

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ БЕЗЛОПАТОЧНОГО ДИФFUЗОРА ЦЕНТРОБЕЖНОГО КОМПРЕССОРА НА ОСНОВЕ CFD-РАСЧЕТОВ****О.А. Соловьёва<sup>1</sup>**

solovyeva.oa@yandex.ru

**А.А. Дроздов<sup>1</sup>**

a\_drozdi@mail.ru

**Е.Ю. Попова<sup>1</sup>**

e.popova@list.ru

**К.В. Солдатова<sup>2</sup>**

buck02@list.ru

<sup>1</sup> СПбПУ, Санкт-Петербург, Российская Федерация<sup>2</sup> Мельбурнский политехнический институт, Мельбурн, Австралия**Аннотация**

При проектировании центробежных компрессоров применяются приближенные инженерные методики, основанные на математическом моделировании. Одной из таких методик является хорошо зарекомендовавшая себя в практическом применении методика универсального моделирования. В последней версии модели компрессора для расчета параметров потока в безлопаточных диффузорах применена математическая модель на основе обобщения серии CFD-расчетов. Модель диффузора идентифицирована по результатам экспериментальных исследований среднерасходных модельных ступеней, проведенных в СПбПУ. Модель также применена для расчетов малорасходных центробежных компрессорных ступеней фирмы «Кларк» с узкими диффузорами с относительной шириной в диапазоне 0,5...2,0 %. Для таких ступеней разработанная математическая модель показала недостаточную эффективность, поскольку размеры диффузоров выходят за границы ее применимости. Для решения поставленной задачи рассчитана серия безлопаточных диффузоров с относительной шириной в диапазоне 0,6...1,2 % в программном комплексе ANSYS CFX. По результатам CFD-расчетов построены газодинамические характеристики коэффициентов потерь и изменения угла потока в зависимости от угла потока на входе в безлопаточный диффузор. Для обработки расчетных данных применен метод регрессионного анализа, с помощью которого разработана система алгебраических уравнений, связывающая геометрические, газодинамические параметры и критерии подобия. Полученные уравне-

**Ключевые слова**

*Центробежный компрессор, безлопаточный диффузор, математическая модель, коэффициент потерь*

ния внесены в новую математическую модель метода универсального моделирования для расчета параметров потока безлопаточных диффузоров. Сопоставление рассчитанных газодинамических характеристик по новой модели с экспериментальными данными показало среднюю погрешность моделирования расчетного (максимального) КПД, равную 1,08 %

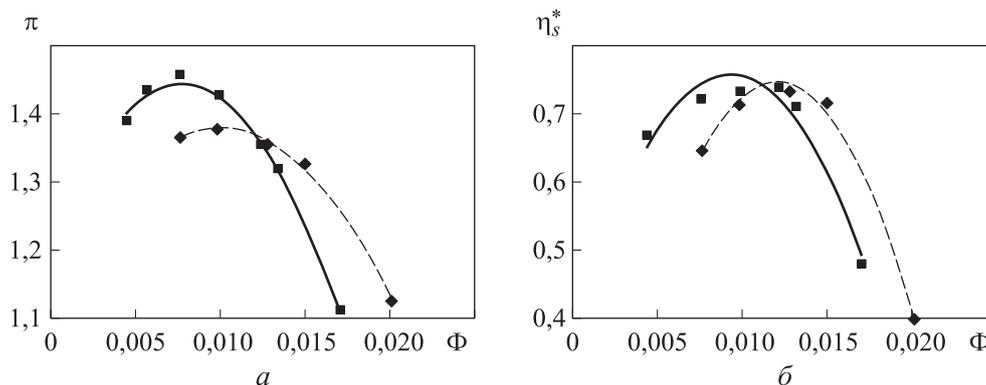
Поступила 28.05.2020

Принята 28.06.2020

© Автор(ы), 2021

*Исследование выполнено при поддержке гранта Президента Российской Федерации для молодых кандидатов наук МК-1893.2020.8. Расчеты проведены с использованием суперкомпьютерного центра «Политехнический» СПбПУ*

**Введение.** Для расчета и проектирования центробежных компрессоров и их элементов широко применяются CFD-расчеты [1–4], однако важной является проблема верификации расчетных данных. Результаты во многом зависят от объекта исследования, применяемых программных пакетов, выбранных граничных условий и т. д. Некоторые зарубежные авторы указывают на хорошее совпадение расчетных и экспериментальных значений [5–8]. Во многих случаях авторы либо не ссылаются на методику постановки расчетов, либо применяют программы собственной разработки. Другие авторы указывают на ряд нерешенных проблем с верификацией CFD-расчетов. В основном проблемы связаны с расчетом рабочих колес центробежных компрессоров. Расчеты по различным CFD-программам завышают на 7...12 % коэффициент теоретического напора в зависимости от типа рабочего колеса (РК) и смещают рассчитанные газодинамические характеристики КПД в сторону больших расходов (рис. 1 и 2). Опыт авто-



**Рис. 1.** Зависимости степени повышения давления  $\pi$  (а) и изоэнтальпийного КПД  $\eta_s^*$  (б) от коэффициента расхода  $\Phi$  (штриховая кривая — расчетные значения, сплошная — экспериментальные значения) [9]

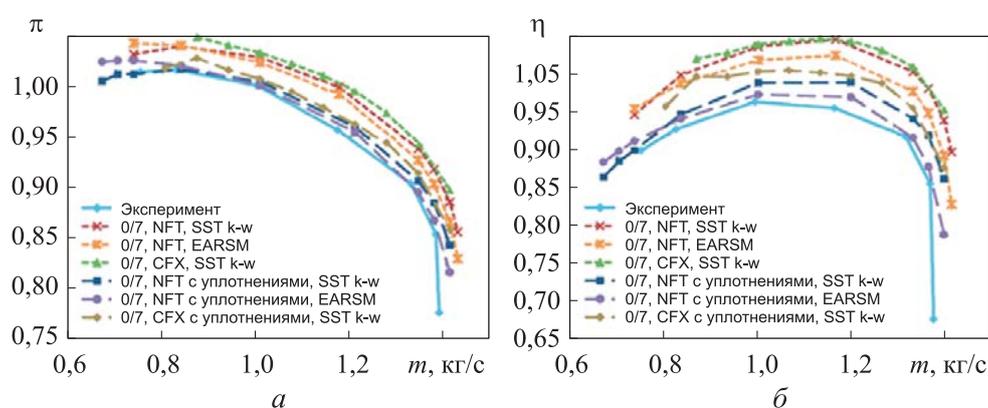


Рис. 2. Зависимость эксплуатационных характеристик  $\pi$  (а) и  $\eta$  (б) ступени с безлопаточным диффузором (БЛД) от массового расхода  $m$  [10]

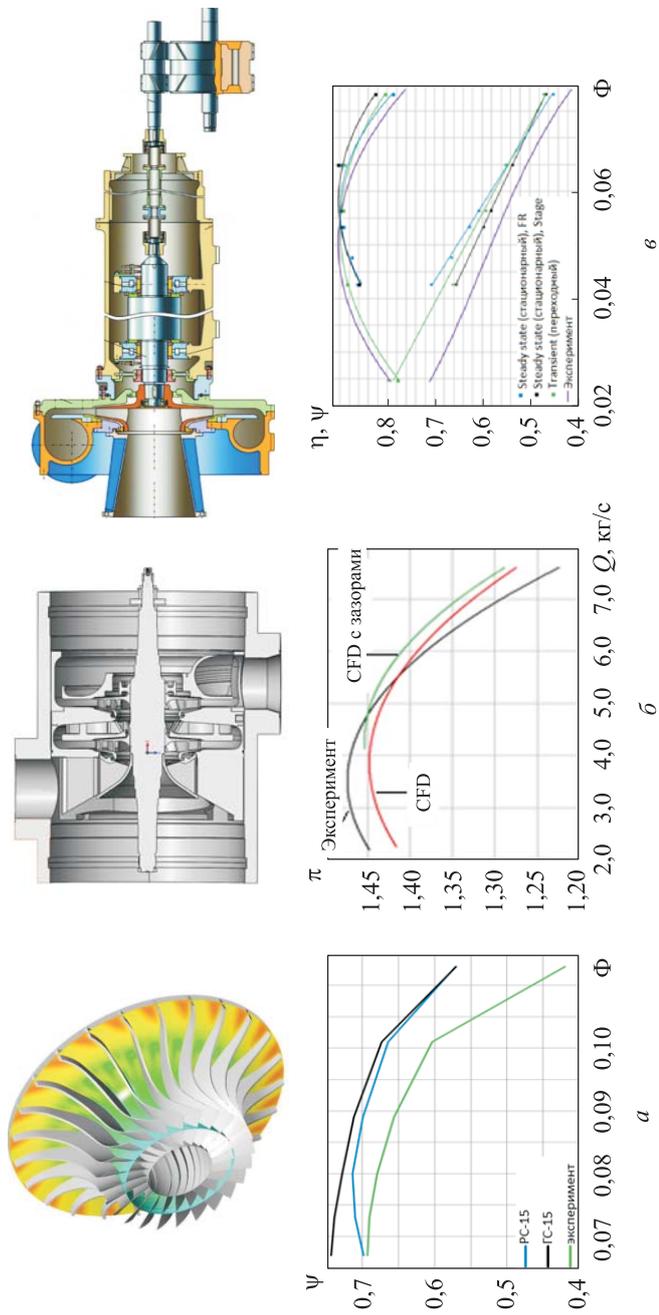
ров подтверждает наличие таких проблем [11–14]. Решение проблемы завышения рассчитанного коэффициента теоретического напора также приведет к совпадению диапазонов рассчитанных и измеренных характеристик КПД. Результаты моделирования трех различных объектов приведены на рис. 3.

Опыт НИЛ «Газовая динамика турбомашин» СПбПУ по применению CFD-расчетов к моделированию неподвижных элементов центробежных ступеней показывает хорошие результаты [15, 16]. При выполнении газодинамических проектов центробежных компрессоров и сменных проточных частей в интересах промышленных партнеров практическое применение получили CFD-расчеты, в частности, оптимизирована форма БЛД и поворотного колена.

Основываясь на этом, в рамках диссертационного исследования [17] разработана новая математическая модель БЛД.

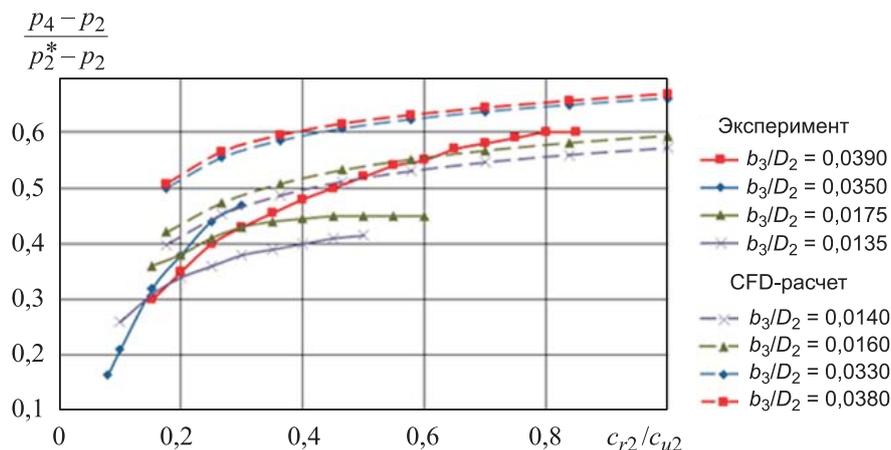
**Математическая модель БЛД, основанная на обобщении вычислительного эксперимента для БЛД с относительной шириной  $b_3 / D_2 = 0,014$ – $0,100$  (модель № 1).** На первом этапе выполнены исследования по методике постановки, проведения и обработки результатов CFD-расчетов БЛД [16]. Даны рекомендации по выбору густоты расчетной сетки и модели турбулентности.

Прежде чем проводить виртуальные аэродинамические испытания серии БЛД, необходимо удостовериться, что картина течения, рассчитанная с помощью CFD-программы, соответствует физическому смыслу, а интегральные характеристики совпадают с экспериментальными характеристиками с требуемой точностью. Для этого выполнено сопостав-



**Рис. 3.** Осередиальное РК и характеристики коэффициента политропного напора [14] (а); двухступенчатый компрессор линейного газоперекачивающего агрегата (16 МВт) и характеристики отношения давлений [13] (б); одноступенчатый компрессор линейного ГПА (32 МВт) и характеристики модели (1 : 2) [12] (в)

ление результатов вычислительного эксперимента с известными экспериментальными данными. Характеристики БЛД, рассчитанные в программе ANSYS CFX, и экспериментальные, испытанные совместно с РК [18], приведены на рис. 4.



**Рис. 4.** Зависимость экспериментальных и расчетных коэффициентов восстановления давления в БЛД от параметра  $c_{r2}/c_{u2}$  при разных значениях относительной ширины диффузора  $b_3/D_2$  (сплошные кривые — эксперимент; штриховые — CFD-расчет)

Для сравнения выбраны БЛД с относительной шириной  $b_3/D_2 = 0,014, 0,016, 0,033$  и  $0,038$ , радиальной протяженностью  $D_4/D_2 = 1,6$  и числом Маха  $Mc_2 = 0,75$ .

При экспериментальном и расчетном исследованиях повышается коэффициент давления при увеличении отношения  $c_{r2}/c_{u2} = \text{tg } \alpha_2$ , т. е. диффузор работает все менее эффективно по мере приближения направления потока к тангенциальному. Здесь  $c_{r2}$  — радиальная составляющая скорости на выходе из РК;  $c_{u2}$  — окружная составляющая абсолютной скорости на выходе из РК;  $\alpha_2$  — угол потока между абсолютной скоростью и окружным направлением на выходе из РК. Результаты, которые соответствуют малому значению  $c_{r2}/c_{u2}$ , получены при вращающемся срыве, соответственно, эти результаты менее надежны [18]. Как следствие, при малом значении отношения  $c_{r2}/c_{u2}$  разность экспериментальной  $b_3/D_2 = 0,039$  и расчетной  $b_3/D_2 = 0,038$  характеристиками велика.

Разность характеристик, рассчитанных с помощью программы ANSYS CFX, и экспериментальных характеристик объясняется тем, что приведенные в работе [18] экспериментальные данные относятся к ступеням, где в БЛД происходят потери смешения, вызванные возникнове-

нием «следа» в РК. Неравномерная структура потока на выходе из РК также увеличивает потери в БЛД. В расчете изолированного БЛД отрицательное влияние РК отсутствует.

Сопоставление с положениями теории показало закономерность протекания газодинамических процессов, а с известными экспериментами — хорошее совпадение по структуре потока. Это позволило сделать выводы о достоверности данных, получаемых в результате расчета, и обоснованности замены физического эксперимента при исследовании БЛД на вычислительный.

Проведены расчеты течения и газодинамических характеристик БЛД с относительной шириной  $b_3 / D_2 = 0,014-0,100$ , радиальной длиной  $D_4 / D_2$  до 2, в диапазоне углов потока на входе  $\alpha_2 = 10...90^\circ$  [16, 17]. Критерии подобия менялись в пределах: скоростной коэффициент  $\lambda_{c_2} = 0,23-0,82$ , число Рейнольдса  $Re_{b_2} = 53\ 000-1\ 030\ 000$ .

Аппроксимация результатов вычислительного эксперимента выполнена с помощью программы Excel методом регрессионного анализа. Для расчета параметров потока на выходе из БЛД необходимо знать два любых коэффициента из пяти — КПД, коэффициент потерь, отношение скоростей, коэффициент восстановления и угол потока на выходе. В качестве объектов моделирования выбраны коэффициент потерь и угол потока на выходе из БЛД:

$$\zeta, \alpha_4 = f(b_3 / D_2, D_4 / D_2, \alpha_2, \lambda_{c_2}, Re_{b_2}, \bar{k}_{ш}), \quad (1)$$

где  $\bar{k}_{ш}$  — относительная шероховатость.

Моделирование коэффициента потерь выполнено в три этапа — сначала аппроксимирована зависимость  $\zeta = f(b_3 / D_2, \alpha_2, \lambda_{c_2})$ , затем введены поправочные коэффициенты, учитывающие влияние длины БЛД, критерия Рейнольдса и относительной шероховатости. Поправка на влияние критерия Рейнольдса учитывает шероховатость поверхности, если поверхность не гидравлически гладкая.

Общая структура формулы следующая:

$$\zeta = \frac{A\alpha_2^b K_{D_4}}{K_{Re, k_{ш}}}. \quad (2)$$

Здесь

$$A = c(b_3 / D_2)^2 + d(b_3 / D_2) + e; \quad c = 2312,7\lambda_{c_2}^2 - 2234,9\lambda_{c_2} + 830,63;$$

$$d = -207,36\lambda_{c_2}^2 + 266,98\lambda_{c_2} - 88,333; \quad e = 6,4922\lambda_{c_2}^2 - 6,9342\lambda_{c_2} + 3,5363;$$

$$b = f(b_3 / D_2)^2 + g(b_3 / D_2) + h; \quad f = -124,32 \lambda_{c_2}^2 + 186,87 \lambda_{c_2} - 17,242;$$

$$g = 19,241 \lambda_{c_2}^2 - 29,915 \lambda_{c_2} - 3,3289; \quad h = -0,6906 \lambda_{c_2}^2 + 0,6577 \lambda_{c_2} - 0,527.$$

Для определения поправки на длину БЛД используется довольно сложная система аппроксимирующих формул:

$$K_{D_4} = j(D_4 / D_2)^2 + k(D_4 / D_2) + l, \quad (3)$$

где

$$j = m(b_3 / D_2)^2 + n(b_3 / D_2) + p;$$

$$m = 3455,2 \lambda_{c_2}^2 - 3513,1 \lambda_{c_2} + 669,16;$$

$$n = -443,08 \lambda_{c_2}^2 + 427,91 \lambda_{c_2} - 74,406; \quad p = 8,756 \lambda_{c_2}^2 - 8,6285 \lambda_{c_2} + 0,5291;$$

$$k = r(b_3 / D_2)^2 + s(b_3 / D_2) + t; \quad r = -12860 \lambda_{c_2}^2 + 13344 \lambda_{c_2} - 2726,1;$$

$$s = 1633,8 \lambda_{c_2}^2 - 1613,6 \lambda_{c_2} + 306,13; \quad t = -31,076 \lambda_{c_2}^2 + 31,02 \lambda_{c_2} - 1,7055;$$

$$l = u(b_3 / D_2)^2 + v(b_3 / D_2) + w; \quad u = 11401 \lambda_{c_2}^2 - 11984 \lambda_{c_2} + 2574,4;$$

$$v = -1439,3 \lambda_{c_2}^2 + 1440,6 \lambda_{c_2} - 290,69; \quad w = 26,521 \lambda_{c_2}^2 - 26,682 \lambda_{c_2} + 2,2384.$$

Поправка на влияние критерия Рейнольдса (относительной шероховатости) определена по аналогии с коэффициентом силы сопротивления пластинки, но с учетом специфики постановки вычислительного эксперимента:

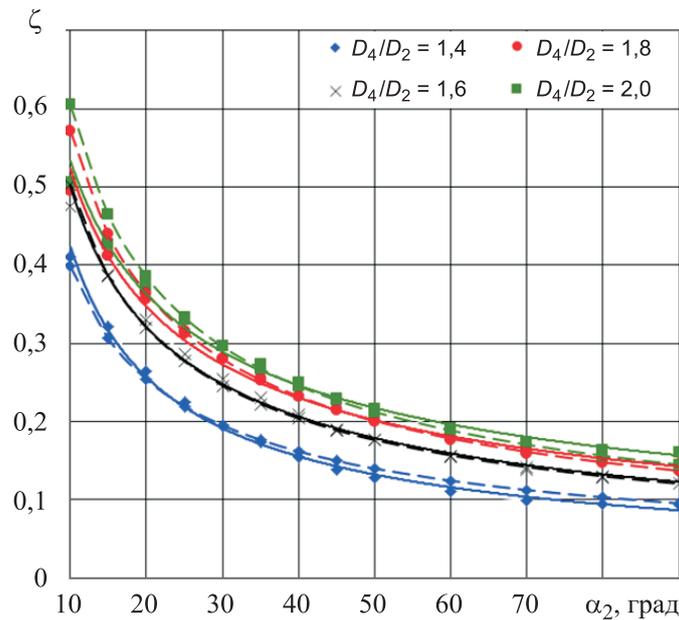
$$K_{Re} = \frac{\lambda_{расч}}{\lambda_{мм}} = \frac{0,0032 + \frac{0,221}{(8,73 \cdot 10^6 b_3 / D_2)^{0,237}}}{0,0032 + (0,221 / Re_b^{0,237})} \quad (4)$$

— для гидравлически гладкой поверхности;

$$K_{ш} = \frac{\lambda_{расч}}{\lambda_{мм}} = \left( 0,0032 + \frac{0,221}{(8,73 \cdot 10^6 b_3 / D_2)^{0,237}} \right) \left( 2 \lg \frac{2}{k_{ш}} + 1,74 \right)^2 \quad (5)$$

— для шероховатой поверхности.

При расчетах применяется та формула, при которой коэффициент потерь больше. Система уравнений обеспечивает достоверность аппроксимации  $R^2 = 98,6$  %. Зависимость на рис. 5 дает представление о точности моделирования.



**Рис. 5.** Зависимость расчетных (сплошные) и аппроксимирующих (штриховые) значений коэффициентов потерь  $\zeta$  БЛД от угла потока  $\alpha_2$  на входе в БЛД при  $b_3 / D_2 = 0,014$ ,  $D_4 / D_2 = 1,4-2,0$ ,  $\lambda_{c_2} = 0,82$

Аппроксимация для расчета угла выхода потока из БЛД выполнена тем же методом, что и для коэффициента потерь — методом регрессионного анализа. Расчетные данные аппроксимированы степенным многочленом следующего вида:

$$\alpha_4 = \alpha_2 + a\alpha_2^2 + b\alpha_2 + c, \tag{6}$$

где

$$a = d\lambda_{c_2} + e; \quad d = 0,0013 \ln(b_3 / D_2) + 0,01; \quad e = -0,0021; \quad b = f\lambda_{c_2} + g;$$

$$f = -0,13 \ln(b_3 / D_2) - 0,9844; \quad g = 0,0563 \ln(b_3 / D_2) + 0,3345; \quad c = h\lambda_{c_2} + i;$$

$$h = 2,208 \ln(b_3 / D_2) + 9,7999; \quad i = -5,137 \ln(b_3 / D_2) - 13,136.$$

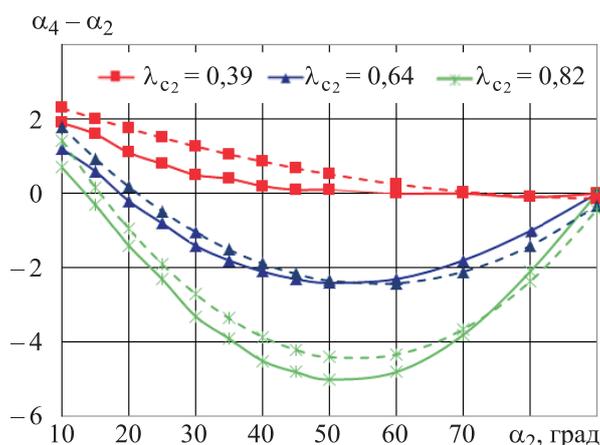
Точность аппроксимации показана на рис. 6.

В математической модели отсутствуют эмпирические коэффициенты, которые необходимо идентифицировать. Кроме того, поскольку диффузор рассчитывается целиком, а не 20 его частей, как в предыдущих версиях модели, то увеличивается скорость расчетов.

Предложенные формулы реализованы с применением газодинамической функции плотности тока [17]. В результате получено уравнение, со-

держашее одну неизвестную — коэффициент скорости  $\lambda_{c4}$  на выходе из БЛД:

$$\lambda_{c4} = \lambda_{c2} \frac{\left(1 - \left(\frac{k-1}{k+1}\right) \lambda_{c4}^2\right)^{(k-1)/k}}{\bar{D}_4 \frac{\sin \alpha_4}{\sin \alpha_2} \left[ \frac{1 - \left(\frac{k-1}{k+1}\right) \lambda_{c2}^2}{1 - \left(\frac{k-1}{k+1}\right) \lambda_{c4}^2} \right]^{((k-1)/k) \zeta \left(1 - (\lambda_{c4}/\lambda_{c2})^2\right)}}. \quad (7)$$

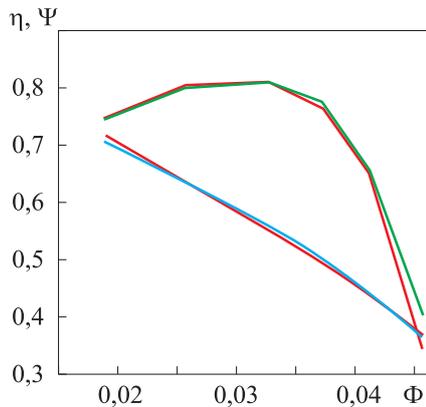


**Рис. 6.** Зависимость расчетных (сплошные) и аппроксимирующих (штриховые) значений изменений угла потока в БЛД  $\alpha_4 - \alpha_2$  от угла потока  $\alpha_2$  на входе в БЛД при  $b_3 / D_2 = 0,057$ ,  $D_4 / D_2 = 1,6$

Уравнение решается подбором, дальнейшие расчеты выполняются по известным уравнениям термогазодинамики.

Разработанная математическая модель применена в 8-й версии метода универсального моделирования. Сопоставление рассчитанных по 8-й версии математической модели и измеренных газодинамических характеристик проведено для модельных ступеней семейства 20 СЕ с БЛД. Основные параметры проектирования модельных ступеней следующие: условный коэффициент расхода на расчетном режиме  $\Phi_{расч} = 0,028-0,080$ , коэффициент теоретического напора  $\psi_{т.расч} = 0,40-0,67$ , относительный диаметр втулки  $\bar{D}_{вт} = 0,250-0,373$ ;  $b_3 / D_2 = 0,030-0,061$ ;  $\bar{D}_4 = 1,42-1,60$ ;  $M_u = 0,6-0,8$ ;  $Re_u = 5,9 \cdot 10^6 - 8,0 \cdot 10^6$ .

Сопоставление показало среднюю погрешность моделирования расчетного (максимального) КПД, равную 0,977 %, и среднюю погрешность по пяти точкам (за исключением точки наибольшего расхода) — 1,27 % (рис. 7).



**Рис. 7.** Сопоставление расчетных и экспериментальных данных для ступени 0028-056-0373 при  $\Phi_{\text{расч}} = 0,028$ ;  $\psi_{\text{т.расч}} = 0,56$ ;  $\bar{D}_{\text{вт}} = 0,373$ ;  $b_3 / D_2 = 0,033$ ;  $\bar{D}_4 = 1,45$ ;  $M_u = 0,60$ ;  $Re_u = 4,8 \cdot 10^6$ ; кривые красного цвета — расчет; голубого — коэффициент внутреннего напора  $\psi_{\text{вн}}$  (эксперимент); зеленого — КПД  $\eta$  (эксперимент)

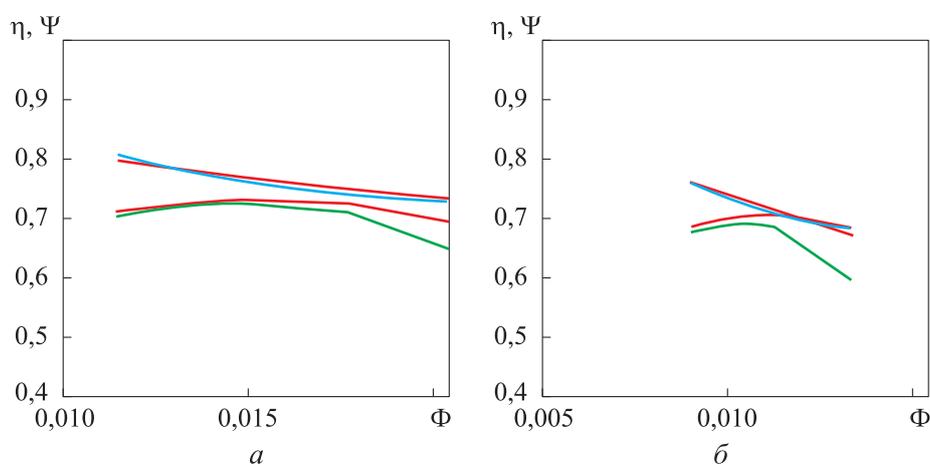
**Применение модели для ступеней фирмы «Кларк».** Вторым объектом оценки применимости и эффективности разработанной модели БЛД являлось спроектированное в 1950-е годы семейство малорасходных модельных ступеней фирмы «Кларк» со следующими параметрами:

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{расч}} &= 0,007-0,024; \psi_{\text{т.расч}} = 0,60-0,69; \bar{D}_{\text{вт}} = 0,3214-0,3375; \\ b_2 / D_2 &= 0,0094-0,0476; b_3 / D_2 = 0,005-0,019; \bar{D}_4 = 1,33-1,40; \\ M_u &= 0,366-0,843; Re_u = 4,8 \cdot 10^6-1,1 \cdot 10^7. \end{aligned}$$

При сравнении расчетных и экспериментальных данных выявлены средняя погрешность моделирования расчетного (максимального) КПД, равная 1,15 %, средняя погрешность по пяти точкам (за исключением точки наибольшего расхода) — 1,87 %. Пример сравнения рассчитанных и экспериментальных газодинамических характеристик приведен на рис. 8.

Для малорасходных ступеней наблюдается тенденция к завышению рассчитанного КПД по сравнению с измеренным. Одна из причин этого — недооценка значения коэффициента потерь БЛД. Рассмотренные ступени имеют БЛД с относительной шириной  $b_3 / D_2 = 0,005-0,019$ , что для большинства ступеней выходит за границу ширины БЛД, участвующих в виртуальных продувках и создании математической модели БЛД. Это показывает, что некорректно экстраполировать ранее полученные расчетные данные на более узкие БЛД. Поэтому возникла необходимость доработки уже существующей математической модели путем включения в выборку для аппроксимации узких БЛД.

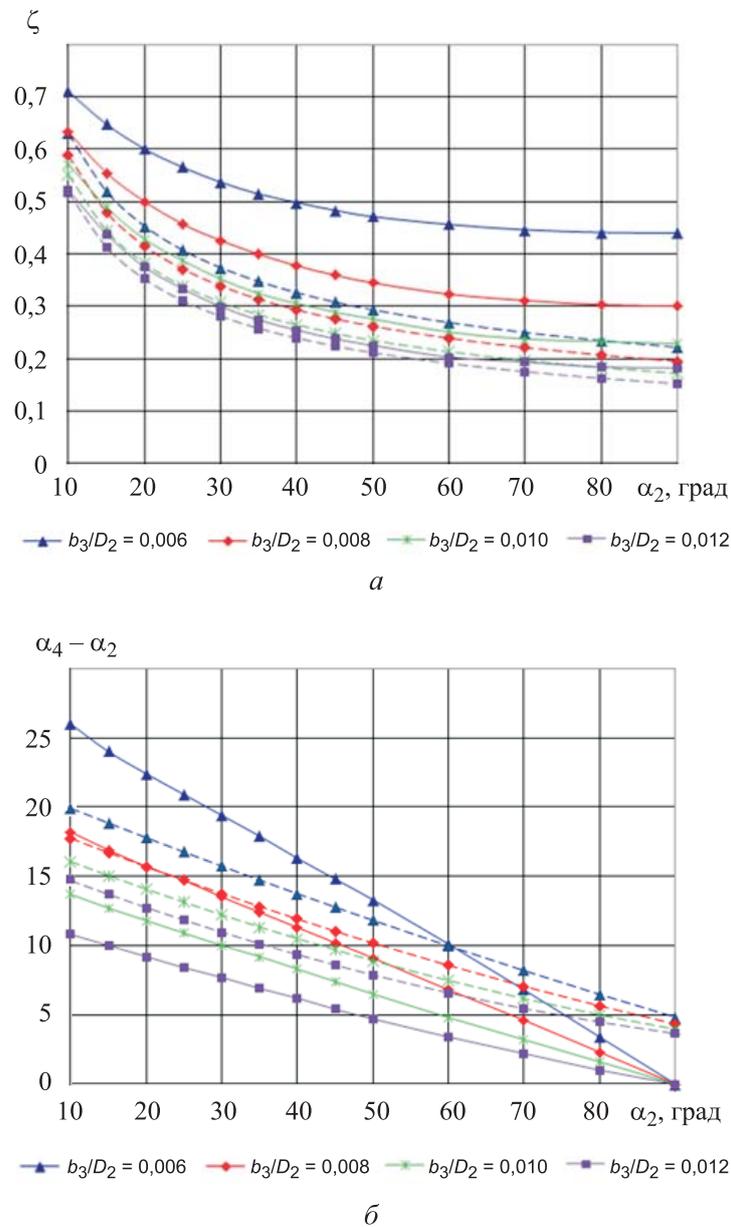
Это предположение потребовало проверки. Причиной различия расчетных и экспериментальных данных может быть недооценка влияния потерь в других элементах проточной части. Так, в малорасходных ступенях потери трения (вследствие того, что каналы узкие и длинные) оказывают большее влияние на снижение КПД, чем потери смешения.



**Рис. 8.** Расчетные (кривые красного цвета) и экспериментальные характеристики ( $\psi$ ,  $\eta$ ) для ступени XXX3-Q с параметрами  $\Phi_{\text{расч}} = 0,0203$ ;  $\psi_{\text{т.расч}} = 0,69$ ;  $\bar{D}_{\text{вт}} = 0,337$ ;  $b_3 / D_2 = 0,01$ ;  $\bar{D}_4 = 1,4$ ;  $M_u = 0,785$ ;  $Re_u = 9,8 \cdot 10^6$  (а); для ступени XXX3-T с параметрами  $\Phi_{\text{расч}} = 0,013$ ;  $\psi_{\text{т.расч}} = 0,62$ ;  $\bar{D}_{\text{вт}} = 0,337$ ;  $b_3 / D_2 = 0,008$ ;  $\bar{D}_4 = 1,4$ ;  $M_u = 0,803$ ;  $Re_u = 10 \cdot 10^6$  (б):  
кривые синего цвета — коэффициент внутреннего напора  $\Psi_{\text{вн}}$  (эксперимент), зеленого — КПД (эксперимент)

Поскольку для модельных ступеней фирмы «Кларк» нет поэлементных характеристик, то проверить сделанные выводы можно только с помощью CFD-расчетов. Для этого рассчитаны четыре диффузора с относительной шириной, соответствующей применяемой в ступенях фирмы «Кларк»,  $b_3 / D_2 = 0,006, 0,008, 0,010$  и  $0,012$ . Постановка расчетов соответствует ранее выработанным рекомендациям. Для этих объектов рассчитаны характеристики коэффициента потерь и изменения угла потока в БЛД. Они были сопоставлены с расчетом по формулам (2)–(7) (рис. 9).

В рассчитанном диапазоне узких диффузоров ширина уменьшается в 2 раза, при этом коэффициент потерь возрастает в 1,5 раза, КПД уменьшается в 1,6 раза. Для сравнения в рассчитанной ранее серии диффузоров ширина уменьшалась в 7,15 раза, а коэффициент потерь увеличивался в 2,6 раза. Это показывает, что для узких диффузоров ширина оказывает большее влияние на значение коэффициента потерь. Если применять для узких БЛД предложенную ранее математическую модель, то для диффузора с относительной шириной  $b_2 / D_2 = 0,006$  модель уменьшает в 1,13–2 раза коэффициент потерь, а выходной угол потока — в 1,24–0,95 раза для входных углов потока 10 и 90°.



**Рис. 9.** Зависимости коэффициента потерь  $\zeta$  (а) и изменения угла потока в БЛД  $\alpha_4 - \alpha_2$  (б) от угла потока  $\alpha_2$  на входе в БЛД при  $\bar{D}_4 = 1,60$  и  $\lambda_{c_2} = 0,64$  (штриховая кривая — аппроксимация, сплошная — расчет)

**Объекты.** Для повышения точности моделирования малорасходных ступеней проведены дополнительные расчеты узких БЛД в программе ANSYS CFX. Рассчитаны характеристики диффузоров с относительной шириной  $b_3/D_2 = 0,006, 0,008, 0,010$  и  $0,012$  и радиальной протяженно-

стью  $D_4 / D_2 = 1,6-2,0$  в диапазоне скоростных коэффициентов  $\lambda_{c_2} = 0,39-0,82$  и соответствующих им чисел Рейнольдса  $Re_{b_2} = 36\,800-73\,600$ . Расчеты проведены при углах потока на входе в БЛД  $\alpha_2 = 10...90^\circ$ .

**Результаты. Математическая модель БЛД, основанная на обобщении вычислительного эксперимента для БЛД с  $b_3 / D_2 = 0,006-0,100$  (модель № 2).** В общем виде аппроксимирующая зависимость для коэффициента потерь  $\zeta = f(b_3 / D_2, D_4 / D_2, \alpha_2, \lambda_{c_2}, Re, \bar{k}_{ш})$  представляется в том же виде, что и для модели № 1, однако система аппроксимирующих формул имеет совершенно иную структуру и коэффициенты. На первом этапе выполнена аппроксимация влияния  $b_3 / D_2, \alpha_2, \lambda_{c_2}$  при фиксированном значении относительной длины диффузора  $D_4 / D_2 = 1,6$ :

$$\zeta = \frac{A\alpha_2^B K_{D_4}}{K_{Re, k_{ш}}}, \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} A &= c(b_3 / D_2)^4 + d(b_3 / D_2)^3 + e(b_3 / D_2)^2 + h(b_3 / D_2) + i; \\ c &= 111\,633\lambda_{c_2}^2 - 208\,134\lambda_{c_2} - 184\,432; \quad d = 64\,704\lambda_{c_2}^2 - 61\,330\lambda_{c_2} + 71\,806; \\ e &= -10\,988\lambda_{c_2}^2 + 12\,468\lambda_{c_2} - 7\,411,4; \quad h = 465,59\lambda_{c_2}^2 - 499,03\lambda_{c_2} + 245,24; \\ i &= -1,7437\lambda_{c_2}^2 + 2,468\lambda_{c_2} - 0,17; \quad B = f \ln(b_3 / D_2) + g; \\ f &= 0,0796\lambda_{c_2}^2 - 0,194\lambda_{c_2} - 0,2775; \quad g = -0,7042\lambda_{c_2} - 1,6742. \end{aligned}$$

Математическая модель коэффициента потерь обеспечивает достоверность аппроксимации  $R^2 = 0,992$ .

Поправки на влияние критерия Рейнольдса (относительной шероховатости и относительной длины диффузора) сделаны по аналогии с моделью № 1, формулы (3)–(5).

Аппроксимация для расчета угла выхода потока из БЛД выполнена отдельно для трех диапазонов БЛД:

1) с относительной шириной  $0,006 \leq b_3 / D_2 \leq 0,014$ ,

$$\alpha_4 = \alpha_2 + A\alpha_2^2 + B\alpha_2 + C, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} A &= d\lambda_{c_2} + e; \quad d = 0,0032 \ln(b_3 / D_2) + 0,0181; \\ e &= -0,0843(b_3 / D_2) - 0,0009; \\ B &= f\lambda_{c_2} + g; \quad f = -0,38 \ln(b_3 / D_2) - 2,0338; \end{aligned}$$

$$g = 0,3593 \ln(b_3 / D_2) + 1,6092;$$

$$C = h \lambda_{c_2} + i; \quad h = 6,34 \ln(b_3 / D_2) + 26,837;$$

$$i = -24,15 \ln(b_3 / D_2) - 92,495;$$

2) с относительной шириной  $0,014 < b_3 / D_2 \leq 0,033$ ,

$$\alpha_4 = \alpha_2 + A \alpha_2^2 + B \alpha_2 + C, \quad (10)$$

где

$$A = d \lambda_{c_2} + e; \quad d = 0,0017 \ln(b_3 / D_2) + 0,0118; \quad e = -0,00216;$$

$$B = f \lambda_{c_2} + g; \quad f = -0,154 \ln(b_3 / D_2) - 1,0865;$$

$$g = 0,0781 \ln(b_3 / D_2) + 0,4277; \quad C = h \lambda_{c_2} + i;$$

$$h = 2,4989 \ln(b_3 / D_2) + 11,152; \quad i = -7,686 \ln(b_3 / D_2) - 23,309;$$

3) с относительной шириной  $0,033 < b_3 / D_2 \leq 0,100$ ,

$$\alpha_4 = \alpha_2 + A \alpha_2^2 + B \alpha_2 + C, \quad (11)$$

где

$$A = d \lambda_{c_2} + e; \quad d = -0,1202 (b_3 / D_2)^2 + 0,0298 (b_3 / D_2) + 0,0051;$$

$$e = -0,00208; \quad B = f \lambda_{c_2} + g; \quad f = -0,092 \ln(b_3 / D_2) - 0,8779;$$

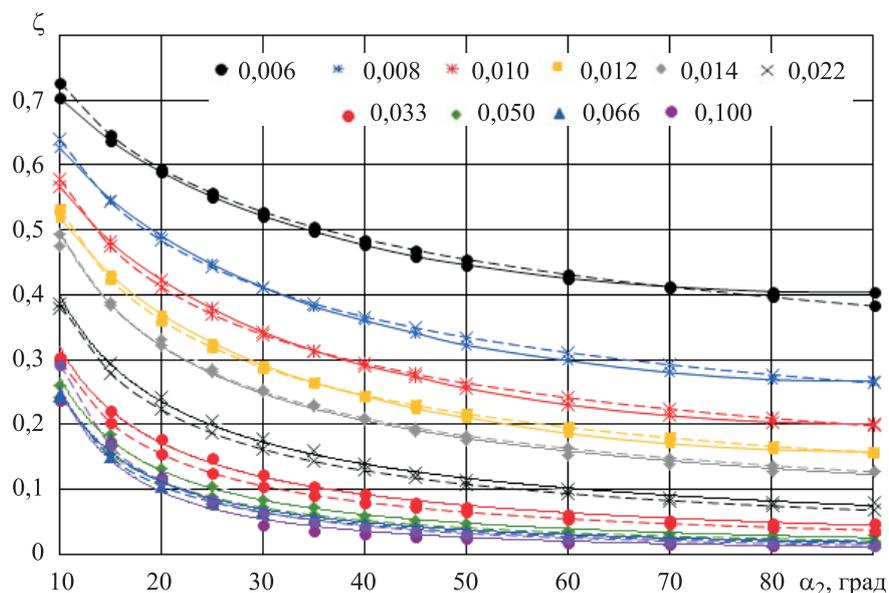
$$g = 0,6456 (b_3 / D_2) + 0,1315;$$

$$C = h \lambda_{c_2} + i; \quad h = 1,5779 \ln(b_3 / D_2) + 8; \quad i = -3,167 \ln(b_3 / D_2) - 7,9747.$$

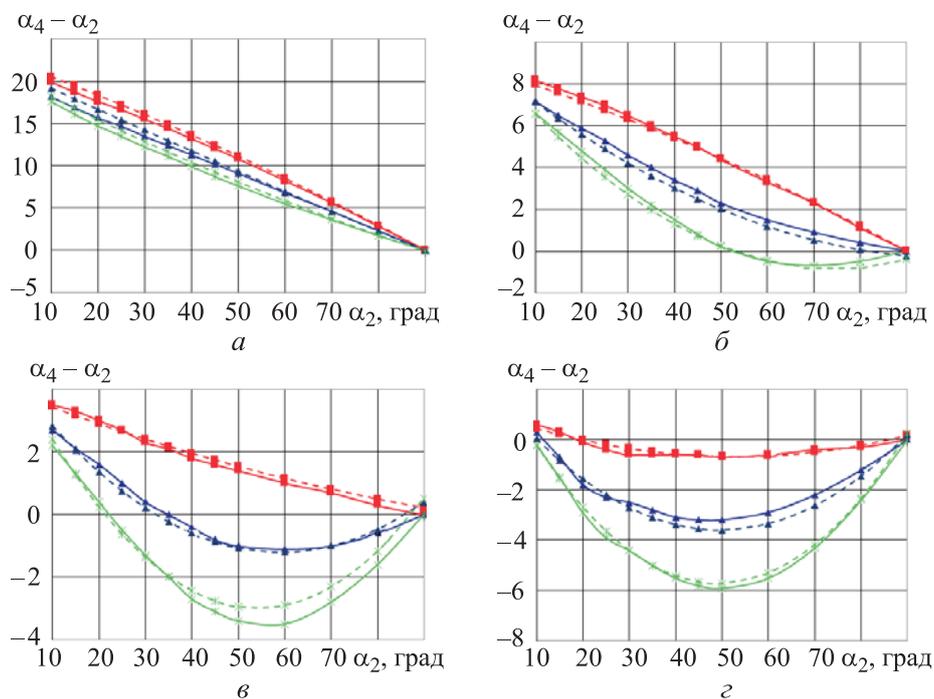
Математическая модель изменения угла в БЛД обеспечивает достоверность аппроксимации  $R^2 = 0,986$ . Графики на рис. 10 и 11 дают представление о точности моделирования.

**Обсуждение полученных результатов и сопоставление их с ранее известными. Применение модели № 2 в программах метода универсального моделирования.** Формулы (8)–(11) внесены в математическую модель метода универсального моделирования. Поскольку предложенная модель БЛД как по формулам (2)–(6), так и по формулам (8)–(11) не предполагает наличия эмпирических коэффициентов, то идентификации не потребовалось. Выполнено сравнение расчетных и экспериментальных газодинамических характеристик для модельных ступеней 20СЕ и модельных ступеней фирмы «Кларк».

Для модельных ступеней 20СЕ средняя погрешность моделирования расчетного (максимального) КПД составила 0,51 %, средняя погрешность по пяти точкам (за исключением точки наибольшего расхода) равна 1 %.



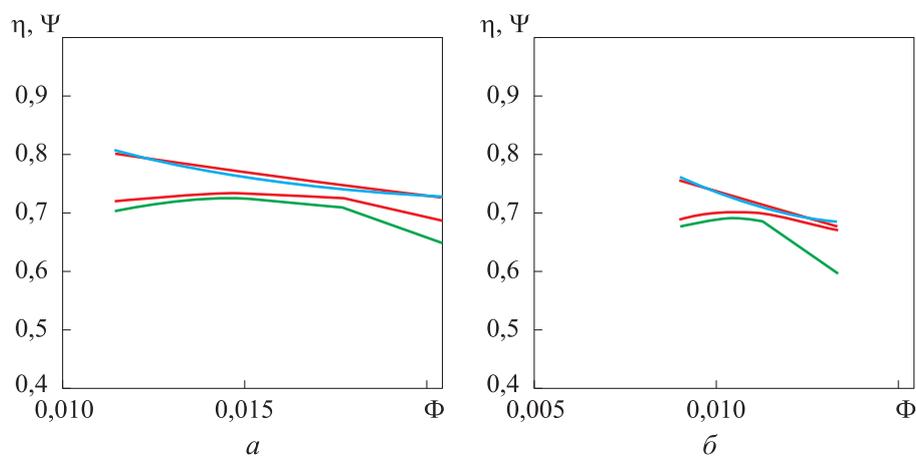
**Рис. 10.** Зависимость коэффициента потерь  $\zeta$  БЛД от угла потока  $\alpha_2$  на входе в БЛД при  $D_4/D_2 = 1,6$ ,  $\lambda_{c_2} = 0,39$  (сплошные кривые — расчет, штриховые — аппроксимация)



**Рис. 11.** Зависимость изменения угла потока в БЛД  $\alpha_4 - \alpha_2$  от угла потока  $\alpha_2$  на входе в БЛД с относительной шириной  $b_3/D_2 = 0,008$  (а),  $0,016$  (б),  $0,033$  (в) и  $0,1$  (г) при  $\lambda_{c_2} = 0,39$  (—■—),  $0,64$  (—▲—),  $0,82$  (—\*—);  $D_4/D_2 = 1,6$  (сплошные кривые — расчет, штриховые — аппроксимация)

Для модельных ступеней фирмы «Кларк» средняя погрешность моделирования расчетного (максимального) КПД составила 1,08 %, средняя погрешность по пяти точкам (за исключением точки наибольшего расхода) — 1,31 %.

На рис. 12 приведено сопоставление расчетных и экспериментальных газодинамических характеристик тех же модельных ступеней фирмы «Кларк», которые были представлены на рис. 8. Заметно улучшение точности моделирования газодинамических характеристик малорасходных модельных ступеней.



**Рис. 12.** Сопоставление расчетных и экспериментальных характеристик ( $\psi, \eta$ ) для ступени XXX3-Q с параметрами  $\Phi_{\text{расч}} = 0,0203$ ;  $\psi_{\text{т.расч}} = 0,69$ ;  $\bar{D}_{\text{вт}} = 0,337$ ;  $b_3 / D_2 = 0,01$ ;  $\bar{D}_4 = 1,40$ ;  $M_u = 0,785$ ;  $Re_u = 9,8 \cdot 10^6$  (а); для ступени XXX3-T с параметрами  $\Phi_{\text{расч}} = 0,013$ ;  $\psi_{\text{т.расч}} = 0,62$ ;  $\bar{D}_{\text{вт}} = 0,337$ ;  $b_3 / D_2 = 0,008$ ;  $\bar{D}_4 = 1,40$ ;  $M_u = 0,803$ ;  $Re_u = 10 \cdot 10^6$  (б)

Результаты показали незначительное (порядка 0,27 %) уменьшение погрешности расчета характеристик модельных ступеней 20СЕ и значительное (порядка 0,56 %) уменьшение погрешности расчета модельных ступеней фирмы «Кларк». Это подтверждает правильность проведенного анализа и эффективность разработанных аппроксимирующих зависимостей.

**Заключение.** Приведенная в работе [17] математическая модель параметров потока в БЛД с относительной шириной  $b_3 / D_2 = 0,014-0,100$  применена для расчета среднерасходных модельных ступеней семейства 20СЕ (с относительной шириной БЛД  $b_3 / D_2 = 0,030-0,061$ ) и малорасходных модельных ступеней фирмы «Кларк» (с относительной шириной БЛД  $b_3 / D_2 = 0,005-0,019$ ). Опыт применения показал хорошую точность совпадения расчетных и экспериментальных газодинамических характери-

стик среднерасходных модельных ступеней и завышение КПД для малорасходных ступеней. Сравнение результатов CFD-расчетов узких БЛД с результатами расчетов по аппроксимирующим формулам подтвердило предположение о том, что причиной завышения КПД малорасходных ступеней является недостаточная точность моделирования коэффициента потерь и выходного угла потока в узких БЛД. Выполнена серия CFD-расчетов узких БЛД в диапазоне  $b_3 / D_2 = 0,006-0,012$ , проведена аппроксимация полученных характеристик коэффициента потерь и изменения угла потока. Созданная на основе новых аппроксимирующих формул математическая модель БЛД позволила повысить на 13 % точность моделирования КПД малорасходных ступеней для режима с максимальным КПД и на 30 % для характеристики в целом, не потеряв при этом в точности моделирования среднерасходных ступеней.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Startsev A., Fokin Yu., Steshakov Eu. CFD design and analysis of a compact single-spool compressor for a heavy transport helicopter's powerplant. *29th ICAS Cong.*, 2014. URL: [http://www.icas.org/icas\\_archive/icas2014/data/papers/2014\\_0928\\_paper.pdf](http://www.icas.org/icas_archive/icas2014/data/papers/2014_0928_paper.pdf) (дата обращения 25.06.2018).
- [2] Xu C., Chen W.J. Computational analysis on a compressor blade. *Int. Conf. Jets, Wakes Separated Flow*. Toba-shi, Mie, Japan, 2005.
- [3] Kosprdova J., Oldřich J. The development of centrifugal turbo compressor stage using CFD. *20th Int. Conf. Hydraulics and Pneumatics*, 2008. URL: <https://ru.scribd.com/document/45780046/000000194-f> (дата обращения: 25.06.2018).
- [4] Puzyrewski R., Galerkin Y.B., Flaszynski P. Direct and inverse numerical calculation for the tested centrifugal impeller. *XL Int. Tagung Forschung Praxis und Didaktik im Modernen Maschinenbau*. Germany, 2001, pp. 41–48.
- [5] Mosdzien M., Enneking M., Hehn A., et al. Influence of blade geometry on secondary flow development in a transonic centrifugal compressor. *J. Glob. Power Propuls. Soc.*, 2018, vol. 2, no. 1, pp. 429–441. DOI: <https://doi.org/10.22261/JGPPS.I1RSJ3>
- [6] Sorokes J.M., Hutchinson B.R. The practical application of CFD in the design of industrial centrifugal compressors. *Challenges and Goals in Pipeline Compressors*, 2000, PID, vol. 5, pp. 47–54.
- [7] Sorokes J.M., Nye D.A., D'Orsi N., et al. Sidestream optimization through the use of computational fluid dynamics and model testing. *Proc. 29th Turbomachinery Symp.* Texas, A&M, 2000, pp. 21–29.
- [8] Guidotti E. Towards centrifugal compressor stages virtual testing. Ph. D. Thes. Università degli Studi di Bologna, 2014.

- [9] Kryłłowicz W., Świder P., Kozanecki Z., et al. Technical and aerodynamical aspects of a high pressure synthesis gas turbocompressor modernization. *12th Europ. Conf. on Turbomachinery Fluid Dynamics and Thermodynamics*, 2017.  
URL: <https://www.euroturbo.eu/paper/ETC2017-171.pdf> (дата обращения: 25.06.2018).
- [10] Matas R., Syka T., Lunacek O. Numerical and experimental modelling of the centrifugal compressor stage—setting the model of impellers with 2D blades. *EPJ Web Conf.*, 2017, vol. 143, art. 02073. DOI: <https://doi.org/10.1051/epjconf/201714302073>
- [11] Galerkin Y., Voinov I., Drozdov A. Comparison of CFD-calculations of centrifugal compressor stages by NUMECA Fine/Turbo and ANSYS CFX programs. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sc. Eng.*, 2017, vol. 232, art. 012044.  
DOI: <https://doi.org/10.1088/1757-899X/232/1/012044>
- [12] Borovkov A.I., Voinov I.B., Nikitin M.A., et al. Experience of performance modeling the single-stage pipeline centrifugal compressor. *AIP Conf. Proc.*, 2019, vol. 2141, no. 1, art. 030051. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.5122101>
- [13] Borovkov A.I., Voinov I.B., Galerkin Yu.B., et al. Experimental characteristic simulation for two-stage pipeline centrifugal compressor. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sc. Eng.*, 2019, vol. 604, art. 012052. DOI: <https://doi.org/10.1088/1757-899X/604/1/012052>
- [14] Боровков А.И., Воинов И.Б., Галеркин Ю.Б. и др. Вопросы моделирования газодинамических характеристик на примере модельной ступени центробежного компрессора. *Научно-технические ведомости СПбПУ. Естественные и инженерные науки*, 2018, т. 24, № 2, с. 44–57. DOI: <https://doi.org/10.18721/JEST.240204>
- [15] Маренина Л.Н. CFD-моделирование и анализ характеристик неподвижных элементов проточной части центробежной компрессорной ступени. *Компрессорная техника и пневматика*, 2016, № 3, с. 27–35.
- [16] Galerkin Y., Solovyeva O.A. Flow behavior and performances of centrifugal compressor stage vaneless diffusers. *Int. J. Mech. Aerosp. Ind. Mech. Manuf. Eng.*, 2015, vol. 9, no. 1, pp. 128–133.
- [17] Соловьёва О.А. Математическая модель для расчета газодинамических характеристик и оптимизации безлопаточных диффузоров центробежных компрессорных ступеней. Дис. ... канд. техн. наук. СПб., СПбПУ, 2018.
- [18] Cumpsty N.A. Compressor aerodynamics. Longman, 1989.

**Соловьёва Ольга Александровна** — канд. техн. наук, старший научный сотрудник лаборатории «Моделирование технологических процессов и проектирование энергетического оборудования» Центра НТИ «Новые производственные технологии» СПбПУ (Российская Федерация, 195251, Санкт-Петербург, Политехническая ул., д. 29).

**Дроздов Александр Александрович** — канд. техн. наук, старший научный сотрудник Лидирующего исследовательского центра «Цифровое проектирование и моделирование (Smart Design)» Центра НТИ «Новые производственные технологии» СПбПУ (Российская Федерация, 195251, Санкт-Петербург, Политехническая ул., д. 29).

**Попова Елена Юрьевна** — канд. техн. наук, специалист по учебно-методической работе учебной части СПбПУ (Российская Федерация, 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29).

**Солдатова Кристина Валерьевна** — д-р техн. наук, Департамент информационных технологий и безопасности Мельбурнского политехнического института (Локэд Баг 5, Прэстон Виктория 3072, Мельбурн, Австралия).

**Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:**

Соловьёва О.А., Дроздов А.А., Попова Е.Ю. и др. Математическая модель безлопаточного диффузора центробежного компрессора на основе CFD-расчетов. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2021, № 2 (137), с. 109–130.

DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3941-2021-2-109-130>

**CFD-MODEL OF VANELESS DIFFUSER  
OF CENTRIFUGAL COMPRESSOR**

**O.A. Solovyeva**<sup>1</sup>

**A.A. Drozdov**<sup>1</sup>

**E.Yu. Popova**<sup>1</sup>

**K.V. Soldatova**<sup>2</sup>

[solovyeva.oa@yandex.ru](mailto:solovyeva.oa@yandex.ru)

[a\\_drozdi@mail.ru](mailto:a_drozdi@mail.ru)

[e.popova@list.ru](mailto:e.popova@list.ru)

[buck02@list.ru](mailto:buck02@list.ru)

<sup>1</sup> **Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University,  
St. Petersburg, Russian Federation**

<sup>2</sup> **Melbourne Polytechnic, Melbourne, Australia**

---

**Abstract**

The centrifugal compressor design involves the use of approximate engineering techniques based on mathematical modeling. One of such techniques is the universal modeling method, which proves to be practically applicable. Having generalized a series of CFD calculations, we used a mathematical model in the latest version of the compressor model to calculate flow parameters in vaneless diffusers. The diffuser model was identified based on the results of experimental studies of average-flow model stages carried out at SPbPU. The model is also used to calculate Clark low-flow centrifugal compressor stages with narrow diffusers with a relative width in the range of 0.5–2.0 %. For these stages, the developed mathematical model showed insufficient efficiency, since the dimensions of the diffusers go beyond the limits of its applicability. To solve this problem, we calculated a series of vaneless diffusers with a relative width in the range of 0.6–1.2 % in the ANSYS CFX software package. Relying on the re-

**Keywords**

*Centrifugal compressor,  
vaneless diffuser, mathematical model, loss coefficient*

sults of CFD calculations, we plotted the gas dynamic characteristics of the loss coefficients and changes in the flow angle depending on the flow angle at the inlet to the vaneless diffuser. To process the calculated data, the method of regression analysis was applied, with the help of which a system of algebraic equations was developed that connects geometric, gas-dynamic parameters and similarity criteria. The obtained equations are included in a new mathematical model of the universal modeling method for calculating the flow parameters of vaneless diffusers. Comparison of the calculated gas-dynamic characteristics according to the new model with experimental data showed the average error of modeling the calculated (maximum) efficiency equal to 1.08 %

Received 28.05.2020

Accepted 29.06.2020

© Author(s), 2021

*The study was supported by the grant of the President of the Russian Federation for young candidates of sciences MK-1893.2020.8. The calculations were carried out using the supercomputer center "Polytechnic", SPbPU*

## REFERENCES

- [1] Startsev A., Fokin Yu., Steshakov Eu. CFD design and analysis of a compact single-spool compressor for a heavy transport helicopter's powerplant. *29th ICAS Cong.*, 2014. Available at: [http://www.icas.org/icas\\_archive/icas2014/data/papers/2014\\_0928\\_paper.pdf](http://www.icas.org/icas_archive/icas2014/data/papers/2014_0928_paper.pdf) (accessed: 25.06.2018)
- [2] Xu C., Chen W.J. Computational analysis on a compressor blade. *Int. Conf. Jets, Wakes Separated Flow*. Toba-shi, Mie, Japan, 2005.
- [3] Kosprdova J., Oldřich J. The development of centrifugal turbo compressor stage using CFD. *20th Int. Conf. Hydraulics and Pneumatics*, 2008. Available at: <https://ru.scribd.com/document/45780046/000000194-f> (accessed: 25.06.2018).
- [4] Puzyrewski R., Galerkin Y.B., Flaszynski P. Direct and inverse numerical calculation for the tested centrifugal impeller. *XL Int. Tagung Forschung Praxis und Didaktik im Modernen Maschinenbau*. Germany, 2001, pp. 41–48.
- [5] Mosdzien M., Enneking M., Hehn A., et al. Influence of blade geometry on secondary flow development in a transonic centrifugal compressor. *J. Glob. Power Propuls. Soc.*, 2018, vol. 2, no. 1, pp. 429–441. DOI: <https://doi.org/10.22261/JGPPS.I1RSJ3>
- [6] Sorokes J.M., Hutchinson B.R. The practical application of CFD in the design of industrial centrifugal compressors. *Challenges and Goals in Pipeline Compressors*, 2000, PID, vol. 5, pp. 47–54.
- [7] Sorokes J.M., Nye D.A., D'Orsi N., et al. Sidestream optimization through the use of computational fluid dynamics and model testing. *Proc. 29th Turbomachinery Symp.* Texas, A&M, 2000, pp. 21–29.

- [8] Guidotti E. Towards centrifugal compressor stages virtual testing. Ph. D. Thes. Università degli Studi di Bologna, 2014.
- [9] Kryłłowicz W., Świder P., Kozanecki Z., et al. Technical and aerodynamical aspects of a high pressure synthesis gas turbocompressor modernization. *12th Europ. Conf. on Turbomachinery Fluid Dynamics and Thermodynamics*, 2017. Available at: <https://www.euroturbo.eu/paper/ETC2017-171.pdf> (accessed: 25.06.2018).
- [10] Matas R., Syka T., Lunacek O. Numerical and experimental modelling of the centrifugal compressor stage—setting the model of impellers with 2D blades. *EPJ Web Conf.*, 2017, vol. 143, art. 02073. DOI: <https://doi.org/10.1051/epjconf/201714302073>
- [11] Galerkin Y., Voinov I., Drozdov A. Comparison of CFD-calculations of centrifugal compressor stages by NUMECA Fine/Turbo and ANSYS CFX programs. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sc. Eng.*, 2017, vol. 232, art. 012044. DOI: <https://doi.org/10.1088/1757-899X/232/1/012044>
- [12] Borovkov A.I., Voinov I.B., Nikitin M.A., et al. Experience of performance modeling the single-stage pipeline centrifugal compressor. *AIP Conf. Proc.*, 2019, vol. 2141, no. 1, art. 030051. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.5122101>
- [13] Borovkov A.I., Voinov I.B., Galerkin Yu.B., et al. Experimental characteristic simulation for two-stage pipeline centrifugal compressor. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sc. Eng.*, 2019, vol. 604, art. 012052. DOI: <https://doi.org/10.1088/1757-899X/604/1/012052>
- [14] Borovkov A.I., Voinov I.B., Galerkin Yu.B., et al. Issues of gas dynamic characteristics modeling on the example of the centrifugal compressor model stage. *Nauchno-tekhnicheskie vedomosti SPbPU. Estestvennye i inzhenernye nauki* [St. Petersburg Polytechnic University Journal of Engineering Science and Technology], 2018, vol. 24, no. 2, pp. 44–57 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.18721/JEST.240204>
- [15] Marenina L.N. CFD wind tunnel tests of centrifugal stage return channel vane cascades. *Kompressornaya tekhnika i pnevmatika* [Compressor Technology and Pneumatics], 2016, no. 3, pp. 27–35 (in Russ.).
- [16] Galerkin Y., Solovyeva O.A. Flow behavior and performances of centrifugal compressor stage vaneless diffusers. *Int. J. Mech. Aerosp. Ind. Mech. Manuf. Eng.*, 2015, vol. 9, no. 1, pp. 128–133.
- [17] Solov'yeva O.A. Matematicheskaya model' dlya rascheta gazodinamicheskikh kharakteristik i optimizatsii bezlopatochnykh diffuzorov tsentrobezhnykh kompressornykh stupeney. Dis. kand. tekhn. nauk [Mathematical computational model of gas-dynamic properties and optimization of vaneless diffuser in centrifugal compressor stages. Cand. Sc. (Eng.). Diss.]. St. Petersburg, SpbPU Publ., 2018 (in Russ.).
- [18] Cumpsty N.A. Compressor aerodynamics. Longman, 1989.

**Solovyeva O.A.** — Cand. Sc. (Eng.), Senior Research Fellow, Laboratory of Modeling of Technological Processes and Designing of Power Equipment, Center of the National Technological Initiative “New Production Technologies”, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (Politekhnikeskaya ul. 29, St. Petersburg, 195251 Russian Federation).

**Drozdov A.A.** — Cand. Sc. (Eng.), Senior Research Fellow, Leading Research Center of Digital Design and Modeling (Smart Design), Center of the National Technological Initiative “New Production Technologies”, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (Politekhnikeskaya ul. 29, St. Petersburg, 195251 Russian Federation).

**Popova E.Yu.** — Cand. Sc. (Eng.), Specialist in Educational and Methodological Work at Educational Unit, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (Polytekhnikeskaya ul. 29, St. Petersburg, 195251 Russian Federation).

**Soldatova K.V.** — Dr. Sc. (Eng.), Department of Information Technology and Security, Melbourne Polytechnic (Locked Bag 5 Preston Victoria, 3072 Melbourne, Australia).

**Please cite this article in English as:**

Solovyeva O.A., Drozdov A.A., Popova E.Yu., et al. CFD-model of vaneless diffuser of centrifugal compressor. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Mechanical Engineering*, 2021, no. 2 (137), pp. 109–130 (in Russ.).

DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3941-2021-2-109-130>

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана  
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, корп. 1  
[press@bmstu.ru](mailto:press@bmstu.ru) <https://bmstu.press>

---

Подписано в печать 10.06.2021

Формат 70×108/16

Усл.-печ. л. 11,4

Отпечатано в типографии МГТУ им. Н.Э. Баумана  
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, корп. 1  
[baumanprint@gmail.com](mailto:baumanprint@gmail.com)