \\ u_{k2} \\ \dots \\ u_{kn} \end{pmatrix} = \Delta \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} h_{\max}^{\text{пп}} - h_1^{\text{пп}} \\ h_{\max}^{\text{пп}} - h_2^{\text{пп}} \\ \dots \\ h_{\max}^{\text{пп}} - h_n^{\text{пп}} \end{pmatrix} = \Delta \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix} - \bar{L}, \quad (3)$$

где Δ — сближение накладки и диска.

Подставив соотношение (3) в равенство (2) и разрешив относительно вектора сил, получим

$$\begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \dots \\ Q_n \end{pmatrix} = \mathbf{B}^{-1} \left[\Delta \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - \bar{L} \right]. \quad (4)$$

Для определения значения сближения накладки и диска Δ необходимо задать дополнительное условие. Этим условием является равенство суммы всех сил, действующих на штампы, внешней заданной силе N , прижимающей накладку к диску:

$$\sum_{i=1}^n Q_i = N. \quad (5)$$

Подставив выражение (4) в условие (5), после соответствующих преобразований получим

$$\Delta = \frac{N + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n B_{ij}^{-1} L_j}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n B_{ij}^{-1}}.$$

В силу допущения 3 давление p_i , возникающее на i -м выступе, можно определить через силу Q_i в виде

$$p_i = \frac{Q_i}{\pi r^2}.$$

Подмодель изнашивания. Приведем исходные переменные: контактное давление p ; скорость относительного скольжения элементов фрикционной пары v и температуру тормозной накладки T_n , а также определяемую переменную — линейный износ накладки u_n .

Опыт эксплуатации пар трения ФПМ–сталь, чугун в режимах работы тормозных устройств ПТМ показал, что износом металлического элемента пары трения можно пренебречь, а ресурс фрикционной пары определяется только материалом тормозной накладки [16, 17].

Примем следующие допущения: 1. Выступ изнашивается равномерно; 2. Поверхность трения диска имеет абсолютную износостойкость.

Фрикционная пара тормозная накладка (ФПМ)–тормозной диск (сталь, чугун) работает без смазочного материала, т.е. имеет место сухое трение. В настоящей работе рассматривается абразивное изнашивание тормозной накладки в диапазоне рабочих температур (до 400... 500 °С).

Скорость изнашивания поверхности в общем случае можно представить в виде

$$\frac{du_n}{dt} = \varphi(v, p, T_n).$$

Для описания скорости изнашивания фрикционных пар, т.е. для определения функции φ , применяются различные экспериментально определяемые величины:

интенсивность линейного изнашивания [2, 7]:

$$I_h = \frac{du_n}{dL}, \quad \varphi(v, p, T_n) = I_h(p, T_n) v,$$

где dL — элементарный путь трения;

интенсивность массового изнашивания [14, 17]:

$$I_m = \frac{dm}{dW}, \quad \varphi(v, p, T_H) = \frac{1}{\rho} f(T_H) I_m(T_H) v p,$$

где dm — элементарный массовый износ; dW — элементарная работа трения; ρ — плотность накладки;

интенсивность объемного изнашивания [10]:

$$I_v = \frac{dV}{dW}, \quad \varphi(v, p, T_H) = f(T_H) I_v(T_H) v p,$$

где dV — элементарный объемный износ.

В силу допущения 1 линейный износ i -го выступа тормозной накладки определяется по формуле

$$u_{mi}(t) = \int_0^t \varphi(v, p_i, T_i) dt,$$

где T_i — температура выступа.

Подмодель тепловыделения. За исходные переменные примем контактное давление p , скорость относительного скольжения элементов фрикционной пары v и температуру тормозной накладки T_H и диска T_D .

Определяемые переменные представим плотностью теплового потока, поступающего в тормозную накладку q_H ; плотностью теплового потока, поступающего в тормозной диск q_D .

Плотность тепловых потоков, которые поступают в элементы фрикционной пары, предлагается определять с помощью уравнений [18]:

$$\begin{cases} q_H = \alpha_{тп} f(T_H) v p - \alpha_k(p) (T_H - T_D), \\ q_D = (1 - \alpha_{тп}) f(T_H) v p + \alpha_k(p) (T_H - T_D), \end{cases}$$

где $\alpha_{тп}$ — коэффициент распределения тепловых потоков, α_k — термическая проводимость контакта.

Коэффициент распределения тепловых потоков $\alpha_{тп}$ [2, 8, 9] показывает, какая часть теплового потока, выделяющегося при трении, поступает в накладку.

Анализ различных работ [8], посвященных определению $\alpha_{тп}$, показал, что для фрикционной пары ФПМ–сталь, чугун и режимов трения тормозов ПТМ коэффициент распределения тепловых потоков $\alpha_{тп}$ с достаточной точностью можно определить по следующей формуле:

$$\alpha_{тп} = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{c_d \rho_d \lambda_d}{c \rho \lambda}}},$$

где c и λ — теплоемкость накладки и теплопроводность накладки; c_d , λ_d и ρ_d — теплоемкость, теплопроводность и плотность диска соответственно.

Экспериментальные исследования по определению термической проводимости контакта α_k для фрикционных пар ФПМ–сталь, чугун приведены в работе [8].

Тепловая подмодель. Тормозная накладка. В качестве исходных переменных примем плотность q_n теплового потока, поступающего в накладку, а определяемых переменных — температуру тормозной накладки T_n .

Задача определения T_n сводится к решению уравнения теплопроводности [9]:

$$\frac{\partial T_n}{\partial t} = a \Delta T_n,$$

со следующими граничными условиями: в случае теплоизоляции — $\left. \frac{\partial T_n}{\partial n} \right|_{\Gamma} = 0$; в случае теплоотдачи по закону Ньютона — $\left. \left(-\lambda \frac{\partial T_n}{\partial n} \right) \right|_{\Gamma} = \sigma (T_n - T^e)$; в случае поступления теплового потока — $\left. \lambda \frac{\partial T_n}{\partial n} \right|_{\Gamma} = q_n$, и начальным условием — $T_n|_{t=0} = T^e$, где a — температуропроводность; σ — коэффициент теплоотдачи [20]; T^e — температура окружающей среды; Δ — оператор Лапласа; Γ — граничная поверхность; n — нормаль к граничной поверхности.

Тормозной диск. Исходные переменные — плотность q_d теплового потока, поступающего в диск, определяемые переменные — температура тормозного диска T_d .

Материалы тормозных дисков (сталь, чугун) имеют высокую температуропроводность, что приводит к быстрому выравниванию температуры тела по всему объему. Поэтому примем допущение, что температура диска во всех точках одинакова (это позволит значительно упростить задачу).

Изменение внутренней энергии диска можно представить как

$$dQ_d = c_d m_d dT_d, \quad (6)$$

где m_d — масса диска.

С другой стороны, на основании закона сохранения энергии можно записать равенство

$$\frac{dQ_d}{dt} = \int_A q_d dA - \sigma_d A_d (T_d - T^e), \quad (7)$$

где σ_d — коэффициент теплоотдачи диска [20], A — поверхность трения накладки, A_d — поверхность охлаждения диска.

Первый член в равенстве (7) представляет собой поток тепловой энергии, поступающий в диск при трении, второй член — тепловой поток, который представляет собой теплоотдачу диска в окружающую среду (по закону Ньютона).

Подставив соотношение (6) в равенство (7), получим

$$\frac{dT_d}{dt} + \mu T_d = g(t), \quad \mu = \frac{\sigma_d A_d}{c_d m_d}, \quad g(t) = \mu T^e + \frac{1}{c_d m_d} \int_A q_d dA. \quad (8)$$

Решая уравнения (8) при начальном условии $T_d(0) = T_0$, где T_0 — некоторая начальная температура, получим следующее выражение:

$$T_d(t) = \left(T_0 + \int_0^t g(t) e^{\mu t} dt \right) e^{-\mu t}. \quad (9)$$

При отсутствии трения первое слагаемое в формуле (7) обращается в нуль, а решение (9) преобразуется к виду

$$T_d(t) = T^e + (T_0 - T^e) e^{-\mu t}. \quad (10)$$

При моделировании полного цикла работы тормоза, необходимо использовать формулу (9) на этапе торможения и формулу (10) на этапе охлаждения. При этом конечная температура предыдущего этапа (охлаждения/торможения) будет являться начальной для последующего этапа (торможения/охлаждения).

Подмодель термоупругости. За исходные переменные примем температуру тормозной накладке T_n , за определяемые переменные — термоупругое перемещение точек поверхности накладки u_T .

Волнистость поверхности приводит к концентрации давления и, следовательно, к тепловыделению на отдельных участках поверхности фрикционного контакта. Эти участки, интенсивно нагреваясь, расширяются (выпучиваются) и воспринимают бóльшую нагрузку, снижая при этом нагрузку на другие участки поверхности. Одновременно с термическим расширением участков, происходит их изнашивание, вследствие чего в контакт вступают новые участки, которые нагреваются, расширяются и воспринимают бóльшую нагрузку. При этом нагрузка на старые участки снижается, они охлаждаются и выходят из контакта. Этот циклический процесс, названный "термоупругой неустойчивостью" или "термоупругой нестабильностью" наблюдается в процессе фрикционного контакта пар трения тормозов ПТМ [5, 9–11].

При трении глубина проникновения теплоты на порядки больше высот волн фрикционных материалов, поэтому для определения термоупругой деформации поверхности накладки необходимо исследовать термоупругие напряжения и деформации в объеме накладки.

Тепловое расширение ФПМ в несколько раз (в 3 раза) превышает расширение металлов [11], поэтому можно допустить, что термоупругое расширение участка поверхности трения тормозной накладки значительно превышает термоупругое расширение сопряженного участка поверхности тормозного диска.

Примем допущения, что термическая деформация тормозной накладки носит упругий характер и термоупругая деформация поверхности трения тормозного диска не оказывает влияния на фрикционный контакт [11].

Для изучения трехмерного напряженно-деформированного состояния тормозной накладки воспользуемся одним из вариационных принципов механики — принципом минимума полной потенциальной энергии [21].

В соответствии с этим принципом среди всех допустимых перемещений упругого тела u перемещения, соответствующие положению равновесия, сообщают функционалу полной потенциальной энергии

$$\Pi(u) = \frac{1}{2} \int_V (Du - \varepsilon_0)^T E^* (Du - \varepsilon_0) dV - \int_{\Gamma_P} u^T P d\Gamma_P, \quad (11)$$

минимальное значение.

В соотношении (11) первый интеграл берется по всему объему накладке V , а второй — по поверхности приложения распределенной нагрузки Γ_P .

Для трехмерного случая и изотропного материала имеем [21]:

вектор перемещений — $u^T = (u_x \ u_y \ u_z)$;

вектор термоупругих деформаций — $\varepsilon_0^T = (\alpha T_n \ \alpha T_n \ \alpha T_n \ 0 \ 0 \ 0)$, где α — коэффициент теплового расширения; вектор поверхностных распределенных сил — $P^T = (P_x \ P_y \ P_z)$;

матрица дифференциального оператора —

$$D^T = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{pmatrix};$$

матрица упругости —

$$E^* = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{pmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}-\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}-\nu \end{pmatrix}.$$

Для решения задачи необходимо задать кинематические граничные условия, которые определяются способом крепления накладки к подложке:

$$u|_{\Gamma_u} = u_0, \quad (12)$$

где u_0 — заданное перемещение точек накладки на граничной поверхности Γ_u .

Условие минимума функционала полной потенциальной энергии имеет вид [21]

$$\delta \Pi(u) = 0, \quad \delta^2 \Pi(u) \geq 0. \quad (13)$$

Таким образом, условие (13) для функционала (11) при граничном условии (12) позволяет определить термоупругое перемещение u точек тормозной накладки, которое включает в себя термоупругое перемещение u_τ точек поверхности накладки.

Кинематическая подмодель. Определяемые переменные — скорость v относительного скольжения элементов фрикционной пары определяется скоростью поверхности трения диска.

При моделировании процессов трения и изнашивания представляет интерес изменение скорости поверхности трения диска на этапе торможения.

Опыт эксплуатации и многочисленные экспериментальные исследования тормозных устройств показали [3, 8, 9, 14, 16, 17 и 22], что для режимов работы ПТМ скорость скольжения элементов фрикционной пары на этапе торможения с достаточной точностью описывается линейной зависимостью

$$v(t) = v_0 \left(1 - \frac{t}{t_\tau} \right),$$

где v_0 — начальная скорость скольжения, t_τ — время торможения.

Величины v_0 и t_T определяются конструкцией и режимом работы механизма, на котором установлено тормозное устройство.

Выводы. 1. Рассмотрены вопросы моделирования сложных трибологических систем применительно к тормозным устройствам ПТМ.

2. Впервые разработана математическая модель пары трения тормоза накладка–диск/шкив, учитывающая взаимное влияние процессов, происходящих на фрикционном контакте (теплообразования, теплообмена, термоупругой и контактной деформаций, изнашивания), и позволяющая определять температуру элементов фрикционной пары и износ тормозной накладки в процессе трения.

3. Впервые в математической модели учтено влияние процессов термоупругости и теплопередачи между элементами фрикционной пары на процессы трения и изнашивания, происходящие на фрикционном контакте.

4. Представленная модель положена в основу методики численного моделирования трибологических систем тормозных устройств ПТМ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Г р и б В. В. Решение триботехнических задач численными методами. – М.: Наука, 1982. – 112 с.
2. О с н о в ы трибологии (трение, износ, смазка): Учебник для технических вузов / Под общ. ред. А.В. Чичинадзе. – М.: Машиностроение, 2001. – 664 с.
3. С п р а в о ч н и к по триботехнике / Под общ. ред. М. Хебды, А.В. Чичинадзе. В 3 т. Т. 1. Теоретические основы. – М.: Машиностроение, 1989. – 400 с.
4. Д е м к и н Н. Б. Моделирование фрикционного контакта и его свойства // Трение, износ, смазка. – 1999. – № 3.
5. Д ж о н с о н К. Механика контактного взаимодействия / Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 510 с.
6. К р а г е л ь с к и й И. В., Д о б ы ч и н М. Н., К о м б а л о в В. С. Основы расчетов на трение и износ. – М., 1977.
7. Г о р ь ч е в а И. Г., Д о б ы ч и н М. Н. Контактные задачи в трибологии. – М.: Машиностроение, 1988. – 256 с.
8. Н о с к о А. Л. Разработка методики расчета нагрева дисково-колодочных тормозов подъемно-транспортных машин с учетом термического сопротивления контакта. – М., 1985. – 199 с.
9. Р о м а ш к о А. М. Исследование нагрева дисковых колодочных тормозов подъемно-транспортных машин. – М., 1979. – 254 с.
10. Х у р ц и д з е Т. В. Вероятностная оценка срока службы фрикционной пары тормозных устройств подъемно-транспортных машин с учетом их эксплуатационных и конструктивных особенностей. – М.: 1989. – 243 с.
11. Ч и н а л и е в О. К. Исследование формирования контурной площади контакта в процессе работы фрикционных пар тормозов подъемно-транспортных машин. – М., 1980. – 165 с.
12. Л о п о в о к Т. С. Волнистость поверхности и ее измерение. – М.: Изд-во Стандартов, 1973. – 184 с.

13. С у с л о в А. Г. Качество поверхностного слоя деталей машин. – М.: Машиностроение, 2000. – 320 с.
14. П о л и м е р ы в узлах трения машин и приборов: Справочник / Под общ. ред. А.В. Чичинадзе. – М.: Машиностроение, 1988. – 328 с.
15. Ф е д о р ч е н к о И. М., Р о в и н с к и й Д. Я., Ш в е д к о в Е. Л. Исследование материалов для тормозных и передаточных устройств. – Киев: Наукова думка, 1976. – 199 с.
16. А л е к с а н д р о в М. П. Тормоза подъемно-транспортных машин. – М.: Машиностроение, 1976. – 383 с.
17. С п р а в о ч н и к по триботехнике. В 3-х т. Т. 3. Триботехника антифрикционных, фрикционных и сцепных устройств. Методы и средства триботехнических испытаний / Под общ. ред. М. Хебды, А.В. Чичинадзе. – М.: Машиностроение, 1992. – 730 с.
18. Н о с к о А. Л., Н о с к о А. П. Тепловые процессы в узлах трения машин. – М.: Известия вузов. Машиностроение, 2005. – № 11.
19. Л ы к о в А. В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 598 с.
20. Н о с к о А. Л., Н о с к о А. П. Исследование охлаждения тормозных устройств подъемно-транспортных машин // Вестник МГТУ. Серия “Машиностроение”. – 2005. – № 3. – С. 88–99.
21. М е т о д конечных элементов в механике твердых тел / Под общ. ред. А.С. Сахарова и И. Альтенбаха. – Киев: Вища школа. Головное изд-во, 1982. – 480 с.
22. Т о р м о з н ы е устройства: Справочник / Под ред. М.П. Александрова. – М.: Машиностроение, 1986. – 312 с.

Статья поступила в редакцию 1.11.2004



Андрей Леонидович Носко родился в 1957 г., окончил Луганский машиностроительный институт в 1979 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры “Подъемно-транспортные системы” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 70 научных работ в области трения и износа фрикционных пар тормозных устройств.

Andrey Leonidovich Nosko was born in 1957, graduated from Lugansk Meckanical Engineering Institute in 1979. PhD (Eng.), assoc. professor of “Handling Transport Systems” department of the Bauman Moscow State University. Author of more than 70 publications in the field of friction and wear of brakes.



Алексей Павлович Носко родился в 1983 г., студент кафедры “Системы автоматизированного проектирования” МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Alexey Pavlovich Nosko was born in 1983, student of the “Computer Aided Design” department of the Bauman Moscow State University.