УДК 621.735.3:621.983.31 DOI: 10.18698/0236-3941-2019-4-71-86

РАСЧЕТ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЗАГОТОВКИ ПРИ ВЫТЯЖКЕ С УТОНЕНИЕМ СТЕНКИ ЧЕРЕЗ МАТРИЦУ С МАЛЫМ УГЛОМ КОНУСНОСТИ

П.М. Винник sigure@rambler.ru
Е.Ю. Ремшев remshev@mail.ru
Е.В. Затеруха bgtu_e4@mail.ru
Д.С. Филин bgtu_e4@mail.ru

БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, Российская Федерация

Аннотация

Выполнен расчет напряженно-деформированного состояния заготовки при вытяжке с утонением стенки через матрицу с малым углом конусности. Технологический процесс гильзы обычно состоит из нескольких вытяжных операций, причем финишную вытяжку рекомендуется проводить с небольшой степенью деформации и применением матриц с небольшим углом конусности. Приведена схема вытяжки с утонением и выделением всех стадий деформирования, зафиксированных на диаграмме сила—путь инструмента. Выполнен расчет напряженно-деформированного состояния и степени деформации стенки заготовки на финишной вытяжке с утонением стенки через матрицу с малым углом конусности $\alpha \leq 4°$. Приведены уравнения равновесия для тороидальных координат, вычислены напряженно-деформированное состояние и степень деформации в случае осесимметричности задачи. При отказе от предположения считать деформированное состояние плоским, вычислены напряженно-деформированное состояние и степень деформации стенки изделия при вытяжке с утонением стенки через матрицу с малым углом конусности $\alpha = 2°\ldots4°$. Показано, что при малом угле конусности процесс вытяжки с утонением стенки на стадии, соответствующей формированию стенки полуфабриката, можно обоснованно считать монотонным

Ключевые слова

Вытяжка с утонением стенки, напряженно-деформированное состояние, степень деформации, матрица с малым углом конусности, монотонный процесс

Поступила 10.05.2018

В области обработки металлов давлением процессы глубокой вытяжки занимают значительное место. В патронно-гильзовом производстве одной из основных операций, формирующей требуемые размеры и механические характеристики корпуса гильзы, является вытяжка с утонением стенки. Технологический процесс обычно включает в себя несколько вытяжных операций, причем финишную (заключительную) вытяжку выполняют с небольшой степенью деформации, используя матрицы с небольшим углом конусности $\alpha = 2°\ldots4°$.

Схема вытяжки с утонением с выделением всех стадий деформирования, зафиксированных на диаграмме сила—путь инструмента, приведена на рис. 1 [1].

В работе [2] при ряде допущений (в том числе о плоском характере задачи) вычислено напряженно-деформированное состояние (НДС) стенки заготовки при вытяжке с утонением. Выражение для интенсивности скорости деформаций представляет собой произведение двух функций, зависящих только от одной переменной, и имеет сравнительно простой вид.

В том случае, если выражение для интенсивности скорости деформаций не имеет простого вида, построение аналитического решения системы уравнений равновесия является очень трудным.

Принятое в [2] предположение о плоском характере задачи является достаточно ограничительным для патронно-гильзового производства, поскольку отношение толщины стенки полуфабриката гильзы к его диаметру достаточно велико, поэтому нужно отнести гильзу к толстостенным заготовкам. Невозможно также применение полученного решения для расчета НДС и оценки степени деформации толстостенных заготовок при вытяжке с утонением. Заготовки для вытяжки с утонением разделяют на заготовки тонкостенные $\left(S_{i-1}/d_{i-1}\cdot 100 \le 5\right)$ и толстостенные $\left(S_{i-1}/d_{i-1}\cdot 100 > 5\right)$.

В настоящей работе выполнен расчет НДС и степени деформации стенки заготовки на финишной вытяжке с утонением стенки через матрицу с малым углом конусности $\alpha \le 4°$.

Анализ результатов экспериментальных исследований процессов вытяжки с утонением свидетельствует о значительной сложности определения НДС на стадии, соответствующей формированию стенки, что связано с трудностью применения известных методов делительной сетки и твердости при весьма малых размерах очага пластической деформации (ОПД) [3].

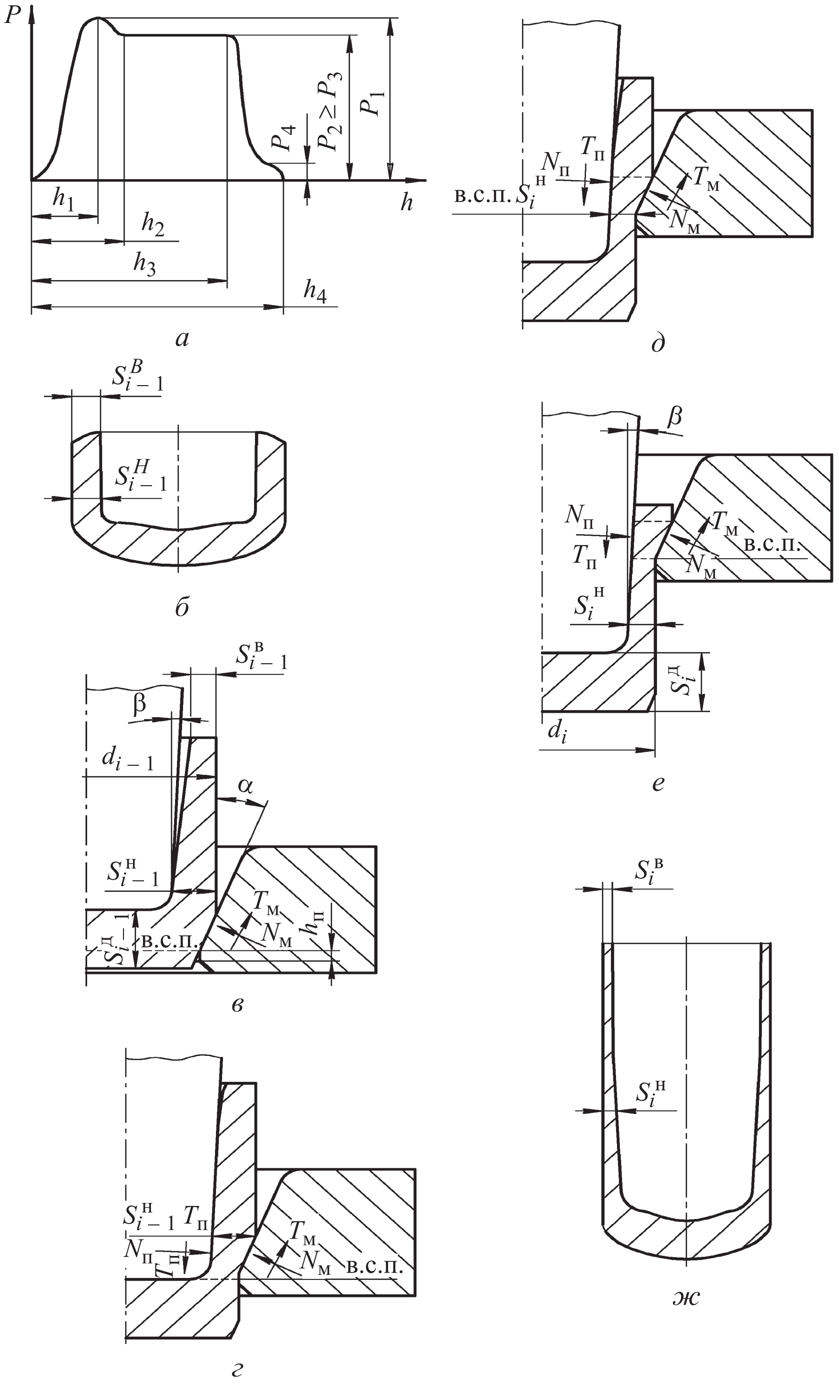

Рис. 1. Технологическая схема процесса вытяжки с утонением через одну матрицу:

а — диаграмма сила—путь инструмента *P*—*h*; *б* — заготовка до вытяжки; *в*, *г*, *д*, *е* — схемы формоизменения деформируемой заготовки на различных стадиях процесса; *ж* — заготовка после вытяжки

Тороидальные координаты. В работе [2] предполагается, что ОПД имеет форму кольца (рис. 2), образованного вращением плоского кольцевого сектора $ABCD$. Для ОПД такой формы естественно применение тороидальных координат:

$$x = \left(R_{\text{т}} + R\cos\varphi\right)\cos\theta;$$

$$y = \left(R_{\text{т}} + R\cos\varphi\right)\sin\theta; \qquad (1)$$

$$z = R\sin\varphi,$$

где $R_{\text{т}}$ — радиус тора, т. е. внутренний радиус заготовки. Обозначим $a = OD = OA$, $b = OC = OB$.

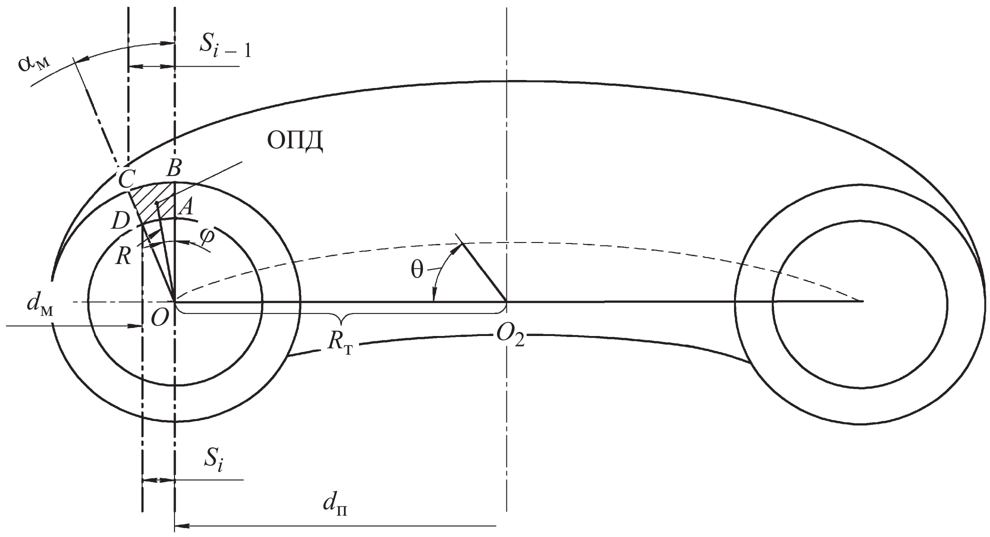

Рис. 2. Тороидальная система координат. Очаг пластической деформации — торическое кольцо с сечением $ABCD$

Для таких координат параметры Ляме [4, с. 160] имеют вид $H_R = 1$, $H_\varphi = R$, $H_\theta = R_{\text{т}} + R\cos\varphi$.

Скорости деформации в общем случае тороидальных координат следующие:

$$\xi_R = \frac{\partial v_R}{\partial R}; \quad \xi_\varphi = \frac{1}{R}\left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + v_R\right);$$

$$\xi_\theta = \frac{1}{R_{\text{т}} + R\cos\varphi}\left(v_R\cos\varphi - v_\varphi\sin\varphi + \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta}\right); \qquad (2)$$

$$\eta_{R\varphi} = \frac{\partial v_\varphi}{\partial R} - \frac{1}{R}v_\varphi + \frac{1}{R}\frac{\partial v_R}{\partial \varphi};$$

$$\eta_{R\theta}=\frac{1}{R_{\text{т}}+R\cos\varphi}\frac{\partial v_R}{\partial\theta}+\frac{\partial v_\theta}{\partial R}-\frac{\cos\varphi}{R_{\text{т}}+R\cos\varphi}v_\theta;$$
$$\eta_{\varphi\theta}=\frac{1}{R}\frac{\partial v_\theta}{\partial\varphi}+\frac{1}{R_{\text{т}}+R\cos\varphi}\frac{\partial v_\varphi}{\partial\theta}+\frac{v_\theta\sin\varphi}{R_{\text{т}}+R\cos\varphi}. \qquad (2)$$

Уравнения равновесия для тороидальных координат приобретают вид:

$$\left(R_{\text{т}}+2R\cos\varphi\right)\sigma_R+\left(R_{\text{т}}+R\cos\varphi\right)R\frac{\partial\sigma_R}{\partial R}-r\sin\varphi\tau_{R\varphi}+$$
$$+\left(R_{\text{т}}+R\cos\varphi\right)\frac{\partial\tau_{R\varphi}}{\partial\varphi}+R\frac{\partial\tau_{R\theta}}{\partial\theta}-\left(R_{\text{т}}+R\cos\varphi\right)\sigma_\varphi-R\cos\varphi\ \sigma_\theta=0;$$
$$\left(2R_{\text{т}}+3R\cos\varphi\right)\tau_{R\varphi}+R\left(R_{\text{т}}+R\cos\varphi\right)\frac{\partial\tau_{R\varphi}}{\partial R}+$$
$$+\left(R_{\text{т}}+R\cos\varphi\right)\frac{\partial\sigma_\varphi}{\partial\varphi}+R\frac{\partial\tau_{\varphi\theta}}{\partial\theta}-r\sin\varphi\left(\sigma_\varphi-\sigma_\theta\right)=0; \qquad (3)$$
$$\left(R_{\text{т}}+3R\cos\varphi\right)\tau_{R\theta}+R\left(R_{\text{т}}+R\cos\varphi\right)\frac{\partial\tau_{R\theta}}{\partial R}+$$
$$+\left(R_{\text{т}}+R\cos\varphi\right)\frac{\partial\tau_{\varphi\theta}}{\partial\varphi}+R\frac{\partial\sigma_\theta}{\partial\theta}-2R\sin\varphi\,\tau_{\varphi\theta}=0.$$

Очевидно, что принятие предположения, что $R_{\text{т}}$ достаточно велик, привело бы к равенству $\xi_\theta\approx 0,$ как в [2], и вместе с предположением $v_\theta=0,$ тоже сделанным в [2], — к плоской задаче.

В случае малого угла конусности α при рассматриваемых значениях угла α = 2°…4° можно принять $\cos\varphi\approx 1$ (ошибка для угла 4° составляет ~ 0,0025) и $\sin\varphi\approx 0$ (ошибка для угла 4° составляет ~ 0,07). Итак, будем считать, что $H_\theta=R_{\text{т}}+R.$

Вычисление НДС и степени деформации в случае осесимметричной задачи. Учитывая малую угловую величину ОПД (а потому можно пренебречь зависимостями искомых величин от угла φ), полагаем, что

$$v_R=v_R(R),\ v_\varphi=0,\ v_\theta=0.$$

Для скоростей деформации из (2) имеем

$$\xi_R=\frac{dv_R}{dR};\quad \xi_\varphi=\frac{v_R}{R};\quad \xi_\theta=\frac{v_R}{R_{\text{т}}+R};\quad \eta_{R\varphi}=\eta_{R\theta}=\eta_{\varphi\theta}=0. \qquad (4)$$

Записывая условие несжимаемости $\xi_R+\xi_\varphi+\xi_\theta=0,$ получаем

$$\frac{dv_R}{dR}+\frac{v_R}{R}+\frac{v_R}{R_{\text{т}}+R}=0,$$

откуда $v_R=\dfrac{C_1}{R(R_{\text{т}}+R)}$, где $C_1<0$, так как при движении точки через ОПД ее радиальная координата уменьшается. Константу C_1 найдем из условия равенства в момент выхода точки из ОПД ее скорости v_R и скорости движения пуансона v_0:

$$\frac{C_1}{a(R_{\text{т}}+a)}=-v_0,\quad C_1=-v_0a\left(R_{\text{т}}+a\right).$$

Скорости деформации и интенсивность скоростей деформации имеют вид

$$\xi_R=-C_1\left(\frac{1}{R^2\left(R_{\text{т}}+R\right)}+\frac{1}{R\left(R_{\text{т}}+R\right)^2}\right);\quad \xi_\varphi=\frac{C_1}{R^2\left(R_{\text{т}}+R\right)};$$

$$\xi_\theta=\frac{C_1}{R\left(R_{\text{т}}+R\right)^2};\quad \xi_i=\frac{2\sqrt{3}}{3}\frac{\left|C_1\right|\sqrt{R_{\text{т}}^2+3RR_{\text{т}}+3R^2}}{R^2\left(R_{\text{т}}+R\right)^2}.$$

По соотношениям теории течения (так как $C_1<0$, то $\operatorname{sgn}(C_1)=-1$)

$$\sigma_R=\sigma_0+\frac{\sigma_{\text{т}}}{\sqrt{3}}\frac{\left(R_{\text{т}}+2R\right)}{\sqrt{R_{\text{т}}^2+3RR_{\text{т}}+3R^2}};\quad \sigma_\varphi=\sigma_0-\frac{\sigma_{\text{т}}}{\sqrt{3}}\frac{\left(R_{\text{т}}+R\right)}{\sqrt{R_{\text{т}}^2+3RR_{\text{т}}+3R^2}};$$

$$\sigma_\theta=\sigma_0-\frac{\sigma_{\text{т}}}{\sqrt{3}}\frac{R}{\sqrt{R_{\text{т}}^2+3RR_{\text{т}}+3R^2}};\quad \tau_{R\varphi}=\tau_{R\theta}=\tau_{\varphi\theta}=0,$$

где $\sigma_0=\sigma_0(R)$ — гидростатическое давление; $\sigma_{\text{т}}$ — предел текучести.

Второе и третье уравнения равновесия из (3) превращаются в тождественные равенства. Из первого уравнения равновесия находим

$$\sigma_0=-\frac{\sigma_{\text{т}}\sqrt{3}}{6}\int\frac{\left(4R_{\text{т}}^2+9R_{\text{т}}R+9R^2\right)\left(R_{\text{т}}+2R\right)^2}{R\left(R_{\text{т}}+R\right)\left(R_{\text{т}}^2+3R_{\text{т}}R+3R^2\right)\sqrt{R_{\text{т}}^2+3R_{\text{т}}R+3R^2}}\,dR.$$

Уравнение для поиска степени деформации e_i по А.А. Ильюшину [5, с. 51, формула 1.51] в рассматриваемом случае имеет вид

$$\frac{\partial e_i}{\partial t}+\frac{\partial e_i}{\partial R}v_R=\xi_i,\quad \frac{\partial e_i}{\partial t}+\frac{\partial e_i}{\partial R}\frac{C_1}{R\left(R_{\text{т}}+R\right)}=\frac{2\sqrt{3}}{3}\frac{\left|C_1\right|\sqrt{R_{\text{т}}^2+3RR_{\text{т}}+3R^2}}{R^2\left(R_{\text{т}}+R\right)^2}.\qquad(5)$$

Выполним в (5) замену переменных, перейдя от функции $e_i(t, R)$ к функции $e_{i1}(\omega, \rho)$, где старые и новые переменные связаны соотношениями:

$$e_{i1}(\omega, \rho) = e_i(t, R), \quad \rho = R, \quad \omega = t - \frac{1}{C_1}\left(R_{\text{т}}\frac{R^2}{2} + \frac{R^3}{3}\right).$$

Для производных функции $e_i(t, R)$ получаем

$$\frac{\partial e_i}{\partial t} = \frac{\partial e_{i1}}{\partial \omega}, \qquad \frac{\partial e_i}{\partial R} = \frac{\partial e_{i1}}{\partial \rho} + \frac{\partial e_{i1}}{\partial \omega}\left(-\frac{1}{C_1}\right)\left(R_{\text{т}}R + R^2\right).$$

Подставляя их в (5), после приведения подобных слагаемых и деления на $\dfrac{C_1}{R\left(R_{\text{т}} + R\right)}$, имеем $\dfrac{\partial e_{i1}}{\partial \rho} = -\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\dfrac{\sqrt{R_{\text{т}}^2 + 3\rho R_{\text{т}} + 3\rho^2}}{\rho\left(R_{\text{т}} + \rho\right)}$.

Откуда, интегрируя по ρ, получаем

$$e_{i1} = -\int_b^{\rho}\frac{2\sqrt{3}}{3}\frac{\sqrt{R_{\text{т}}^2 + 3\rho R_{\text{т}} + 3\rho^2}}{\rho\left(R_{\text{т}} + \rho\right)}d\rho + F(\omega),$$

где $F(\cdot)$ — произвольная функция одной переменной. Учитывая сделанную замену, находим общее решение уравнения (3):

$$e_i(t, R) = -\int_b^{R}\frac{2\sqrt{3}}{3}\frac{\sqrt{R_{\text{т}}^2 + 3RR_{\text{т}} + 3R^2}}{R\left(R_{\text{т}} + R\right)}dR + F\left(t - \frac{1}{C_1}\left(R_{\text{т}}\frac{R^2}{2} + \frac{R^3}{3}\right)\right).$$

При движении материальной точки по траектории в ОПД значения переменной t однозначно определяются значениями переменной R. Вычислим время, необходимое на прохождение участка траектории от входа до некоторого места. Время, необходимое на прохождение материальной точкой участка траектории — радиуса от R до $R + \Delta R$ ($\Delta R < 0$, так как R уменьшается):

$$\Delta t = \frac{-\Delta R}{-v_R} = \frac{R\left(R_{\text{т}} + R\right)\Delta R}{C_1}.$$

Тогда время, необходимое для прохождения материальной точкой участка траектории — радиуса от b до R (моменту времени $t = 0$ соответствует момент входа в ОПД):

$$t = \int_b^R\frac{R\left(R_{\text{т}} + R\right)\Delta R}{C_1}dR = \frac{1}{C_1}\left(R_{\text{т}}\frac{R^2}{2} + \frac{R^3}{3}\right) - \frac{1}{C_1}\left(R_{\text{т}}\frac{b^2}{2} + \frac{b^3}{3}\right). \tag{6}$$

Пусть e_{i0} — степень деформации, ранее приобретенная материальной точкой, входящей в ОПД.

Тогда $e_i(t,R)\big|_{\substack{R=b\\t=0}} = e_{i0}$, т. е.

$$e_{i0} = -\int_b^b \frac{2\sqrt{3}}{3}\frac{\sqrt{R_{\text{т}}^2 + 3RR_{\text{т}} + 3R^2}}{R\left(R_{\text{т}}+R\right)}dR + F\left(-\frac{1}{C_1}\left(R_{\text{т}}\frac{b^2}{2}+\frac{b^3}{3}\right)\right),$$

откуда

$$e_{i0} = F\left(-\frac{1}{C_1}\left(R_{\text{т}}\frac{b^2}{2}+\frac{b^3}{3}\right)\right).$$

Отметим, что при движении материальной точки по траектории — радиусу — все время выполняется соотношение (6). Следовательно, для произвольной материальной точки степень деформации в произвольный момент движения по ОПД можно записать как

$$e_i(t,R) = -\int_b^R \frac{2\sqrt{3}}{3}\frac{\sqrt{R_{\text{т}}^2 + 3RR_{\text{т}} + 3R^2}}{R\left(R_{\text{т}}+R\right)}dR + e_{i0} =$$
$$= \int_R^b \frac{2\sqrt{3}}{3}\frac{\sqrt{R_{\text{т}}^2 + 3RR_{\text{т}} + 3R^2}}{R\left(R_{\text{т}}+R\right)}dR + e_{i0}.$$

Степень деформации после выхода из ОПД

$$e_i = \int_a^b \frac{2\sqrt{3}}{3}\frac{\sqrt{R_{\text{т}}^2 + 3RR_{\text{т}} + 3R^2}}{R\left(R_{\text{т}}+R\right)}dR + e_{i0}. \tag{7}$$

Напомним, что радиусы ОПД связаны соотношением $a < b$, поэтому значение интеграла положительно.

Сравнение степеней деформации для разных моделей. В [6, 7] для модели вытяжки из [2] была вычислена степень деформации e_i, приобретаемая частицей, входящей в ОПД по радиусу, расположенному под углом φ к вертикали (см. рис. 2), при прохождении ею всего ОПД:

$$e_{i,\text{fin}}(\varphi) = \frac{2}{\sqrt{3}}\frac{1}{\sqrt{1-3\left(M_1 - M\varphi\right)^2}}\ln\left(\frac{b}{a}\right) + e_{i0}(\varphi), \tag{8}$$

где M и M_1 — коэффициенты, отражающие влияние трения по поверхностям матрицы и пуансона; $e_{i0}(\varphi)$ — степень деформации, ранее (до вытяжки) накопленная частицей. Представляется полезным сравнить степени деформации, получаемые по формулам (7) и (8). Поскольку формула (7) не учитывает трение, примем $M = M_1 = 0$. При этом зависимость $e_{i,\text{fin}}(\varphi)$ от φ исчезает, и в предположении, что $e_{i0}(\varphi) = 0$, степень деформации $e_{i,\text{fin}}(\varphi)$ принимает вид

$$e_{i,\text{fin},0}(\varphi) = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln\left(\frac{b}{a}\right). \tag{9}$$

Формулы (7) (в предположении, что $e_{i0} = 0$) и (9) должны давать одинаковые (близкие) результаты при $R_\text{т} \to +\infty$ (т. е. когда предположение о плоском характере деформации из [2] полностью оправдано). Разложим подынтегральное выражение из (7) в ряд по $R_\text{т}$ (при $R_\text{т} \to +\infty$):

$$\frac{2\sqrt{3}}{3} \frac{\sqrt{R_\text{т}^2 + 3RR_\text{т} + 3R^2}}{R\left(R_\text{т} + R\right)} = \frac{2}{\sqrt{3}}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2R_\text{т}} - \frac{R}{8R_\text{т}^2} - \ldots\right). \tag{10}$$

Подставляя правую часть (10) под интеграл в (7) и вычисляя сам интеграл, получаем приближенное выражение для e_{i0}:

$$e_{i0} = \frac{2}{\sqrt{3}}\left(\ln\left(\frac{b}{a}\right) + \frac{(b-a)}{2R_\text{т}} - \frac{(b^2 - a^2)}{8R_\text{т}^2} - \ldots\right),$$

т. е. $e_{i0} - e_{i,\text{fin},0}(\varphi) \approx (b-a)\big/\left(\sqrt{3}R_\text{т}\right)$. Таким образом, если радиальный размер ОПД, т. е. $(b-a)$, достаточно велик, а радиус $R_\text{т}$ сравнительно мал, для оценки степени деформации e_i правильнее пользоваться формулой (7), а не (8).

Отметим, что если отказаться от предположения об отсутствии трения в (8), но сохранить предположение $e_{i0}(\varphi) = 0$, то, усредняя степень деформации (чтобы устранить влияние угла φ) по формуле $e_{i,\text{fin}} = \frac{1}{\alpha}\int_0^\alpha e_{i,\text{fin}}(\varphi)d\varphi$, устанавливаем, что для всех значений коэффициентов трения $0 \le \mu \le 0,4$, $0 \le \mu_1 \le 0,4$ выполняется неравенство $e_{i,\text{fin},0} \le e_{i,\text{fin}} \le 1,289 e_{i,\text{fin},0}$.

Обоснование монотонного характера деформации при вытяжке с малыми углами. Отметим, что (см. (4)) из-за равенства сдвиговых скоростей деформаций нулю линейные скорости деформаций являются главными компонентами тензора скорости деформаций, причем, очевидно, выполнены неравенства (так как $C_1 < 0$ и $R_\text{т} > 0$):

$$\xi_R > 0 > \xi_\theta > \xi_\varphi.$$

Тогда параметр Надаи — Лоде, характеризующий деформированное состояние, имеет вид

$$\nu = \frac{2\xi_2 - \xi_1 - \xi_3}{\xi_1 - \xi_3} = -\frac{3R}{2R_т + 3R} = -1 + \frac{2R_т}{3R + 2R_т}. \quad (11)$$

Оценим изменение параметра Надаи — Лоде при движении точки через ОПД. Как следует из формулы (11), параметр Надаи — Лоде при движении через ОПД возрастает (так как величина R уменьшается). Поэтому наименьшее его значение будет достигаться при входе точки в ОПД (при $R = b$), а наибольшее — при выходе (при $R = a$). Таким образом, изменение параметра Надаи — Лоде будет выражаться формулой

$$\Delta\nu = \frac{2R_т}{3a + 2R_т} - \frac{2R_т}{3b + 2R_т} = \frac{6R_т(b-a)}{(3b + 2R_т)(3a + 2R_т)}.$$

Из выражений для наружного $b = (R_{н0} - R_т)/\sin\alpha$ и внутреннего $a = (R_{н1} - R_т)/\sin\alpha$ радиусов ОПД (здесь $R_{н0}$ — наружный радиус заготовки до вытяжки, $R_{н1}$ — наружный радиус детали после вытяжки) и формулы (7) следует, что при одних и тех же величинах радиусов $R_{н0}$, $R_{н1}$, $R_т$ степень деформации при разных углах конусности будет различной (в отличие от степени деформации, прогнозируемой формулой $e_i = \beta \ln \frac{R_{н1}^2 - R_т^2}{R_{н0}^2 - R_т^2}$ [2, с. 279, формула 15.27]).

В [8] предложена мера отклонения $d_м$ произвольного процесса деформации от монотонного в формулировке Смирнова-Аляева Г.А. [5, с. 44]:

$$d_м = \max\left(\frac{d_1}{\pi}, \frac{d_2}{2}\right),$$

где $d_1 = \max\limits_t \gamma(t)$ — мера нарушения коаксиальности тензоров деформации и скорости деформаций (мера нарушения первого условия монотонности), и $d_2 = \max\limits_t \nu(t) - \min\limits_t \nu(t)$ — мера изменения вида деформации (мера нарушения второго условия монотонности). Для процесса вытяжки с утонением стенки через матрицу с малыми углами конусности из-за равенства всех сдвиговых деформаций нулю выполняется равенство $d_1 = 0$, поэтому

$$d_м = \frac{6R_т(b-a)}{(3b + 2R_т)(3a + 2R_т)}.$$

Вычисляя производную по R от подынтегрального выражения в (7), устанавливаем, что с ростом R оно убывает (чем больше R, тем скорость убывания меньше). Поэтому для фиксированных значений внутреннего радиуса $R_{\text{т}}$, угла конусности α и степени деформации e_i, определяемой по (7), при увеличении $R_{\text{н}1}$ (что означает рост радиуса a) величина $R_{\text{н}0}$ всегда будет возрастать немного быстрее, чем $R_{\text{н}1}$.

Следовательно, для оценки сверху наибольшей разности между радиусами b и a достаточно рассмотреть более простую эквивалентную функцию для подынтегрального выражения при $R \to \infty$ (чтобы было легко вычислить интеграл (7)). Поскольку

$$\frac{2\sqrt{3}}{3}\frac{\sqrt{R_{\text{т}}^2+3RR_{\text{т}}+3R^2}}{R\left(R_{\text{т}}+R\right)} \underset{R\to\infty}{\sim} \frac{2}{R},$$

то из равенства $e_i = 2\ln\dfrac{b}{a}$ получаем $b = \exp(e_i/2)a$. Таким образом, $\max(b-a) \le \left(\exp(e_i/2)-1\right)a$.

Тогда имеем

$$d_{\text{м}} = \frac{6R_{\text{т}}(b-a)}{\left(3b+2R_{\text{т}}\right)\left(3a+2R_{\text{т}}\right)} \le \frac{6R_{\text{т}}\left(\exp(e_i/2)-1\right)a}{\left(3a+3L+2R_{\text{т}}\right)\left(3a+2R_{\text{т}}\right)}, \qquad (12)$$

где L — наименьшая возможная разность между радиусами b и a (она достигается при наименьшем возможном значении радиуса a). Рассматривая правую часть (12) как функцию от a, вычисляя ее производную, находя точку максимума и вычисляя это максимальное значение правой части (12), получаем

$$\max_a\left(\frac{6R_{\text{т}}\left(\exp(e_i/2)-1\right)a}{\left(3a+3L+2R_{\text{т}}\right)\left(3a+2R_{\text{т}}\right)}\right) = \frac{\sqrt{2}\left(\exp(e_i/2)-1\right)}{8}. \qquad (13)$$

Даже при малом угле конусности матрицы степень деформации e_i может быть достаточно велика — для этого необходима матрица значительной высоты — будем все-таки считать, что $e_i \le 0,5$. Тогда из (12) и (13) устанавливаем, что

$$d_{\text{м}} \le \frac{\sqrt{2}\left(\exp(e_i/2)-1\right)}{8} \le 0,051.$$

Таким образом, процесс вытяжки с утонением стенки через матрицу с малым углом конусности на стадии, соответствующей образованию стенки, можно обоснованно считать монотонным.

Отметим, что при конкретных фиксированных значениях внутреннего радиуса $R_{\text{т}}$, угла конусности α и степени деформации e_i величина $d_{\text{м}}$

еще меньше — например, при $R_т$ = 10 мм, α = 4°, e_i = 0,1 в диапазоне 11 ≤ a ≤ 55 мм наибольшее значение величины $d_м$ не превышает 0,011, а для латунной гильзы [9, с. 210] 12,7 мм в нижней части корпуса толщина стенки $S^н = 1,6$ мм, внутренний диаметр $D^н = 22$ мм (т. е. $R_т$ = 11 мм), поэтому, полагая степень деформации на последней вытяжке равной 10 %, находим примерные величины внутреннего (a ≈ 22,9 мм) и наружного (b ≈ 23,53 мм) радиусов ОПД для угла конусности 4° и величину $d_м$ = 0,005 (если вместо (7) искать b по формуле $e_i = \beta \ln \dfrac{R_{н1}^2 - R_т^2}{R_{н0}^2 - R_т^2}$, то получается b ≈ 24,9 мм и $d_м$ = 0,014).

Отметим, что изначальное предположение $v_R = v_R(R, \varphi)$ вместо рассмотренного $v_R = v_R(R)$ приводит вследствие условия несжимаемости к представлению $v_R = \dfrac{F_1(\varphi)}{R(R_т + R)}$, но из уравнений равновесия следует, что $F_1(\varphi) = C_1$, таким образом в целом решение не изменяется.

Из близости (11) параметра Надаи — Лоде к минус единице следует, что вид скорости деформации близок к простому растяжению [5, с. 43], в отличие от состояния сдвига в случае вытяжки заготовки, внутренний радиус которой настолько велик, что задачу можно считать плоской [2]. Это можно объяснить следующим образом: подобно тому, как при вытяжке с прижимом из листовой заготовки силы трения, вызванные действием прижима, сосредоточены у краевой части фланца [10, с. 103], при вытяжке с утонением стенки через матрицу с малым углом конусности силы трения будут сосредоточены у верхней части ОПД, что и приведет к возникновению растягивающих деформаций в большей части ОПД.

Возможно также, что для вытяжки с малым углом конусности ошибочно пренебрегать упругими деформациями, а поэтому правильнее применять теорию малых упругопластических деформаций, а не теорию течения.

Также может быть неверным предположение о форме ОПД.

Выводы. 1. При отказе от предположения считать деформированное состояние плоским вычислены НДС и степень деформации стенки изделия при вытяжке с утонением стенки через матрицу с малым углом конусности α = 2°…4°.

2. Показано, что при малом угле конусности процесс вытяжки с утонением стенки на стадии, соответствующей формированию стенки полуфабриката (см. рис. 1, *в*), можно обоснованно считать монотонным.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Агеев Н.П., Затеруха Е.В. Исследование неравномерности распределения степени деформации и механических свойств по сечению полых деталей, штампуемых способами вытяжки с утонением. *Металлообработка*, 2014, № 3, с. 36–42.

[2] Воронцов А.Л. Теория и расчеты процессов обработки металлов давлением. Т. 2. М., Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014.

[3] Агеев Н.П., Данилин Г.А., Огородников В.П. Технология производства патронов стрелкового оружия. Ч. II. Процессы штамповки. СПб., Балт. гос. техн. ун-т, 2007.

[4] Новожилов В.В. Теория упругости. Л., Судпромгиз, 1958.

[5] Смирнов-Аляев Г.А. Сопротивление материалов пластическому деформированию. Л., Машиностроение, 1978.

[6] Винник П.М., Иванов К.М., Данилин Г.А. и др. Прогнозирование механических свойств детали, полученной вытяжкой с утонением. *Металлообработка*, 2015, № 4, с. 31–36.

[7] Винник П.М., Иванов К.М., Данилин Г.А. и др. Экспериментально-аналитическая оценка неравномерности механических характеристик штампуемых деталей. *Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением*, 2015, № 11, с. 27–32.

[8] Винник П.М., Иванов К.М. Процессы сложного нагружения в технологических задачах. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2016, № 6, с. 62–72. DOI: 10.18698/0536-1044-2016-6-62-72

[9] Данилин Г.А., Огородников В.П., Заволокин А.Б. Основы проектирования патронов к стрелковому оружию. СПб., Балт. гос. техн. ун-т, 2017.

[10] Попов Е.А., Ковалев В.Г., Шубин И.Н. Технология и автоматизация листовой штамповки. М., Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000.

Винник Петр Михайлович — канд. физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Высшая математика» БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова (Российская Федерация, 190005, Санкт-Петербург, 1-я Красноармейская ул., д. 1).

Ремшев Евгений Юрьевич — канд. техн. наук, доцент кафедры «Высокоэнергетические устройства автоматических систем» БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова (Российская Федерация, 190005, Санкт-Петербург, 1-я Красноармейская ул., д. 1).

Затеруха Екатерина Владимировна — канд. техн. наук, доцент кафедры «Высокоэнергетические устройства автоматических систем» БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова (Российская Федерация, 190005, Санкт-Петербург, 1-я Красноармейская ул., д. 1).

Филин Дмитрий Сергеевич — канд. техн. наук, доцент кафедры «Высокоэнергетические устройства автоматических систем» БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова (Российская Федерация, 190005, Санкт-Петербург, 1-я Красноармейская ул., д. 1).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Винник П.М., Ремшев Е.Ю., Затеруха Е.В. и др. Расчет напряженно-деформированного состояния заготовки при вытяжке с утонением стенки через матрицу с малым углом конусности. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2019, № 4, с. 71–86. DOI: 10.18698/0236-3941-2019-4-71-86

COMPUTING STRESS-STRAIN STATE OF A WORKPIECE DURING DRAWING WITH WALL THINNING THROUGH A DIE WITH A SMALL TAPER ANGLE

P.M. Vinnik sigure@rambler.ru
E.Yu. Remshev remshev@mail.ru
E.V. Zaterukha bgtu_e4@mail.ru
D.S. Filin bgtu_e4@mail.ru

BSTU "VOENMEH" named after D.F. Ustinov, St. Petersburg, Russian Federation

Abstract

The paper considers computing the stress-strain state of a workpiece during drawing with wall thinning through a die with a small taper angle. A manufacturing process for a sleeve usually includes several drawing operations, whereas recommendations for the final drawing operation are a low extent of deformation and using dies with a small taper angle of (2°–4°). We present a diagram for drawing with wall thinning, delineating all deformation stages recorded on the chart showing force as a function of tool path. We computed the stress-strain state and deformation in the workpiece wall during the final operation of drawing through a die with a small taper angle $\alpha \le 4°$. We provide equilibrium equations in toroidal coordinates and compute stress-strain state parameters and extents of deformation for the axisymmetric problem statement. No longer assuming a plane strain state, we compute the stress-strain state and extent of deformation in the workpiece wall during drawing with wall thinning through a die with a small taper angle $\alpha = 2°–4°$. We show that at the stage when

Keywords

Drawing with wall thinning, stress-strain state, deformation, die with a small taper angle, monotone process

intermediate product walls are formed, for a small taper angle it is reasonable to consider the process of drawing with wall thinning to be monotone

Received 10.05.2018

REFERENCES

[1] Ageev N.P., Zaterukha E.V. Uneven distribution of research degree of deformation and mechanical properties across the hollow parts, stamped drawing method with thinning. *Metalloobrabotka*, 2014, no. 3, pp. 36–42 (in Russ.).

[2] Vorontsov A.L. Teoriya i raschety protsessov obrabotki metallov davleniem. T. 2 [Theory and calculations of metal forming processes. Vol. 2]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2014.

[3] Ageev N.P., Danilin G.A., Ogorodnikov V.P. Tekhnologiya proizvodstva patronov strelkovogo oruzhiya. Ch. II. Protsessy shtampovki [Production technology for small arms ammunition. Textbook. P. II. Stamping processes]. St. Petersburg, Balt. gos. tekh. un-t Publ., 2007.

[4] Novozhilov V.V. Teoriya uprugosti [Elasticity theory]. Leningrad, Sudpromgiz Publ., 1958.

[5] Smirnov-Alyaev G.A. Soprotivlenie materialov plasticheskomu deformirovaniyu [Resistance of materials to plastic deformation]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1978.

[6] Vinnik P.M., Ivanov K.M., Danilin G.A., et al. Prediction of mechanical properties of the details produced by drawing with wall thinning. *Metalloobrabotka*, 2015, no. 4, pp. 31–36 (in Russ.).

[7] Vinnik P.M., Ivanov K.M., Danilin G.A., et al. Experimental and analytical evaluation of irregularity of mechanical characteristics of stamped parts. *Kuznechno-shtampovochnoe proizvodstvo. Obrabotka materialov davleniem* [Forging and Stamping Production. Material Working by Pressure], 2015, no. 11, pp. 27–32 (in Russ.).

[8] Vinnik P.M., Ivanov K.M. Combined loading processes in technological problems. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building], 2016, no. 6, pp. 62–72 (in Russ.).
DOI: 10.18698/0536-1044-2016-6-62-72

[9] Danilin G.A., Ogorodnikov V.P., Zavolokin A.B. Osnovy proektirovaniya patronov k strelkovomu oruzhiyu [Basics of designing cartridges for small arms]. St. Petersburg, Balt. gos. tekh. un-t. Publ., 2017.

[10] Popov E.A., Kovalev V.G., Shubin I.N. Tekhnologiya i avtomatizatsiya listovoy shtampovki [Technology and automation of sheet punching]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2000.

Vinnik P.M. — Cand. Sc. (Phys.-Math.), Head of Department of Higher Mathematics, BSTU “VOENMEH” named after D.F. Ustinov (1-ya Krasnoarmeyskaya ul. 1, St. Petersburg, 190005 Russian Federation).

Remshev E.Yu. — Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of High-Energy Devices in Automated Systems, BSTU “VOENMEH” named after D.F. Ustinov (1-ya Krasnoarmeyskaya ul. 1, St. Petersburg, 190005 Russian Federation).

Zaterukha E.V. — Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of High-Energy Devices in Automated Systems, BSTU “VOENMEH” named after D.F. Ustinov (1-ya Krasnoarmeyskaya ul. 1, St. Petersburg, 190005 Russian Federation).

Filin D.S. — Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of High-Energy Devices in Automated Systems, BSTU “VOENMEH” named after D.F. Ustinov (1-ya Krasnoarmeyskaya ul. 1, St. Petersburg, 190005 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Vinnik P.M., Remshev E.Yu., Zaterukha E.V., et al. Computing stress-strain state of a workpiece during drawing with wall thinning through a die with a small taper angle. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Mechanical Engineering*, 2019, no. 4, pp. 71–86 (in Russ.).
DOI: 10.18698/0236-3941-2019-4-71-86