

Федор Федорович Мосалов родился в 1981 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2004. Аспирант кафедры “Космические аппараты и ракеты-носители” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор трех научных работы.

F.F. Mosalov (b. 1981) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2004. Post-graduate of “Spacecrafts and Launch Vehicles” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 3 publications.



Владимир Гаврилович Мерзликін родился в 1951 г., окончил Московский инженерно-физический институт в 1974 г. Канд. техн. наук, доцент МГТУ “МАМИ”. Автор более 70 научных работ в области теплообмена излучением и тепловой защиты.

V.G. Merzlikin (b. 1951) graduated from the Moscow Institute for Engineering and Physics in 1974. Ph. D. (Eng.), assoc. professor of the Moscow State Technical University “MAMI”. Author of more than 70 publications in the field of study of radiation heat exchange and thermal protection.



УДК 620.7.915.073

Л. Н. Лысенко, Нгуен Хай Минь

АЛГОРИТМИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КОНТУРА ВТОРИЧНОЙ ОБРАБОТКИ ТРАЕКТОРНЫХ ИЗ- МЕРЕНИЙ ПРИ КОРРЕКТИРОВКЕ СТРЕЛЬБЫ РЕАКТИВНЫХ СИСТЕМ ЗАЛПОВОГО ОГНЯ ПО НЕНАБЛЮДАЕМЫМ ОДИНОЧНЫМ ЦЕЛЯМ

Разработка реактивных систем залпового огня первоначально ориентировалась на решение задач уничтожения, главным образом, групповых целей. Сегодня, однако, задача повышения их точности до уровня, допускающего гарантированное поражение при относительно невысоком расходе боеприпасов также и одиночных целей, рассматривается как весьма актуальная наряду с проблемами увеличения дальности стрельбы. Результаты выполненных исследований представляют собой попытку дальнейшего совершенствования и обобщения теоретических положений известного подхода, связанного с использованием траекторных измерений при корректировке стрельбы средствами ракетно-артиллерийского вооружения. Показаны пути распространения их в случае корректировки стрельбы реактивных систем залпового огня.

Исходные предпосылки. Несмотря на то что разработка реактивных систем залпового огня (РСЗО) типа “Град”, “Смерч”, “Ураган” и других [1] первоначально была ориентирована на уничтожение групповых целей, сегодня задача повышения точности РСЗО до уровня,

допускающего гарантированное поражение одиночных целей при относительно невысоком расходе боеприпасов, рассматривается отечественными специалистами наряду с проблемами увеличения дальности стрельбы как весьма актуальная задача [2].

Реализация при этом на их основе концепции высокоточного оружия (ВТО), если, в принципе, и допустима, то вряд ли практически осуществима из-за невозможности универсализации образцов ВТО в смысле решения задач огневого поражения всего спектра целей, находящихся на дальностях действия артиллерийского выстрела, также их высокой стоимости и т.д.

При ориентации на использование обычных боеприпасов единственным способом повышения точности РСЗО является совершенствование методов определения установок для стрельбы на поражение.

Следует отметить, что возможности такого подхода применительно к существующему достаточно проверенному надежному и универсальному способу полной подготовки [3] в настоящее время практически полностью исчерпаны.

К тому же данный способ сопряжен с непозволительно высоким расходом боеприпасов, который значительно увеличивается с увеличением дальности стрельбы.

Фактически при боевом применении РСЗО в войсках даже имеющиеся возможности, гарантируемые нормативами, не реализуются в полной мере.

Все это привело к стремлению создать комбинированные методы корректировки стрельбы, обеспечивающие существенно более широкое, чем при классическом подходе, использование априорной и апостериорной информации при формировании корректур, вносимых в установки прицельных приспособлений на этапе пристрелки.

Идеальным примером такого подхода служит метод радиопристрелки [2]. По этому методу точность стрельбы неуправляемыми снарядами повышается вследствие уточнения с помощью РЛС координат пристрелочного штатного снаряда на нисходящем (непосредственно за вершиной) участке траектории, математического расчета (воспроизведения) всей траектории до точки падения практически в реальном масштабе времени и определения корректур для ввода в установочные данные по оцененному промаху (отклонению прогнозируемой точки падения от цели).

При этом существенно упрощается (вплоть до глазомерного уровня) метеорологическая и баллистическая подготовка стрельбы.

В основе описанного подхода лежит тот факт, что однородная (не содержащая активных участков) траектория снаряда, формируясь под действием различных, в том числе и априори неопределенных факторов, косвенно содержит информацию о реальных условиях стрельбы.

В результате математической обработки данных для пристрелочной группы снарядов уточняются ошибки учета условий стрельбы, а затем рассчитывается попадающая траектория уже при соответствующих “поправках дня”. Разница между пристрелочными (прицел $\varepsilon_0^{\text{пр}}$, азимут стрельбы $A^{\text{пр}}$) и уточненными ($\varepsilon_0^{\text{УТ}}$, $A^{\text{УТ}}$) установками и определяет искомые корректуры.

Уточнение условий стрельбы базируется на использовании метода многопараметрического согласования, в основу которого положен классический вариант определения промаха снаряда в функции пяти неизвестных ошибок учета условий стрельбы, а именно: начальной скорости снаряда, угла бросания (горизонтального угла наведения для бокового движения), баллистического коэффициента, скорости продольного (бокового) ветра и текущей температуры воздуха.

Задача уточнения условий стрельбы и расчета пристрелочной траектории еще более упрощается, если использовать не пять, а четыре согласующих параметра, исключив из числа уточняемых условий температуру воздуха. В этом случае расчет корректирующих поправок сводится к решению задачи определения “поправок дня”, вырождающихся в математические коэффициенты согласования типа коэффициента формы снаряда при принятом эталонном законе сопротивления воздуха [4].

Баллистическое обеспечение алгоритма. Математическое воспроизведение траектории осуществляется в рассмотренном подходе на основе стандартного набора прямых измерений РЛС (угла места, азимута и приведенной частоты принимаемого отраженного сигнала, с использованием которой оценивается наклонная дальность $\hat{r}(t)$ и скорость ее изменения $\hat{\dot{r}}(t)$). Применяемая математическая модель движения (ММД), хотя и учитывает сферичность Земли, должна удовлетворять (в части учета влияния отклонения параметров атмосферы от нормальных) условию применения метода баллистических средних.

Кроме того, использование интегральной характеристики типа коэффициента формы снаряда и обобщенного (эталонного) закона сопротивления предопределяет структуру модели движения в виде уравнений состояния снаряда, аппроксимируемого движением материальной точки (центра масс с сосредоточенной в нем массой снаряда). Для такой модели принимается, что вектор скорости снаряда, определяющий (при известном модуле начальной скорости) его последующее движение по траектории, в момент выстрела (пуска) однозначно характеризуется углами бросания и горизонтального наведения.

Причины упрощения и возможные пути совершенствования алгоритмического и специального программно-математического обеспечения метода радиопристрелки, детально проанализированы в работе [5]. Отметим, что применительно к классической ствольной

артиллерии указанные ранее даже не очень строгие предпосылки оказываются вполне приемлемыми с позиций оценки общей эффективности и перспективности данного метода. При обеспечении гироскопической устойчивости учет углов прецессии классического артиллерийского снаряда, не превышающих фиксированных весьма малых значений, и влияния атмосферной турбулентности через параметры бокового сноса и составляющие (продольную и боковую) скорости ветра оказывается достаточным не только для определения факторов детерминированной ошибки стрельбы, учитываемой при прицеливании, но и случайной составляющей, характеризующей величину рассеивания.

Распространение характерного для обсуждаемого метода баллистического обеспечения, описанного в работе [2], в случае РСЗО, строго говоря, не может считаться вполне корректным, потому что траектория снарядов РСЗО имеет активный участок, а условия движения их центра масс в значительно большей степени взаимосвязаны с параметрами углового движения. В частности, указанные обстоятельства могут приводить к сопровождению так называемого ветрового сноса “движением снаряда на ветер” (в силу флюгерного эффекта) и существенному возрастанию пространственного угла атаки на величину ветровой составляющей, как следствие неопределенности положения вектора скорости по отношению к продольной оси, высокому уровню колебаний, сложной динамике углового движения снаряда на момент начала баллистической (пассивной) траектории и др.

При проведении измерений на пассивном нисходящем участке траектории отмеченные факторы, формирующие активный участок, а следовательно, начальные условия движения на пассивном участке, необходимые для математического моделирования (восстановления) траектории, оказываются неучтенными.

Естественно, желательно комплексировать радиопристрелочные траекторные измерения пассивного нисходящего участка измерениями активного участка траектории (АУТ), сопроводив их алгоритмическим обеспечением, допускающим оценивание параметров углового движения снаряда наряду с идентификацией параметров турбулизации (мелкомасштабной и ветровых порывов) внешней среды (атмосферы).

Такого типа расширение диапазона траекторных измерений возможно потребует комплексирования измерительных средств (радиодиапазона в сочетании с оптическим либо ИК-диапазоном), или применения измерительных систем, построенных на каком-либо другом физическом принципе.

Очевидно, что эти вопросы выходят за рамки настоящей работы, тем не менее, возможность использования измерений на активном участке с автоматическим сопровождением снаряда путем отслеживания факела работающего реактивного двигателя в сочетании с РЛС,

работающей в частотном диапазоне порядка 5...7 Гц для получения информации о параметрах движения снаряда на пассивном участке траектории, не представляется практически разрешимой задачей.

Предположим, что в результате первичной обработки траекторных измерений удастся по m -компонентному вектору прямых измерений $\bar{y}(t)$ получить $(m+k)$ -компонентный вектор оцениваемых переменных $\hat{z}(t)$, удовлетворяющий заданным требованиям по точности:

$$\hat{z}(t) = \begin{bmatrix} \hat{r}(t) & \hat{r}'(t) & \hat{\varepsilon}(t) & \hat{A}(t) \end{bmatrix}^T,$$

где в общем случае вектор-функция $\bar{z}(\bar{x}, t)$ представляется в виде разложения в ряд Тейлора в окрестности истинного векторного параметра $\bar{x}(t)$, характеризующего состояние динамической системы “снаряд-среда” в любой текущий (непрерывный, либо дискретный) момент времени.

Учитывая, что решаемую задачу определения корректур прицельных установок по азимуту и углу места можно трактовать как определение параметрического управления \bar{u}^π , сводящегося с физической точки зрения к разовому изменению корректируемых параметров, отвечающих за качество регулируемого процесса целенаправленного “смещения” траектории при стрельбе, уравнения состояния и наблюдения представляем в виде

$$\frac{d}{dt}\bar{x}(t) = \bar{f}(\bar{x}_p, \bar{u}^\pi, \bar{b}; t) + F(\bar{x}, \bar{u}^\pi; t)\bar{\eta}(t); \quad (1)$$

$$\bar{y}(t) = \bar{h}(\bar{x}, \bar{u}^\pi; t) + \bar{n}(t), \quad (2)$$

где случайные возмущения $\bar{\eta}(t)$ объекта и шумы измерений $\bar{n}(t)$ в общем случае — это коррелированные шумы с фиксированными матрицами спектральных плотностей; $\bar{f}(\bar{x}_p, \bar{u}^\pi, \bar{b}; t)$ — вектор-функция заданной размерности; \bar{x}_p — расширенный вектор состояния — $(n+l)$, включающий, при необходимости, l идентифицируемых компонентов вектора параметров (характеристик) объекта.

Начальные условия базовой детерминированной модели ($\bar{\eta}(t) = 0$) считаются известными: $\bar{x}(t_0) = \bar{x}_0$ — задано.

В отношении всех случайных векторов принимаются стандартные предположения (если в отношении какого-то из них не оговариваются специальные условия).

Удовлетворяющие структуре (1) базовые детерминированные скалярные уравнения состояния представляют собой ММД в форме нелинейных нестационарных дифференциальных уравнений, подразделяемых на четыре подсистемы.

Динамические уравнения движения центра масс снаряда, записанные в связанной системе координат (СК), имеют вид:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}V_x &= \omega_z V_y - \omega_y V_z - \frac{g}{r} (a_{11}x_u + a_{12}y_u + a_{13}z_u) - \frac{qSC_x}{m} + P; \\ \frac{d}{dt}V_z &= \omega_y V_x - \omega_x V_y - \frac{g}{r} (a_{31}x_u + a_{32}y_u + a_{33}z_u) + \frac{qSC_z^\beta \beta}{m}; \\ \frac{d}{dt}V_y &= \omega_x V_z - \omega_z V_x - \frac{g}{r} (a_{21}x_u + a_{22}y_u + a_{23}z_u) + \frac{qSC_y^\alpha \alpha}{m},\end{aligned}$$

где помимо стандартных общепринятых обозначений [4] введены в рассмотрение элементы матрицы перехода от геоцентрической базовой СК $OX_u Y_u Z_u$ к связанной системе $OXYZ$, выраженные через параметры Родрига–Гамильтона, представляющие собой компоненты кватерниона:

уравнения вращательного движения в проекциях на оси все той же связанной СК, представляемые [6] в форме

$$\frac{d}{dt}\omega_x = \frac{1}{I_x} [M_x + I_{xy}D + I_{xz}\Phi]; \quad \frac{d}{dt}\omega_y = D; \quad \frac{d}{dt}\omega_z = \Phi,$$

где приняты следующие обозначения:

$$\begin{aligned}D &= K + d\Phi : K = \frac{M_y + fM_x}{I_y - fI_{yx}}; \quad f = \frac{I_{xy}}{I_x}; \quad m_0 = \frac{I_{zx}}{I_x}; \\ \Phi &= \frac{M_z + M_y d + (m_0 + f d) M_x}{I_z - m_0 I_{xz} - d(I_{yz} + f I_{xz})}; \quad d = \frac{I_{zy} + f I_{zx}}{I_y - f I_{yx}};\end{aligned}$$

M_i ($i = x, y, z$) — составляющие суммарного внешнего момента;

кинематические уравнения движения центра масс снаряда относительно инерциальной геоцентрической и стартовой СК $OX_c Y_c Z_c$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\bar{x}_u(t) &= A^*(t)\bar{V}(t); \quad \bar{x}_c(t) = S(t)\bar{x}_u(t); \\ r(t) &= \sqrt{x_c^2 + y_c^2 + z_c^2},\end{aligned}$$

где $A^*(t)$ и $S(t)$ — соответствующие известные матрицы преобразования $\bar{V}(t)$ к инерциальной СК и $\bar{x}_u(t)$ — к стартовой СК;

кинематические уравнения вращательного движения снаряда относительно его центра масс, выразим в кватернионной форме

$$\frac{d}{dt}\lambda(t) = \frac{1}{2}\omega_u(t) \circ \lambda(t),$$

где $\lambda(t)$ — вектор параметров Родрига–Гамильтона, знак “ \circ ” означает операцию кватернионного умножения.

Для нахождения дифференциальных уравнений, характеризующих изменение текущих значений углов атаки и скольжения, направим оси OY и OZ связанной системы координат так, чтобы соблюдалось равенство $I_{yz} = 0$. Ненулевые составляющие тензора инерции ($I_{xy} \neq 0$ и

$I_{xz} \neq 0$) позволят при этом учесть динамическую неуравновешенность снаряда.

Считая снаряд осесимметричным телом вращения ($C_y^\alpha = C_z^\beta$; $m_z^\alpha = m_y^\beta$; $m_y^\omega = m_z^\omega$; $m_{Ma}^\alpha = m_{Ma}^\beta$) и вводя в рассмотрение комплексные переменные

$$\delta = \beta + i\alpha; \quad \omega = \omega_y + i\omega_z; \quad h = h_\beta + ih_\alpha$$

(α и β – “геометрические” углы атаки и скольжения при безветрии; $h_\alpha = I_{xz}/(I - I_x)$; $h_\beta = I_{xy}/(I - I_x)$); после соответствующих преобразований и упрощений получаем выражение

$$\ddot{\delta} + \kappa_1 \dot{\delta} + \kappa_2 \delta = \kappa_3, \quad (3)$$

где коэффициенты κ_1 , κ_2 и κ_3 имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= i\omega_x + i \left(1 - \frac{I_x}{I}\right) \omega_x + |m_z^\omega| \frac{l}{V} \frac{qSl}{I} + \frac{qS}{mV} (C_y^\alpha - C_x) = \\ &= \frac{qS}{mV} (C_y^\alpha - C_x) + \frac{qSl^2}{VI} |m_z^\omega| + i \left(2 - \frac{I_x}{I}\right) \omega_x; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \kappa_2 &= i\dot{\omega}_x + i \left(\frac{I - I_x}{I}\right) \omega_x \left[i\omega_x + \frac{qS}{mV} (C_y^\alpha - C_x) \right] - \\ &\quad - \frac{qSl}{I} \left[-|m_z^\alpha| - |m_z^\omega| \frac{l}{V} \left(i\omega_x + \frac{qS}{mV} (C_y^\alpha - C_x) \right) \right] = \\ &= \frac{qSl}{I} |m_z^\alpha| + i\dot{\omega}_x - \frac{I - I_x}{I} \omega_x^2 + i \frac{I - I_x}{I} \omega_x \frac{qS}{mV} (C_y^\alpha - C_x) + \\ &\quad + i \frac{qSl^2}{IV} |m_z^\omega| \omega_x + \frac{q^2 S^2 l^2}{ImV^2} (C_y^\alpha - C_x) |m_z^\omega|; \\ \kappa_3 &= \frac{I - I_x}{I} \dot{\omega}_x h + i \left(\frac{I - I_x}{I}\right) \omega_x^2 h + \frac{qSl}{I} (m_{y0} + im_{z0}). \end{aligned}$$

Здесь помимо стандартных обозначений, соответствующих данным работы [4], введены m_{y0} и m_{z0} , обозначающие коэффициенты аэродинамической асимметрии снаряда по соответствующим каналам. Текущая масса снаряда на активном участке определяется как $m = m_0 - |\dot{m}| t = \text{varia}$.

Для достижения максимальной наглядности ограничимся результатами приближенного аналитического исследования, связанного с принятием допущений относительной малости (менее 12°) пространственного угла атаки

$$\delta = \sqrt{\left(-\frac{V_y}{V_x}\right)^2 + \left(\frac{V_z}{V_x}\right)^2}$$

и применения метода замороженных коэффициентов.

Рассмотрим детерминированный пространственный ветровой угол атаки $\bar{\alpha}_{\bar{W}}$ такой, для которого полный угол атаки с учетом скорости ветра \bar{W} может быть представлен в виде

$$\bar{\delta}_{\Sigma} = \bar{\delta} + \bar{\alpha}_{\bar{W}}.$$

Тогда в первом приближении, при принятых допущениях и исключении слагаемых второго порядка малости, дифференциальное уравнение (3) с учетом ветрового угла атаки принимает вид:

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} + \left\{ -\frac{Sl^2}{I} m^{\bar{\omega}} + \frac{S}{m} \left[(C_y^{\beta})^2 + (C_z^{\alpha})^2 \right]^{1/2} \right\} \frac{q}{V} \frac{d\delta}{dt} - \frac{qSl}{I} \left[(m_y^{\beta})^2 + (m_z^{\alpha})^2 \right]^{1/2} \delta \approx \frac{qSlm_z^{\alpha}}{I} \alpha_{\bar{W}} + \frac{SqC_z^{\alpha}}{mV} \frac{d\alpha_{\bar{W}}}{dt}.$$

Моделирование случайных составляющих. При построении стохастической модели, отвечающей линеаризованному варианту ММД (1) при $\bar{\eta}(t) \neq 0$, будем исходить из того, что атмосферные возмущения не поддаются прямым измерениям. Воспроизведение их возможно только вследствие использования специального алгоритма генерирования статистических шумовых эквивалентов (на основе метода формирующих фильтров), обладающих теми же спектральными плотностями $\Omega = (\omega V^{-1})$ (пространственная частота), что и реальные физические процессы при заданном уровне адекватности.

Согласно методу формирующих фильтров, синтез разреза пространственного ветрового поля для каждой моделируемой траекторной точки может быть осуществлен с помощью задания составляющих скорости ветра по i -му ($i = x, z$) направлению с помощью дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \bar{W}_i(t) &= K_{\bar{\eta}} \bar{\eta}(t) + a_1 \bar{\xi}(t); \\ \frac{d}{dt} \bar{\eta}(t) &= a_2 \bar{\eta}(t) + a_3 \bar{W}_i(t) + a_4 \bar{\xi}(t), \end{aligned} \tag{4}$$

где $\bar{W}_i(t)$ — составляющая вектора скорости ветра по i -му направлению; a_j ($j = 1, 2, 3, 4$) — коэффициенты, характеризующие параметры турбулентности; $\bar{\xi}(t)$ — возбуждающий (порождающий) белый шум процесс $\bar{\eta}(t)$.

Результаты моделирования различных типов турбулентности на основе метода формирующих фильтров нашли отражение в работах [7, 8], поэтому здесь не рассматриваются.

Отметим, что данный подход в контексте обсуждаемой проблемы имеет недостатки: расширение исходной ММД путем введения в нее дифференциальных уравнений типа (4) снижает суммарное быстродействие алгоритма. Кроме того, использование последних в качестве

модели составляющих случайной скорости ветра, применяемых при идентификации случайного значения полного (с учетом “ветровой” составляющей) пространственного угла атаки, принципиально возможно только при применении аналитических методов статистической линеаризации.

Ситуация упрощается тем, что при принятых допущениях параметры, определяющие движение снаряда при воздействии на него атмосферной турбулентности, описываются случайной стационарной функцией, обладающей эргодическим свойством. Следовательно, вероятностные характеристики, полученные усреднением по времени для одной реализации, будут близки к характеристикам, получаемым усреднением по множеству реализаций. Данное обстоятельство служит основанием для нахождения приемлемых по достоверности оценок параметров движения в заданный момент с использованием их статистической обработки в пределах одного расчетного цикла.

Чтобы признать, что статистическая линеаризация действительно допустима необходимо удостовериться, что исследуемые случайные параметры (прежде всего, случайное значение полного пространственного угла атаки) удовлетворяют нормальному закону распределения либо, по крайней мере, не противоречат гипотезе о гауссовом распределении.

Для того чтобы убедиться в справедливости сказанного, и определить пределы применимости данного требования введем в рассмотрение выражение дисперсии величин δ_Σ

$$D_{\delta_\Sigma} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\delta_\Sigma}(\omega) |\Phi(i\omega)|^2 d\omega \quad (5)$$

при

$$\Phi(p) = \frac{\delta_\Sigma}{\alpha_{\bar{W}}} = \frac{p \left(p - \frac{1,43Sl^2q}{IV} m_z^{\omega_z} \right)}{p^2 + p \left(\frac{Sq}{mV} C_z^\alpha - \frac{1,43Sl^2q}{IV} m_z^{\omega_z} \right) + \left(-\frac{1,43qSl}{I} m_z^\alpha \right)}. \quad (6)$$

Известно, что определить значения интегралов типа (5) можно, используя теорию вычетов.

При малом аэродинамическом демпфировании выражение (5) может быть приближенно представлено (с использованием аналитической зависимости спектральных плотностей типа модели Драйдена) в форме

$$D_{\delta_\Sigma} = \frac{\sigma_{\bar{W}}^2}{2V^2} \frac{L\Omega^2}{K_d} \frac{1 + 3L^2\Omega^2}{(1 + L^2\Omega^2)^2},$$

где $\sigma_{\bar{W}}$ — среднее квадратическое отклонение (СКО) скорости ветра; L — масштаб турбулентности; K_d — коэффициент аэродинамического демпфирования, причем при допущениях, принятых при выводе уравнения (6),

$$K_d = - \left(\frac{1,43Sl^2q}{IV} m_z^{\omega_z} - \frac{Sq}{mV} C_z^\alpha \right); \quad \Omega^2 = - \frac{1,43qSl}{I} m_z^\alpha.$$

Очевидно, что в силу ярко выраженного резонансного характера передаточной функции $\Phi(p)$ при малом демпфировании основной вклад в ее величину будут вносить гармоники, близкие к резонансной. Именно поэтому при малом демпфировании ветровые возмущения оправдано аппроксимировать белым шумом с постоянной спектральной плотностью $S_{\bar{W}}(\Omega)$.

Следует, однако, отметить, что если полученный результат и представляет интерес, то только для снарядов классической артиллерии, что же касается снарядов РСЗО, то их аэродинамическая компоновка на АУТ исключает возможность принятия допущения о малом аэродинамическом демпфировании.

При наличии существенного аэродинамического демпфирования, аэродинамические характеристики которого имеют к тому же нелинейный характер, представим $K_d(\delta)$ в виде разложения

$$K_d(\delta) = K_{d0} + K_{d1}\delta^2. \quad (7)$$

С учетом разложения (7) перейдем к рассмотрению эквивалента уравнения (3), записав его в виде

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} + (K_{d0} + K_{d1}\delta^2) \frac{d\delta}{dt} + \Omega^2\delta = \xi(t), \quad (8)$$

где $\xi(t)$ — белый шум, для которого

$$\xi(t)\xi(t+\tau) = S\delta(\tau); \quad S(\Omega) = \frac{\sigma_{\bar{W}}^2 \Omega^4 L (1 + 3L^2\Omega^2)}{V^2 (1 + L^2\Omega^2)^2},$$

$\delta(\tau)$ — дельта-функция Дирака.

Решение уравнения (8) будем искать, пользуясь методом Ван-дер-Поля, представив

$$\delta = a \cos \varphi; \quad \frac{d}{dt}\delta(t) = -a\Omega \sin \varphi, \quad (9)$$

при усреднении уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова (ФПК) по фазе $\varphi(t)$.

При этом, естественно, априори предполагается, что белый шум в уравнении (8) является аппроксимацией реального физического процесса с конечной дисперсией.

В этом случае при усреднении по φ правомерно считать, что плотность распределения $f(a, \varphi, t)$ является только функцией амплитуды и времени, т.е. $f(a, \varphi, t) \approx f\left[\frac{(a, t)}{2\pi}\right]$.

Тогда

$$\frac{\partial f}{\partial t} \approx \frac{\partial}{\partial a} \left\{ \left[\frac{K_{d0}}{2}a + \frac{K_{d1}}{8}a^3 \right] f(a, t) \right\} + \frac{S}{2\Omega^2} \frac{\partial^2 f(a, t)}{\partial a^2} - \frac{S}{4\Omega^2} \frac{\partial}{\partial a} \left[\frac{f(a, t)}{a} \right].$$

Очевидно, что если $K_{d1} > 0$, то распределение $f(a, t)$ будет стремиться к стационарному распределению $f(a)$. Имея в виду уравнения (9), стохастические характеристики угла δ_Σ можно определить как

$$\begin{aligned} D_{\delta_\Sigma} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty f(a) \left(\int_0^{2\pi} \cos \varphi d\varphi \right) a^2 da = \frac{1}{2} D_a = \\ &= \frac{1}{2} \int_0^\infty f(a) a^2 da = -\frac{2K_{d0}}{K_{d1}} \left[1 + \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sqrt{K_{d1}S}}{2\Omega K_{d0}} \exp\left\{-\frac{2\Omega^2 K_{d0}^2}{SK_{d1}}\right\}}{1 - \Phi\left[\frac{2\Omega K_{d0}}{\sqrt{K_{d1}S}}\right]} \right]; \\ f(|\delta_\Sigma| > \delta_{np}) &= \frac{2}{\pi} \int_{\delta_{np}}^\infty f(a) \arccos\left(\frac{\delta_{np}}{\delta_\Sigma}\right) da. \end{aligned}$$

Анализ правомерности принятия гипотезы о нормальном законе распределения для рассматриваемого достаточно общего случая, а также пределов ее применимости проводят, исходя из следующих соображений.

Используя в отношении (8) корреляционный метод расчета, получаем при введении обозначений: $\omega_\delta = \frac{d}{dt} \delta_\Sigma(t)$; $D_{\delta_\Sigma} = \tilde{\delta}_\Sigma^2$; $K_{\delta_\Sigma \omega_\delta} = \tilde{\delta}_\Sigma \omega_\delta$; $D_{\omega_\delta} = \omega_\delta^2$ – приближенные уравнения для определения изменений вторых моментов по времени (знак “ Σ ” опущен для упрощения записи):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} D_\delta &= 2K_{\delta\omega}; \\ \frac{d}{dt} K_{\delta\omega} &= D_\omega - \Omega^2 D_\delta - K_{d0} K_{\delta\omega} - K_{d1} \tilde{\delta}^3 \omega_\delta; \\ \frac{d}{dt} D_\omega &= -2\Omega^2 K_{\delta\omega} - 2K_{d0} D_\omega - 2K_{d1} \tilde{\delta}^2 \omega_\delta^2 + S. \end{aligned}$$

Отметим, что при $K_{\delta\omega} = 0$ дисперсия угла δ_Σ становится постоянной ($D_\delta = \text{const}$), а его численное значение будет определяться из условия (при $\tilde{\delta}^2 \omega_\delta^2 \approx D_\delta D_\omega$)

$$2D_\omega (K_{d0} + K_{d1} D_\delta) = S(\Omega),$$

где спектральная плотность выражается через дисперсию скорости ветра, масштаб турбулентности, круговую (временную) частоту и скорость движения снаряда.

При $S \rightarrow 0$ наблюдается режим свободных автоколебаний, при котором распределение амплитуды превращается в соответствующую δ -функцию $\left(\sigma_{\bar{w}} \rightarrow \frac{V(1+L^2\Omega^2)}{\Omega^2\sqrt{L(1+3L^2\Omega^2)}}\right)$ и закон распределения случайного значения угла δ_{Σ} не может считаться отвечающим гауссову распределению. Во всех остальных случаях предположение о нормальном законе распределения рассматриваемых случайных величин не противоречит их физической сущности.

Структура контура вторичной обработки. Изложенное ранее позволяет сделать вывод о целесообразности построения алгоритма вторичной обработки траекторных измерений при корректировке стрельбы РСЗО в виде показанной на рисунке двухконтурной динамической системы [9] “оценивание–идентификация” с использованием комбинации детерминированных и стохастических моделей.

Поскольку случайные атмосферные возмущения (прежде всего параметры турбулизации, порывы ветра, плотность и температура) не поддаются прямым измерениям, то их воспроизводят с помощью формирующих фильтров, либо эквивалентных, аналитически полученных соотношений. Условие эквивалентности определяется условием равенства (близости) соответствующих спектральных плотностей.

Поскольку и эти плотности точно не известны, вектор–функция $\bar{b}(t)$, варьируемая в диапазоне предельных границ ее изменения, рассматривается как одна из функций, определяющих вторичное управление идентификационным алгоритмом

$$\frac{d}{dt}\bar{b}(t) = \bar{\mu}(\bar{b}, \bar{\pi}; t),$$

где $\bar{\pi}(t)$ — известный (в общем случае частично идентифицируемый) вектор параметров (характеристик) снаряда.

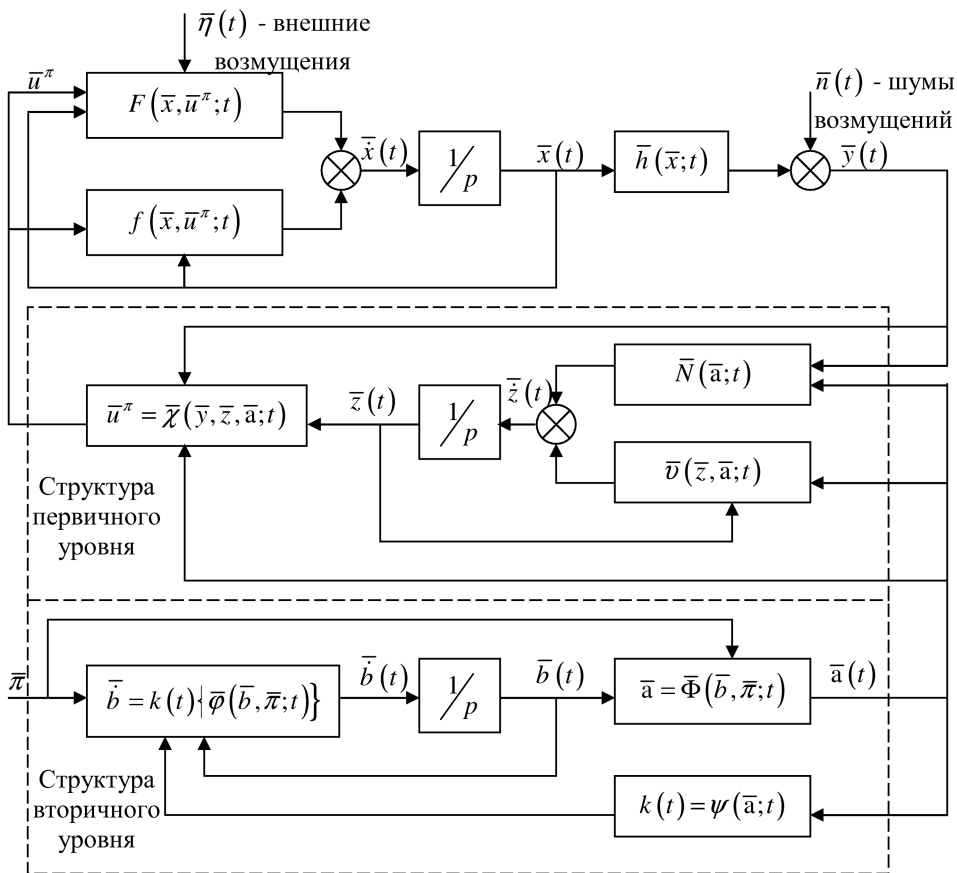
В случае если вектор $\bar{\pi}(t)$ полностью либо частично идентифицируемый, он становится еще одним аргументом вторичного управления

$$\bar{a}(t) = \bar{\Phi}(\bar{b}, \bar{\pi}; t).$$

Таким образом, вторичное управление представляет собой управление настройкой идентификационного алгоритма в части учета условий априори не устранимой неопределенности параметров внешней среды в заданной структуре ММД.

Вектор $\bar{z}(t)$ структуры первичного уровня контура вторичной обработки, который описывается дифференциальным уравнением

$$\frac{d}{dt}\bar{z}(t) = \bar{v}(\bar{z}, \bar{a}; t) + N(\bar{a}; t)\bar{y}(t),$$



Структурно-математическая блок-схема контура вторичной обработки траекторных измерений при корректировке стрельбы

содержащим фиксируемую информацию о векторе измерений $\bar{y}(t)$ и включающим в себя вектор вторичного управления $\bar{a}(t)$, образуется динамической системой, также имеющей заданную структуру, косвенно зависящую от параметрического управления $\bar{u}^\pi(t)$, определяемого реализуемым режимом работы алгоритма (“нормальный” или “режим воспроизведения”):

$$\bar{u}^\pi(t) = \bar{\chi}(\bar{y}, \bar{z}, \bar{a}; t).$$

При этом уравнения состояния и наблюдения в общем случае имеют вид соотношений (1) и (2)

В качестве стандартного рекуррентного алгоритма оценивания используется обобщенный фильтр Калмана с ковариационными матрицами

$$\begin{bmatrix} R_{\bar{x}} & R_{\bar{x}\bar{b}} \\ R_{\bar{b}\bar{x}} & R_{\bar{b}} \end{bmatrix} = M \left\{ \begin{bmatrix} \Delta\bar{x} \\ \Delta\bar{b} \end{bmatrix} [\Delta\bar{x}^T \ \Delta\bar{b}^T] \right\},$$

где $\Delta\bar{x} = \hat{\bar{x}} - \bar{x}$; $\Delta\bar{b} = \hat{\bar{b}} - \bar{b}$ — ошибки оценивания, для расчета

которых требуется решение матричных дифференциальных уравнений типа Риккати.

В силу нелинейности уравнений (1) и (2) возникает необходимость линеаризации функций, входящих в уравнения состояния, и измерений относительно параметров номинального движения $\bar{x}_H(t)$ либо относительно оценки $\hat{x}(t)$, полученной в предшествующий момент времени. Последний подход, сводящийся к последовательной линеаризации функций $\bar{f}(\bar{x}_p, \bar{u}^\pi, \bar{b}; t)$ и $\bar{h}(\bar{x}, \bar{u}^\pi; t)$, является предпочтительным:

$$\frac{d}{dt} \hat{x}(t) = \bar{f}(\hat{x}, \hat{b}) + \left(R_{\bar{x}} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \hat{x}} + R_{\bar{x}\bar{b}} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \hat{b}} + G_{\bar{n}\bar{x}} \right) Q_{\bar{n}}^{-1} \left[\bar{y}(t) - \bar{h}(\hat{x}, \hat{b}) \right]; \quad (10)$$

$$\frac{d}{dt} \hat{b}(t) = \left(R_{\bar{x}\bar{b}}^T \frac{\partial \bar{h}}{\partial \hat{x}} + R_{\bar{b}} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \hat{b}} \right) Q_{\bar{n}}^{-1} \left[\bar{y}(t) - \bar{h}(\hat{x}, \hat{b}) \right]. \quad (11)$$

Здесь в целях упрощения записи используется условная форма представления непрерывного обобщенного фильтра, легко трансформируемая для представления дискретного фильтра в структуре рабочего алгоритма.

Существенным недостатком практической реализации описанного общего подхода является необходимость расчета большого числа частных производных, входящих в уравнения (10) и (11) (число которых при проведении множественных измерений и высокой размерности ММД может составлять тысячи, даже десятки тысяч значений), а также необходимость проведения сопутствующих операций, выполняемых над матрицами большого размера.

Выбор альтернативных вариантов построения алгоритма. Критерии практической применимости алгоритмов вторичной обработки траекторных измерений при корректировке стрельбы РСЗО должны в той или иной степени ориентироваться на показатель надежности, определяющий гарантированное нахождение корректур, приводящих к отысканию попадающей траектории, и показатель быстродействия, определяющий время реализации каждого вычислительного цикла, заканчивающегося расчетом параметрического управления. Последнее требование при боевой работе является жизненно важным. В качестве ориентира укажем, что оценочное время решения задачи выработки корректур на основе алгоритма, описанного в работе [2], для 152-миллиметровой самоходной гаубицы 2С19, осколочно-фугасного снаряда ОФ45 и дальнобойного заряда составляет при возможностях существующей ЭВМ типа “Багет” около одной секунды.

Это позволяет еще до падения снаряда проводить расчет корректур прицельных устройств и переходить к стрельбе на поражение.

Применительно к стрельбе снарядами РСЗО, траектория которых имеет как активный, так и пассивный участки, очевидно, что получить приемлемое решение за время такого же порядка невозможно.

Речь идет об увеличении времени (снижении быстродействия) как минимум на порядок. Естественно, при этом в каждом конкретном случае возникает вопрос о допустимости такого снижения быстродействия. Если оно допустимо, то предложенный для АУТ алгоритм может быть рекомендован к распространению и на пассивный участок. В противном случае возможны варианты, связанные с выбором альтернативных вычислительных схем. Все они базируются на редуцировании (понижении порядка) ММД, на пассивном участке траектории. Для такого рода редуцированных моделей по начальным условиям, соответствующим концу АУТ, производится расчетный прогноз координат точки падения. Далее по результатам траекторных измерений пассивного участка на $(k - 1)$ -м такте осуществляется определение оцениваемых переменных компонент вектора \tilde{z}_{k-1} , а также корреляционной матрицы ошибок оценивания P_{k-1} .

По результатам $(k - 1)$ -го измерения прогнозируется поступающее на вход блока экстраполяции значение $\hat{x} = f(\hat{z}_{k-1})$, отвечающее принятой к реализации ММД с математическим ожиданием \tilde{x}_{k-1} и корреляционной матрицей $P_{k-1} = T^T N^{-1} T$, где T — матрица дифференциальных операторов, а N^{-1} — для равнооточных измерений диагональная матрица с единичными значениями σ_i ($i = 1 \dots k$), стоящими на главной диагонали (σ_i — СКО измерения соответствующего параметра).

Вводя время экстраполяции τ , вектора оцениваемых параметров, определяем $\tilde{x}_{k\tau} = F \hat{x}_{k-1}$, где F — оператор экстраполяции, $P_{k\tau} = \Phi P_{k-1}$, причем в общем случае операторы F и Φ не совпадают.

В упрощенном варианте

$$P_k = P_{k\tau} - P_{k\tau} H^T (H P_{k\tau} H^T + Q^{-1})^{-1} H P_{k\tau},$$

где H — оператор соответствия между оцениваемыми и измеряемыми параметрами движения; Q — матрица весовых коэффициентов текущих измерений.

Если ввести в рассмотрение вектор коэффициентов сглаживания

$$\Theta_k = P_k H^T Q,$$

то вектор оцениваемых параметров на момент текущего измерения (k -го) может быть приближенно представлен в виде

$$\hat{x}_k = \tilde{x}_{k\tau} + \Theta_k (\bar{y}_n - H \hat{x}_{k\tau}).$$

Непосредственно для определения неизвестных ошибок наведения установки используется стандартная система линейных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial X_j}{\partial \varepsilon} \Delta \varepsilon + \frac{\partial X_j}{\partial V_0} \widehat{\Delta V_0} + \frac{\partial X_j}{\partial C} \widehat{\Delta C} + \frac{\partial X_j}{\partial W_x} \widehat{\Delta W_x} &= \Delta X_j; \\ \frac{\partial Z_j}{\partial A} \Delta A + \frac{\partial Z_j}{\partial W_z} \widehat{\Delta W_z} &= \Delta Z_j, \end{aligned} \quad (12)$$

либо в зависимости от используемого алгоритма идентификации системы уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial X_j}{\partial \varepsilon} \Delta \varepsilon + \frac{\partial X_j}{\partial V_0} \widehat{\Delta V_0} + \frac{\partial X_j}{\partial C} \widehat{\Delta C} + \frac{\partial X_j}{\partial \alpha} \widehat{\Delta \alpha_\Sigma} + \frac{\partial X_j}{\partial \dot{\alpha}} \widehat{\Delta \dot{\alpha}_\Sigma} &= \Delta X_j; \\ \frac{\partial Z_j}{\partial A} \Delta A + \frac{\partial Z_j}{\partial \beta} \widehat{\Delta \beta} + \frac{\partial Z_j}{\partial \dot{\beta}} \widehat{\Delta \dot{\beta}} &= \Delta Z_j. \end{aligned} \quad (13)$$

В уравнениях (12) и (13) через C обозначен баллистический коэффициент. При j , принимаемом бóльшим, чем минимально необходимое значение, требуемое для решения соответствующей системы, уравнения (12) и (13) становятся избыточными.

Целесообразный уровень избыточности определяется в результате поиска компромиса между допустимым снижением быстродействия алгоритма и целесообразным увеличением точности решения вследствие обработки избыточной информации.

Итогом решения соответствующих систем является определение $\Delta \varepsilon$ и ΔA и, следовательно, \bar{u}_π для каждого из пристрелочных выстрелов (пусков).

Вывод. Приведенные результаты представляют собой попытку дальнейшего совершенствования и обобщения теоретических положений известного подхода, связанного с использованием траекторных измерений при корректировке стрельбы средствами ракетно-артиллерийского вооружения.

Показаны пути распространения их в случае корректировки стрельбы РСЗО по ненаблюдаемым одиночным целям. Доведенные до конкретного алгоритмического обеспечения, полученные результаты могут служить основой для нахождения оценок при принятии решений об эффективности применения возможных вариантов использования специального математического обеспечения систем высокоточного управления огнем средств ракетно-артиллерийского вооружения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гуров С. В. Реактивные системы залпового огня. Обзор / Под ред. Н.А. Макаровца. – Т.: Пересвет, 2006, – 432 с.
2. Монченко Н. М., Бояринцев А. А.. Новый комбинированный метод обработки траекторных измерений при корректировке стрельбы артиллерии по ненаблюдаемым целям // Изв. РАН. – 2004. – Вып. 1(38) С. 30–36.
3. Баллистика ствольных систем / Под ред. Л.Н. Лысенко и А.М. Липанова. – М.: Машиностроение, 2006. – 461 с.
4. Дмитриевский А. А., Лысенко Л. Н. Внешняя баллистика. – М.: Машиностроение, 2005. – 608 с.
5. Лысенко Л. Н., Нгуен Хай Минь. Стохастический подход к разработке специального математического обеспечения автоматизированных систем высокоточного управления огнем средств ракетно-артиллерийского вооружения // Изв. РАН. – 2007. – Вып. 4(54). – С. 78–89.

6. Лысенко Л. Н., Надер Альхаф М. Модифицированный фильтр Калмана для оценивания движения боеприпасов в условиях прогнозируемого возникновения явления параметрического резонанса // Изв. РАН. – 2004. – Вып. 1(38). С. 13–21.
7. Нгуен Хай Минь. Влияние ветрового воздействия на динамику движения корректируемых боеприпасов // Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана. Сер. “Машиностроение”. В печати.
8. Шалыгин А. С., Палагин Ю. И. Прикладные методы статистического моделирования. – Л.: Машиностроение, 1986, – 320 с.
9. Дмитриевский А. А., Лысенко Л. Н. Прикладные задачи теории оптимального управления движением беспилотных летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1978. – 328 с.

Статья поступила в редакцию 25.09.2007

Лев Николаевич Лысенко родился в 1939 г., окончил в 1963 г. МВТУ им. Н.Э.Баумана. Д-р тех. наук, профессор кафедры “Баллистика и аэродинамика” МГТУ им. Н.Э.Баумана. Заслуженный деятель науки и техники РФ, заслуженный изобретатель России. Академик, руководитель отделения и член Президиума Российской Академии ракетных и артиллерийских наук. Автор более 300 научных работ и изобретений в области баллистики, динамики полета и управления движением ракет и космических аппаратов.

L.N. Lysenko (b. 1939) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1963. D. Sc. (Eng.), professor of "Ballistics and Aerodynamics" department of the Bauman Moscow State Technical University. Honored Worker for Science and Technology of the Russian Federation, Honored Inventor of Russia. Academician, chief of department and member of Presidium of the Russian Academy of Rocket and Artillery Sciences. Author of more than 300 publications and inventions in the field of ballistics, flight dynamics and motion control of rockets and spacecrafts.



Нгуен Хай Минь родился в 1975 г., окончил в 1998 г. Государственный технический университет им. Ле Куй Дона (Ханой, СРВ). Аспирант кафедры “Баллистика и аэродинамика” МГТУ им. Н.Э.Баумана. Специализируется в области прикладной внешней баллистики и статистической динамики полета.

Nguyen Hai Minh (b. 1975) graduated from the State Technical University n. a. Le Qui Don (Hanoi, Socialist Republic of Vietnam) in 1998. Post-graduate of “Ballistics and Aerodynamics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Specializes in the field of applied external ballistics and statistical flight dynamics.

