

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ИЗОТЕРМИЧЕСКОГО УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ОБРАЗЦОВ ПРИ ПОВЫШЕННОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ

Ю.М. Темис^{1,2}

tejoum@ciam.ru

А.Д. Худякова^{1,2}

martynasty@yandex.ru

¹Центральный институт авиационного моторостроения имени П.И. Баранова,
Москва, Российская Федерация

²МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Модель упругопластического поведения материала с учетом ползучести применена к моделированию изотермических процессов испытаний образцов при высоких температурах. Зависимости приращений упругих и пластических деформаций и деформаций ползучести от приращений напряжений получены на основе соотношений теории течения. Приведены особенности программной реализации модели с учетом коррекции погрешности для расчета за пределом упругости. Разработаны методы определения параметров пластичности и ползучести для модели типа Арутюняна — Вакуленко и модели ползучести типа течения. Проведено моделирование нагружения образцов как по простым траекториям изменения деформаций, так и сложным для разных значений постоянных температур, в том числе и повышенных, при которых проявляются эффекты ползучести

Ключевые слова

Пластичность, пластическое течение, сложное деформирование, напряженно-деформированное состояние, испытания, трубчатый образец

Поступила в редакцию 06.04.2017

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017

Введение. Детали высоконагруженных конструкций современного энергомашиностроения, атомной энергетики, авиационных и ракетных двигателей зачастую работают за пределом упругости под воздействием повышенных температур. В таких условиях увеличивается чувствительность НДС к скорости процесса, проявляются эффекты ползучести. Для учета этих эффектов при моделировании можно использовать два подхода: рассматривать деформации пластичности и ползучести вместе как неупругие деформации или разделять их. Первый подход используют в моделях вязкопластичности, основанных на предположении о существовании потенциала вязкопластичности, который определяет связь между напряжениями и скоростями деформации ползучести [1]. В настоящей работе рассмотрен второй подход, при котором полные деформации и их приращения представляют как сумму независимых между собой деформаций упругости, пластичности и ползучести. При сравнении результатов экспериментов и расчетов показана эффективность применения одной модели из инвари-

антной теории пластичности [2–4], объединенной с соотношениями теории течения при ползучести для моделирования процессов упругопластического высокотемпературного изотермического ($T = \text{const}$) деформирования образцов из никелевого сплава IN738LC.

Определяющие соотношения. Полагая, что при деформировании материала приращения упругих $d\varepsilon_{ij}^e$, пластических $d\varepsilon_{ij}^p$ и деформаций ползучести $d\varepsilon_{ij}^c$ независимы, полное приращение деформаций $d\varepsilon_{ij}$ представляем в виде

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p + d\varepsilon_{ij}^c. \quad (1)$$

Рассмотрим изотермическое деформирование при высокой температуре однородных и начально изотропных материалов, изменение объема которых происходит упруго. При этом тензоры пластических деформаций и деформаций ползучести и их приращения образуют девиаторы. Приращение упругих деформаций определяем, согласно обобщенному закону Гука

$$d\varepsilon_{ij}^e = A_{ijkl} d\sigma_{kl}, \quad (2)$$

где σ_{ij} — компоненты тензора напряжений;

$$A_{ijkl} = \frac{1+\mu}{E} \delta_{ik} \delta_{jl} - \frac{\mu}{E} \delta_{ij} \delta_{kl} \quad (3)$$

— для изотропного материала; E — модуль упругости; μ — коэффициент Пуассона.

В соответствии с инвариантной теорией пластичности [2–4] для ряда моделей пластического течения в пространстве, образованном компонентами тензоров напряжений σ_{ij} и пластических деформаций, поверхность деформирования имеет вид

$$f(J_1, J_2, E_2, D, N, R, M, \chi) = 0, \quad (4)$$

где $J_1 = s_{ij} \delta_{ij}$, $J_2 = s_{ij} s_{ij}$, $E_2 = \varepsilon_{ij}^p \varepsilon_{ij}^p$, $D = s_{ij} \varepsilon_{ij}^p$, $N = \xi_{ij} \xi_{ij}$, $R = \varepsilon_{ij}^p \xi_{ij}$, $M = s_{ij} \xi_{ij}$ — инварианты: тензора пластических деформаций ε_{ij}^p , девиатора тензора напряжений

$s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{ij} \delta_{ij}$, структурного тензора ξ_{ij} (отвечающего за анизотропию, приобре-

тенную в процессе упругопластического деформирования, $d\xi_{ij} = K(J_2) \frac{d\varepsilon_{ij}^p}{d\varepsilon_i^p} d\chi$,

ε_i^p — интенсивность пластических деформаций); χ — параметр Одквиста, $d\chi = (d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p)^{1/2}$; $K(J_2)$ — функция материала.

Используя ассоциированный с поверхностью f_1 закон пластического течения [2–4], при активном нагружении (изменении пластических деформаций) имеем

$$d\varepsilon_{ij}^p = C_{ijkl}^p d\sigma_{kl}, \quad (5)$$

где $C_{ijkl}^p = -\frac{1}{\varphi} \sigma_{ij}^0 \sigma_{kl}^0$ — компоненты тензора параметров пластичности, норма тензора $C_{ijkl}^p \neq 0$, φ — функция упрочнения; активные напряжения

$$\sigma_{ij}^0 = \frac{\partial f_1}{\partial J_1} \frac{\partial J_1}{\partial s_{ij}} + \frac{\partial f_1}{\partial J_2} \frac{\partial J_2}{\partial s_{ij}} + \frac{\partial f_1}{\partial D} \frac{\partial D}{\partial s_{ij}} + \frac{\partial f_1}{\partial M} \frac{\partial M}{\partial s_{ij}},$$

$$f_1 = f(\sigma_{ij}, \underbrace{\varepsilon_{ij}^p, \xi_{ij}}_{\text{const}}, \chi) = 0.$$

Условие активного нагружения имеет вид

$$(f_1 \equiv 0) \wedge (df_1 > 0). \quad (5a)$$

Введем параметр $a(\chi)$, зависящий от «истории» деформирования и рассмотрим обобщенный вариант теории пластического течения с анизотропным упрочнением типа Аругюняна — Вакуленко [5], при котором в соответствии с [2–4] поверхность нагружения (4) принимает вид

$$J_2 + a^2(\chi)N - 2a(\chi)M - \sigma_T^2(\chi) = 0, \quad (6)$$

а функция упрочнения

$$\varphi = -a(\chi) \sigma_{ij}^0 \sigma_{ij}^0 - \left(\frac{\partial a(\chi)}{\partial \chi} \frac{N}{2K(J_2)} + 2\sigma_T \frac{\partial \sigma_T(\chi)}{\partial \chi} \right) \sqrt{\sigma_{ij}^0 \sigma_{ij}^0}.$$

Для варианта модели из [2–4] имеем, что $\sigma_{ij}^0 = 2(s_{ij} - a\xi_{ij})$ и уравнение поверхности нагружения (6) можно записать в виде

$$\sigma_{ij}^0 \sigma_{ij}^0 - 4\sigma_T^2 = 0.$$

В соответствии с теорией течения, скорости изменения интенсивности деформаций ползучести $\dot{\varepsilon}_{ic}$ и тензор интенсивности напряжений σ_i связаны соотношением [6]

$$\dot{\varepsilon}_{ic} = \sigma_i^m B, \quad (7)$$

а приращения компонент тензора деформаций ползучести связаны с напряжениями зависимостями

$$d\varepsilon_{ij}^c = \frac{3}{2} \frac{\dot{\varepsilon}_i^c}{\sigma_i} s_{ij} dt, \quad (7a)$$

где $\dot{\varepsilon}_i^c$ — интенсивность скоростей деформаций ползучести; σ_i — интенсивность напряжений; t — время; $m, B = B(t)$ — параметры материала, определяемые по экспериментальным кривым ползучести.

Согласно (1), суммируя приращения упругих деформаций (2), пластических деформаций (5) и деформаций ползучести (7а), для приращения полных деформаций получаем:

$$d\varepsilon_{ij} = (A_{ijkl} + C_{ijkl}^p) d\sigma_{kl} + \frac{3}{2} \sigma_i^{m-1} B s_{ij} dt. \quad (8)$$

Приведенные тензорные соотношения модели для удобства программной реализации представим в матричной форме. Поскольку все тензоры второго ранга, имеющие девять компонент, симметричны с шестью независимыми компонентами, представляем их в виде шестимерных векторов.

Тензоры четвертого ранга A_{ijkl} и C_{ijkl}^p представим в виде матриц размером 6×6 . При этом матрица $[A]$ соответствует тензору упругих параметров A_{ijkl} (3). Тензор параметров пластичности C_{ijkl}^p обладает симметрией относительно перестановки индексов внутри первой и второй пары, и матрица $[C^p]$, соответствующая этому тензору, имеет вид

$$[C^p] = \begin{bmatrix} C_{1111}^p & C_{1122}^p & C_{1133}^p & 2C_{1123}^p & 2C_{1113}^p & 2C_{1112}^p \\ C_{2211}^p & C_{2222}^p & C_{2233}^p & 2C_{2223}^p & 2C_{2213}^p & 2C_{2212}^p \\ C_{3311}^p & C_{3322}^p & C_{3333}^p & 2C_{3323}^p & 2C_{3313}^p & 2C_{3312}^p \\ C_{2311}^p & C_{2322}^p & C_{2333}^p & 2C_{2323}^p & 2C_{2313}^p & 2C_{2312}^p \\ C_{1311}^p & C_{1322}^p & C_{1333}^p & 2C_{1323}^p & 2C_{1313}^p & 2C_{1312}^p \\ C_{1211}^p & C_{1222}^p & C_{1233}^p & 2C_{1223}^p & 2C_{1213}^p & 2C_{1212}^p \end{bmatrix}.$$

Уравнение (8) с учетом введенных соотношений принимает вид

$$\{d\varepsilon\} = ([A] + [C^p]) \{d\sigma\} + \frac{3}{2} \sigma_i^{m-1} B \{s\} dt, \quad (9)$$

$\{d\varepsilon\}$, $\{d\sigma\}$, $\{s\}$ — векторы, соответствующие тензорам $d\varepsilon_{ij}$, $d\sigma_{ij}$ и s_{ij} .

Алгоритмы расчета и программная реализация. Режимы нагружения. Испытания образцов по программам циклического и сложного деформирования могут проходить в режимах мягкого и жесткого нагружений. При мягком нагружении задается закон изменения напряжений, а при жестком — деформаций. Таким образом, процесс моделирования заключается в определении изменения либо деформаций (в первом случае), либо напряжений (во втором).

Организация вычислений. Для интегрирования нелинейных уравнений (9) используем метод последовательных нагружений с коррекцией погрешности [4, 7]. Процесс нагружения рассмотрим как последовательное нагружение тела малыми приращениями изменяемой по заданному закону нагрузки, реакцию тела на которые считаем линейной. На $(k+1)$ -м шаге приращения деформаций связаны с приращениями напряжений и временем следующим образом:

$$\{\Delta\varepsilon\}_{k+1} = \left([A] + [C^P]_k \right) \{\Delta\sigma\}_{k+1} + \frac{3}{2} \sigma_{ik}^{m-1} B_k \{s\}_k \Delta t_{k+1}. \quad (10)$$

Коэффициенты матриц $[A]$, $[C^P]_k$, величины σ_{ik} , B_k и вектор $\{s\}_k$ соответствуют концу k -го шага и началу $(k+1)$ -го. При этом следует учесть условия активного нагружения или разгрузки (5а) при определении компонент матрицы $[C^P]$:

$$\{\sigma^0\}_k \cdot \{\Delta s\}_{k+1} > 0 \wedge \{\sigma^0\}_k \cdot \{\sigma^0\}_k = 4\sigma_r^2(\chi_k),$$

$\{\sigma^0\}$ — векторное представление тензора σ_{ij}^0 .

При мягком деформировании (10) непосредственно вычисляем приращения деформаций. При жестком — приращения напряжений определяем, решая обратную задачу. Отметим, что в зависимости от вида нагружения приращения либо напряжений, либо деформаций должны быть согласованы с шагами по времени.

При переходе к $(k+2)$ -му шагу находим деформации и напряжения конца $(k+1)$ -го шага по соотношениям:

$$\begin{aligned} \{\varepsilon\}_{k+1} &= \{\varepsilon\}_k + \{\Delta\varepsilon\}_{k+1}, & \{\sigma\}_{k+1} &= \{\sigma\}_k + \{\Delta\sigma\}_{k+1}, \\ \{\Delta\varepsilon^P\}_{k+1} &= [C^P]_k \{\Delta\sigma\}_{k+1}, & \{\varepsilon^P\}_{k+1} &= \{\varepsilon^P\}_k + \{\Delta\varepsilon^P\}_{k+1}. \end{aligned}$$

Матрица параметров пластичности $[C^P]$ нелинейно зависит и от напряжений, и от пластических деформаций, а также от скалярного параметра χ и компонент структурного тензора ξ_{ij} . В (10) для приращения пластических деформаций используется значение матрицы $[C^P]$ на предыдущем k -м шаге. На каждом шаге такой линеаризации накапливается погрешность, компенсировать которую можно, применяя алгоритм коррекции, описанный в работе [4].

Алгоритм коррекции основан на введении дополнительного условия связи между векторами приращений напряжений и пластических деформаций, требующего равенства нулю функции f_1 на каждом шаге нагружения и компенсации отклонения деформаций ползучести и напряжений от заданной кривой ползучести.

Погрешность расчета пластических деформаций можно частично компенсировать, введя на $(k+1)$ -м шаге дополнительное условие $f_{1(k+1)} = 0$. После преобразований, подробно описанных в [4], дополнительное условие связи между конечными приращениями для модели с поверхностью нагружения (6) без учета ползучести принимает вид

$$\{l_1\} \cdot \{\Delta\sigma\}_{k+1} = \{l_2\} \cdot \{\Delta\varepsilon^P\}_{k+1} + b, \quad (11)$$

где $\{l_1\} = \{\sigma^0\}_k$, $\{l_2\} = (aK\{\sigma^0\})_k$ и $b = \left(\frac{\partial a}{\partial \chi} \{\sigma^0\} \cdot \{\xi\} + 2\sigma_\tau \frac{\partial \sigma_\tau}{\partial \chi} \right)_k \Delta \tilde{\chi}_{k+1} - f_{1k}$,

$\Delta \tilde{\chi}_{k+1}$ — значение, полученное на $(k+1)$ -м шаге при упругопластическом расчете без коррекции. Соотношение (11) учитываем методом множителей Лагранжа, решая на этапе коррекции модифицированную систему линейных алгебраических уравнений

$$\left\{ \begin{array}{c} \Delta \varepsilon_{k+1}^p \\ \{l_2\} \cdot \{\Delta \varepsilon^p\}_{k+1} + b \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} C_k^p & l_1 \\ l_1 & 0 \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{c} \Delta \sigma_{k+1} \\ \lambda \end{array} \right\}.$$

Рассмотрим, как изменится соотношение (11) при расчете с учетом ползучести. В это соотношение в неявном виде входят известные в начале $(k+1)$ -го шага векторы $\{\sigma\}_k$ и $\{\varepsilon^p\}_k$. Для мягкого нагружения никаких изменений не наблюдается:

$\{\Delta \sigma\}_{k+1}$ жестко задаем в начале $(k+1)$ -го шага, $\{\Delta \varepsilon^p\}_{k+1}$ определяем независимо от деформаций ползучести, а полные напряжения и пластические деформации определяем путем линейного суммирования приращений, независимых от деформаций ползучести.

При жестком нагружении изменения будут существенные. В начале $(k+1)$ -го шага жестко задано приращение полных деформаций $\{\Delta \varepsilon\}_{k+1}$ и значение приращения деформаций ползучести влияет на значения упругих и пластических деформаций. Значения напряжений $\{\sigma\}_k^{creep}$ и пластических деформаций $\{\varepsilon^p\}_k^{creep}$ при расчете с учетом ползучести можно выразить через значения напряжений и пластических деформаций при расчете без учета ползучести на k -м шаге следующим образом:

$$\{\sigma\}_k^{creep} = \{\sigma\}_k - \sum_{j=1}^k \{r\}_j, \quad \{\varepsilon^p\}_k^{creep} = \{\varepsilon^p\}_k - \sum_{j=1}^k [C^p]_j \{r\}_j, \quad (12)$$

где $\{r\}_{(j)} = \left([A] + [C^p]_{(j)} \right)^{-1} \{\Delta \varepsilon^c\}_{(j)}$ — вектор, показывающий влияние ползучести, вычисляемый в ходе расчета в конце каждого j -го шага, $j = 1, \dots, k$.

Теперь, выражая векторы $\{\sigma\}_k$ и $\{\varepsilon^p\}_k$ из (12) через векторы $\{\sigma\}_k^{creep}$ и $\{\varepsilon^p\}_k^{creep}$, подставляем их в соотношение (11), которое в таком виде будет представлять собой линейное условие связи между приращениями векторов напряжений и пластических деформаций при расчете с учетом ползучести.

Блок-схема алгоритма решения системы (10) представлена на рис. 1. После задания общего для обоих типов нагружения приращения времени Δt_{k+1} в начале каждого шага для жесткого нагружения задают приращение полных де-

формаций $\{\Delta\varepsilon\}_{k+1}$, а для мягкого — приращение напряжений $\{\Delta\sigma\}_{k+1}$. Затем следуют этапы упругого и упругопластического расчетов и этап коррекции погрешности. При мягком нагружении, поскольку значения напряжений на текущем шаге можно получить сразу после задания приращения напряжений, деформации ползучести можно вычислить, используя новые значения напряжений. В случае жесткого нагружения при вычислении деформаций ползучести приходится использовать значения напряжений с предыдущего шага. Для уточнения деформаций ползучести и последующего расчета можно использовать внутренний итерационный процесс в блоках, отмеченных на рис. 1 двойным контуром. В ходе такого процесса после получения приращения напряжений происходит возврат на этап расчета приращений деформаций ползучести, которые вычисляем заново по новым значениям напряжений $\{\sigma\}_k + \{\Delta\sigma\}_{k+1}$.

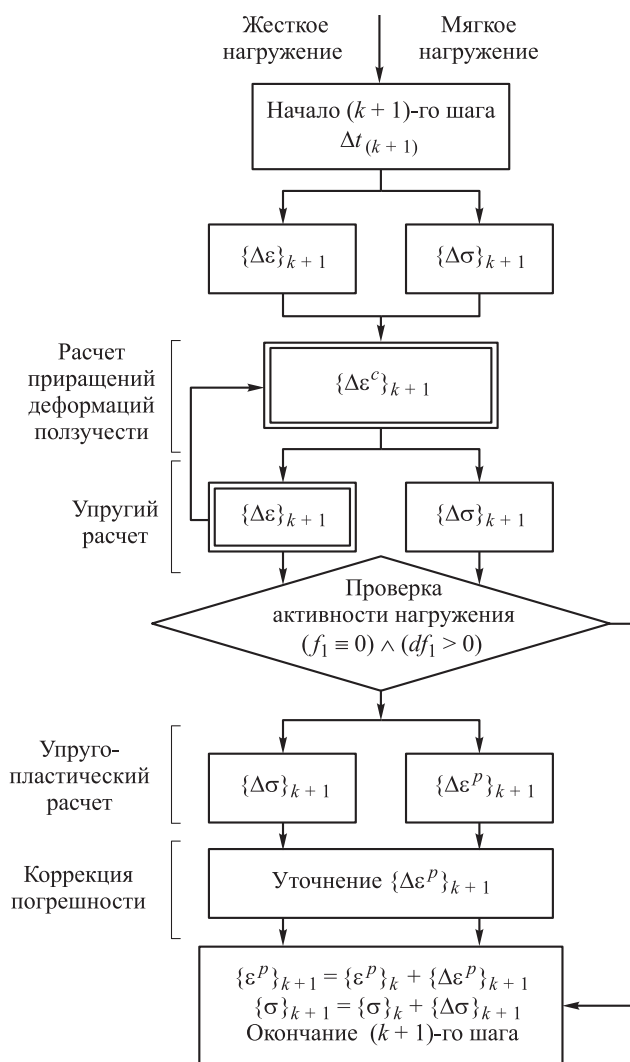


Рис. 1. Блок-схема алгоритма на шаге расчета

Определение параметров моделей. Для моделирования процессов упруго-пластического деформирования образцов с учетом ползучести необходимо располагать четырьмя функциональными зависимостями и тремя параметрами, представляющими собой характеристики упругопластического поведения материала: E , μ , $\sigma_T(\chi)$, $a(\chi)$, $K(J_2)$, m и $B(t)$. Первые два параметра описывают упругое поведение материала, следующие за ними три функциональные зависимости — пластическое, а последние параметр и функция — ползучесть. Все эти величины, кроме $B(t)$, зависят не только от конкретного материала, но и от температуры, при которой проводится эксперимент.

Для удобства дальнейшего практического применения модели важно, чтобы параметры материалов, необходимые для расчетов, определялись по как можно более простому набору экспериментов.

Рассмотрим методы определения параметров модели на основании базовых испытаний образцов из никелевого сплава IN738LC при четырех значениях температур: 24, 750, 850 и 950 °С. Значения модулей упругости и коэффициентов Пуассона сплава для этих температур приведены в таблице. Для получения необходимых параметров пластичности использованы данные простого циклического жесткого изотермического нагружения сплава IN738LC [8], а для определения параметров ползучести — кривые ползучести из работы [9].

Характеристики упругости и ползучести и экспериментальные данные жесткого циклического деформирования сплава IN738LC

T, °C	Параметры материала		Данные по жесткому циклическому деформированию		
			Размах полных деформаций $\Delta\epsilon$, %	Номер цикла	Номер цикла, принимаемого в качестве предельного
24	E, МПа	197 570	0,8	1; 1160	1160
			1,2	1; 85	85
	μ	0,27	1,4	1; 13	13
			1,6	1; 24	24
750	E, МПа	152 450	1,32	30	30
	μ	0,27	1,52	1; 5; 10; 20	20
	m	4,44	1,72	1; 9	9
850	E, МПа	149 650	1,2	1; 26	26
	μ	0,27	1,5	1; 23	23
	m	4,98	1,64	1; 12	12
950	E, МПа	139 370	-		
	μ	0,27			
	m	5,53			

Параметры пластичности. Определим параметры модели пластического течения при условии, что скорость процесса деформирования достаточно велика и временные эффекты можно не учитывать.

Уравнение поверхности (6) в условиях одноосного нагружения принимает вид

$$\frac{3}{2} \left(\frac{2}{3} \sigma_{11} - a \xi_{11} \right)^2 = (\sigma_T)^2. \quad (13)$$

Рассматривая кривую растяжения и последующего сжатия на каждом цикле нагружения для значения χ , достигаемого в точке A — смены направления нагружения этого цикла (рис. 2, a), получаем [3]

$$\sigma_T(\chi) = \frac{\sigma^+ + \sigma^-}{\sqrt{6}}; \quad a(\chi) = \frac{\sigma^+ - \sigma^-}{3\xi}, \quad (14)$$

где σ^+ — осевое напряжение в точке A ; σ^- — абсолютная величина значения осевых напряжений на полцикле сжатия в точке начала упругопластического деформирования B ; ξ — значение ξ_{11} , определяемое по A .

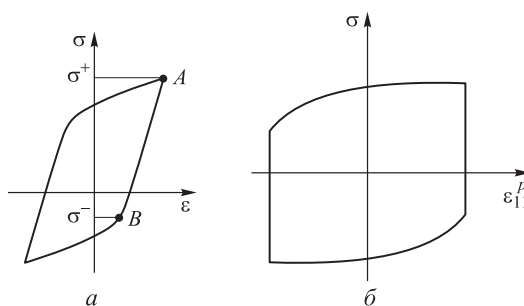


Рис. 2. Определение параметров пластичности

Вектор $\{\xi\}$ зависит от пластических деформаций и параметра $K(J_2)$, для получения которого рассмотрим предельный стабильный цикл (рис. 2, b) в плоскости напряжений и пластических напряжений, в котором положим параметр $a \equiv 1$.

В этом случае из (13) следует, что $2 \frac{d\sigma_T}{d\chi} \sigma_T = (2\sigma_{11} - 3\xi_{11}) \left(\frac{2}{3} \frac{d\sigma_{11}}{d\chi} - \frac{d\xi_{11}}{d\chi} \right)$, а значит,

так как в предельном стабильном цикле $\frac{d\sigma}{d\chi} \equiv 0$ и $\sigma_T \neq 0$,

$$\frac{2}{3} \frac{d\sigma_{11}}{d\chi} - \frac{d\xi_{11}}{d\chi} = 0.$$

Отсюда, используя соотношение $d\xi_{ij} = K(J_2) \frac{d\varepsilon_{ij}^p}{d\varepsilon_i^p} d\chi$, получаем

$$K(J_2) = \frac{2}{3} \frac{d\sigma_{11}}{d\varepsilon_{11}^p}. \quad (15)$$

Продемонстрируем процедуру определения параметров по ограниченному набору экспериментальных данных циклических испытаний образцов IN738LC при температуре $T = 750 \text{ }^\circ\text{C}$ [8]. В таблице приведены деформации и номера циклов, для которых показаны результаты эксперимента (участки кривых циклических диаграмм в работе [8]). Скорость деформирования для всех испытаний постоянна, $\dot{\varepsilon} = 10^{-3} \text{ с}^{-1}$.

По точкам смены направления деформирования (точка А, см. рис. 2, а) имеющихся циклов с разными деформациями строим зависимости $\sigma^+(\chi)$ и $\sigma^-(\chi)$ (рис. 3, а, значения $\sigma^+(\chi)$ показаны закрашенными точками, а значения $\sigma^-(\chi)$ — незакрашенными).

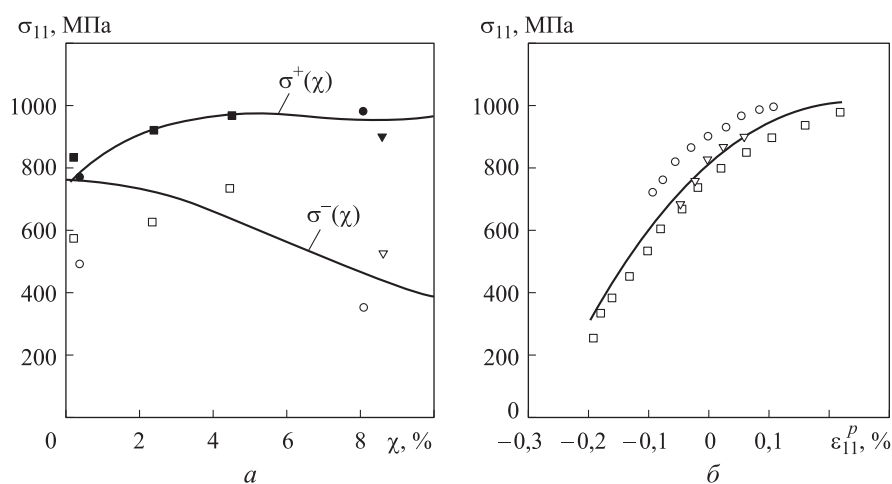


Рис. 3. Определение параметров пластичности сплава IN738LC: $\sigma^+(\chi)$ и $\sigma^-(\chi)$ (а); усредненная кривая предельного стабильного цикла (б); точки — эксперимент для разных размахов деформаций $\Delta\varepsilon$ (∇ , ∇ — 1,32 %; \blacksquare , \square — 1,52 %; \bullet , \circ — 1,72 %), сплошная кривая — аппроксимированные зависимости

По имеющимся участкам кривых циклов, взятых в качестве предельных, строим усредненную кривую предельного стабильного цикла в координатах $\varepsilon_{11}^p - \sigma_{11}$ (рис. 3, б). Точками обозначены данные эксперимента с разными размахами деформаций $\Delta\varepsilon$ (∇ — $\Delta\varepsilon = 1,32 \text{ %}$, \square — $\Delta\varepsilon = 1,52 \text{ %}$, \circ — $\Delta\varepsilon = 1,72 \text{ %}$), а сплошной кривой — полученная усредненная кривая, по которой с использованием (15) определяем параметр $K(J_2)$. Проходим по усредненной кривой деформирования предельного цикла с малым шагом по ε_{11}^p и в каждой i -й точке этого разбиения определяем $K(J_2^i) = \frac{2}{3} \frac{\sigma_{11}^{i+1} - \sigma_{11}^i}{\varepsilon_{11}^{p(i+1)} - \varepsilon_{11}^{pi}}$, $i = 1, \dots, N-1$, N — число точек разбиения (рис. 4, а). Полученная зависимость $K(J_2)$ представлена на рис. 4, б.

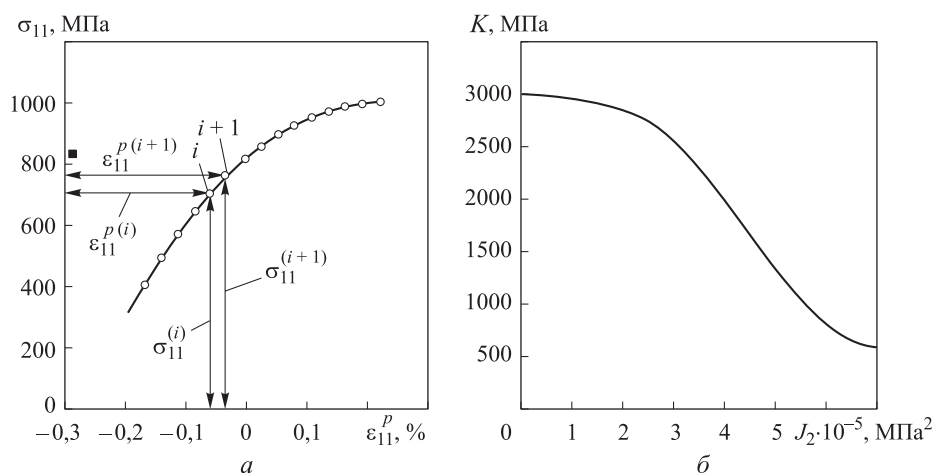


Рис. 4. Определение зависимости $K(J_2)$ сплава IN738LC

Теперь, используя $\sigma^+(\chi)$, $\sigma^-(\chi)$ (см. рис. 3, а) и определяя значение ξ по уже полученной зависимости $K(J_2)$ (рис. 4, б), находим $\sigma_t(\chi)$ и $a(\chi)$, согласно (14). Графики этих зависимостей приведены на рис. 5. Свойства сплава IN738LC для температур 24 и 850 °С определяем аналогично, используя данные жесткого циклического деформирования, размахи деформаций и номера имеющих циклов приведены в таблице.

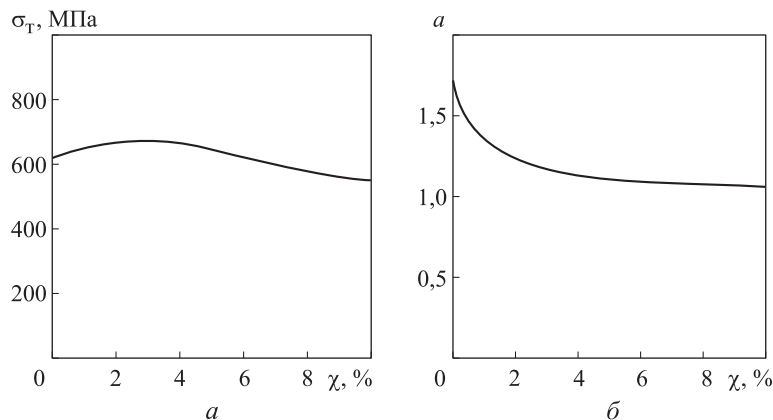


Рис. 5. Зависимости $\sigma_t(\chi)$ (а) и $a(\chi)$ (б) сплава IN738LC

Для температуры 950 °С имеем кривые циклического деформирования только для скорости деформирования $\dot{\varepsilon} = 10^{-5} \text{ с}^{-1}$. Эта скорость деформирования при такой температуре сплава IN738LC недостаточно высока, чтобы можно было пренебречь влиянием деформаций ползучести на кривые циклического деформирования. Таким образом, имеющиеся кривые не пригодны для определения параметров пластичности.

Параметры пластичности при 950 °С определяем масштабированием параметров для 750 °С, полагая, что для каждого значения температуры зависимости

$\sigma_T(\chi)$ и $K(J_2)$ можно представить в виде $\sigma_T(\chi) = \psi_1 \sigma_T^*(\chi)$, $K(J_2) = \psi_2 K^*(J_2)$, где ψ_1 и ψ_2 — коэффициенты, зависящие от температуры, а $\sigma_T^*(\chi)$ и $K^*(J_2)$ общие зависимости для всех значений температур.

Параметры ползучести. Параметры модели ползучести m и $B(t)$ материала IN738LC для $T = 950$ °С определены по приведенным на рис. 6 трем кривым ползучести из работы [9]. Поскольку функция $B(t)$ одинакова для всех кривых ползучести, а σ^m не зависит от времени, для деформаций ползучести из (7) следует соотношение

$$\varepsilon^c = \sigma^m \int B(t) dt. \quad (16)$$

Тогда для двух кривых ползучести $\varepsilon_1^c(t)$ и $\varepsilon_2^c(t)$ при каждом значении t должно выполняться равенство

$$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right)^m = \frac{\varepsilon_1^c(t)}{\varepsilon_2^c(t)},$$

σ_1 и σ_2 — уровни напряжений, соответствующие кривым ползучести $\varepsilon_1^c(t)$ и $\varepsilon_2^c(t)$. Таким образом, параметр m определим как медиану выборки, составленной из величин $\frac{\lg \varepsilon_1^c(t) - \lg \varepsilon_2^c(t)}{\lg \sigma_1 - \lg \sigma_2}$, полученных для некоторого набора значений t по имеющимся кривым ползучести. Из (16) при известном m определяем $B(t)$. На рис. 6 приведены расчетные кривые ползучести, построенные по полученным параметрам.

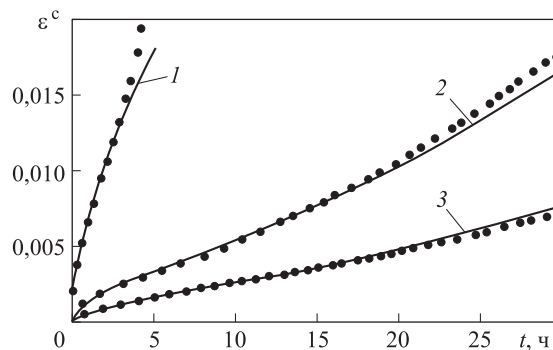


Рис. 6. Кривые ползучести сплава IN738LC при температуре 950 °С:

1–3 — $\sigma = 232, 180$ и 160 МПа соответственно (сплошная кривая — расчет, точки — эксперимент)

Зависимость $B(t)$ для материала IN738LC была принята одинаковой для всех температур. Значения m для температур 732 и 816 °С (см. таблицу) были получены с использованием этой зависимости $B(t)$ по техническим характеристикам сплава IN738LC [10].

Для промежуточных значений температур параметр m может быть определен путем линейной интерполяции.

Тестирование модели. Кривые деформирования сплава IN738LC для разных температур при одинаковой скорости деформирования $\dot{\epsilon} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}$ приведены на рис. 7, а на рис. 8 изображены кривые деформирования сплава IN738LC при температуре 950 °С для разных скоростей деформирования [8, 11].

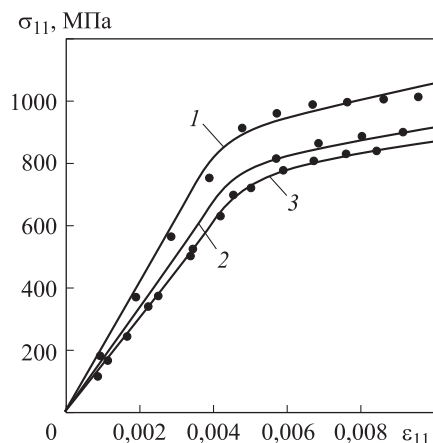


Рис. 7. Кривые деформирования сплава IN738LC при разных температурах: 1–3 — 24, 750 и 850 °С соответственно (сплошная кривая — расчет, точки — эксперимент)

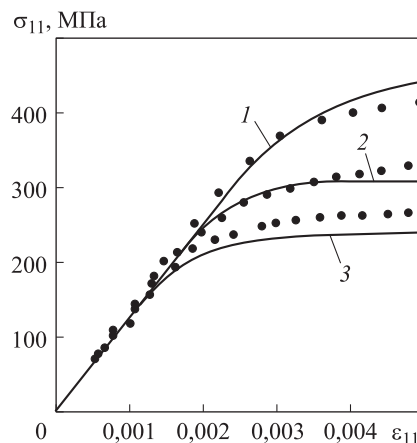


Рис. 8. Кривые деформирования сплава IN738LC при температуре 950 °С для разных скоростей деформирования: 1–3 — $\dot{\epsilon} = 2 \cdot 10^{-3}, 2 \cdot 10^{-4}$ и $2 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}$ соответственно (сплошная кривая — расчет, точки — эксперимент)

Моделирование испытаний образцов. Для верификации соотношений модели и алгоритмов расчета было выполнено моделирование процесса испытаний тонкостенных трубчатых образцов из сплава IN738LC.

Эскиз тонкостенного образца и размеры [12] показаны на рис. 9. Испытания были выполнены при деформировании таких образцов по разным траекториям: простым, сложным многозвенным в виде ромба и криволинейным по окружности траекториям для различных значений температур.

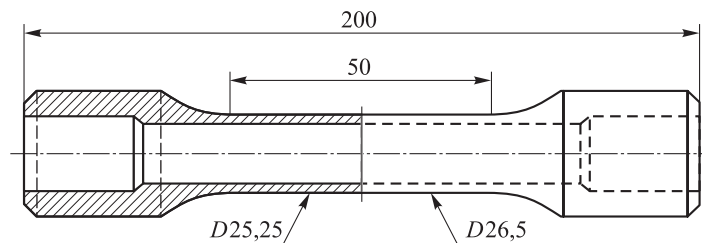


Рис. 9. Эскиз тонкостенного трубчатого образца

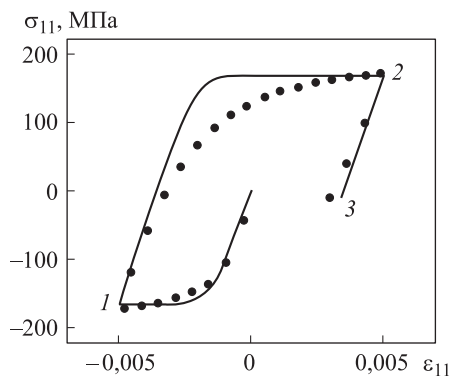


Рис. 10. Кривая циклического деформирования сплава IN738LC при температуре 950 °С (сплошная кривая — расчет, точки — эксперимент)

Расхождение между экспериментальными результатами и расчетом можно объяснить погрешностью при определении параметров пластичности для температуры 950 °С, которые ввиду отсутствия достаточного числа базовых испытаний были заданы путем масштабирования параметров для температуры 750 °С.

Сложные траектории деформирования. На рис. 11 приведены результаты моделирования процесса деформирования образца по многозвенной ломаной траектории в виде ромба, построенного в координатах $\varepsilon - \gamma/\sqrt{3}$ (рис. 11, а) при

Простые траектории деформирования. На рис. 10 приведена кривая жесткого изотермического циклического деформирования при температуре 950 °С и данные эксперимента [11]. Скорость деформирования составила $\dot{\varepsilon} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}$; амплитуда деформаций $\varepsilon_{\text{ампл}} = 0,005$. В первом полуцикле происходит сжатие до точки 1, затем растяжение до точки 2 и последующая разгрузка до точки 3.

Расхождение между экспериментальными результатами и расчетом можно объяснить погрешностью при определении параметров пластичности для температуры 950 °С, которые ввиду отсутствия достаточного числа базовых испытаний были заданы путем масштабирования параметров для температуры 750 °С.

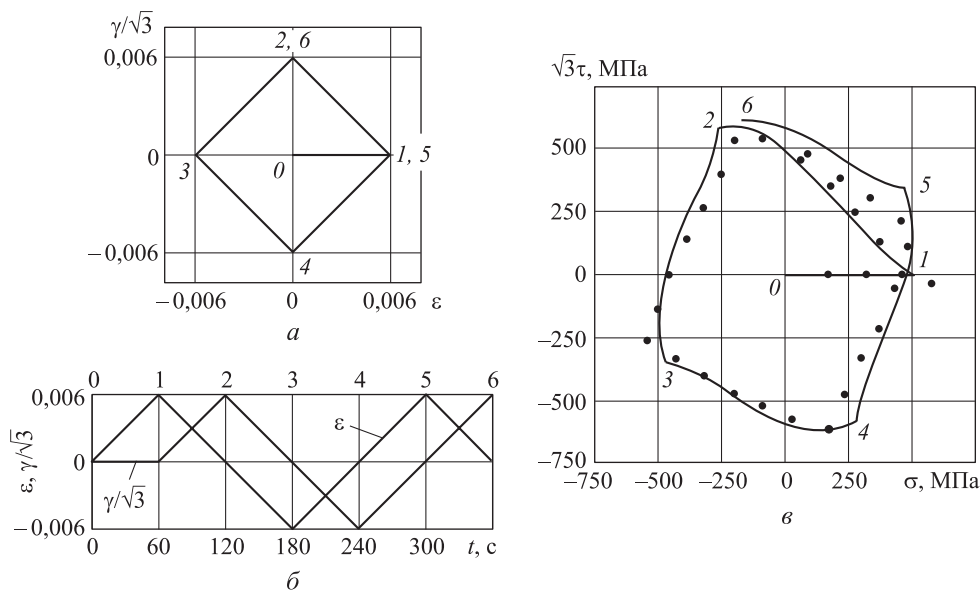


Рис. 11. Результаты моделирования процесса деформирования образца по траектории в виде ромба при температуре 850 °С:

а — траектория деформирования; б — зависимости осевых и сдвиговых деформаций от времени; в — траектория изменения напряжений (сплошная кривая — расчет, точки — эксперимент)

температуре 850 °С. Процесс деформирования начинается в точке 0, на первом звене траектории (0–1) происходит растяжение, далее одновременное сжатие и кручение, вначале в одном направлении (1–2), после в другом (2–3). На звеньях 3–4 и 4–5 происходит растяжение одновременно с кручением в одну и другую стороны, а деформирование на звене 5–6 повторяет деформирование на звене 1–2.

На рис. 11, б приведены зависимости осевых и сдвиговых деформаций от времени. Скорость деформирования составила $\dot{\epsilon} = 10^{-4} \text{ с}^{-1}$. Полученная в результате моделирования траектория изменения напряжений показана на рис. 11, в [12]. Моменты времени 0–6 (см. рис. 11, б) соответствуют точкам 0–6, отмеченным на рис. 11, а, в.

На рис. 12 представлены результаты моделирования процесса деформирования образцов по криволинейной траектории в виде окружности с центром в начале координат и радиусом $\epsilon_{\text{ампл}} = 0,006$, построенной в координатах $\epsilon - \gamma/\sqrt{3}$ (рис. 12, а) при трех разных значениях температуры (750, 850 и 950 °С).

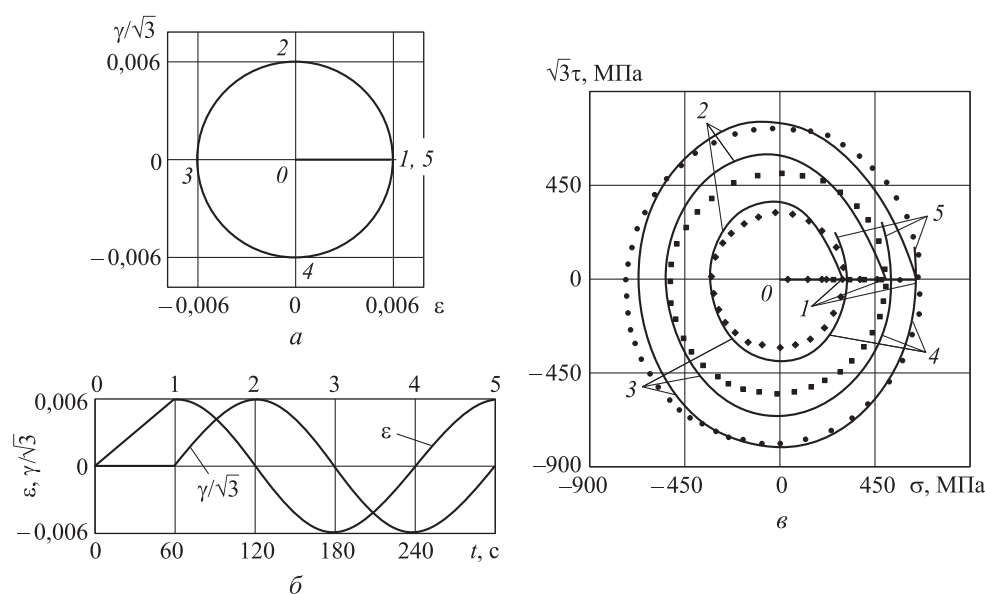


Рис. 12. Результаты моделирования процесса деформирования образца по траектории в виде окружности (●, ■ и ◆ — 750, 850 и 950 °С соответственно; а–в — см. рис. 11; сплошная кривая — расчет, точки — эксперимент)

Процесс деформирования начинается в точке 0, на первом звене траектории (0–1) происходит растяжение, далее одновременное сжатие и кручение, точка 1 совпадает с точкой 5. На рис. 12, б приведены зависимости осевых и сдвиговых деформаций от времени (скорость деформирования составила $\dot{\epsilon} = 10^{-4} \text{ с}^{-1}$), на рис. 12, в — траектории изменения напряжений [12]. Моменты времени 0–5 (см. рис. 12, б) соответствуют точкам 0–5, отмеченным на рис. 12, а, в.

На рис. 13 приведены результаты моделирования процесса деформирования по траектории в виде окружности (а) с выдержками $t_H = 120$ с (б) на втором цикле нагружения при температуре $T = 950$ °С, скорость деформирования составила $\dot{\epsilon} = 10^{-4}$ с $^{-1}$.

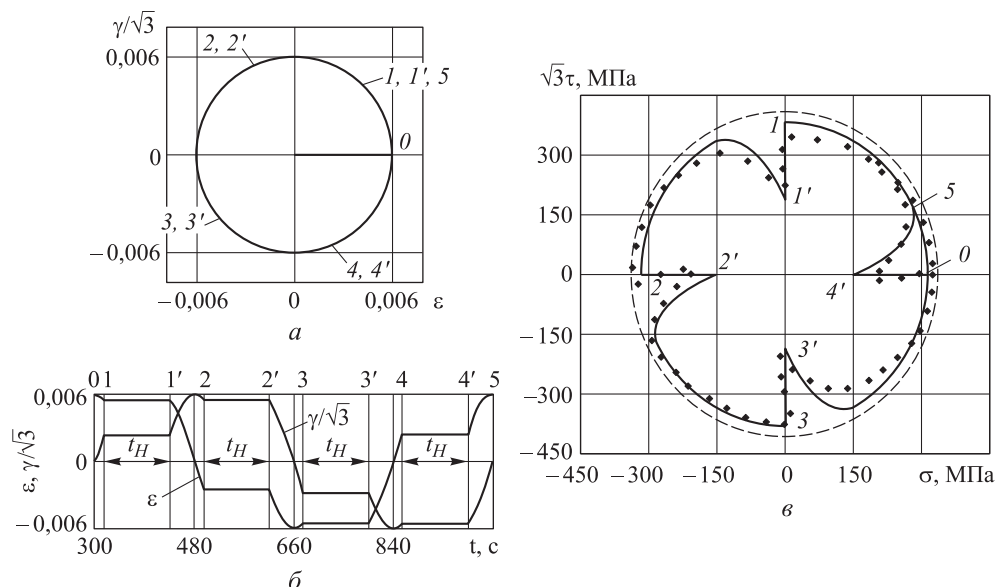


Рис. 13. Результаты моделирования процесса деформирования образца по траектории в виде окружности с выдержками при 950 °С (а-в — см. рис. 11; сплошная и штриховая кривые — расчет с учетом ползучести и без; точки — эксперимент)

Выдержки соответствуют участкам 1-1', 2-2', 3-3', 4-4' (см. рис. 13, б), на траектории деформирования эти участки отображаются в виде точки (начало и конец участка с выдержкой совпадают). На рис. 13, в приведена траектория изменения напряжений [9]. Моменты времени 0-5 и 1'-4' (см. рис. 12, б) соответствуют точкам 0-5 и 1'-4' (см. рис. 13, а, в). Учет ползучести в этом случае существенно влияет на траекторию изменения напряжений: понижает уровень напряжений и отражает нырки траектории, связанные с выдержками.

Выводы. Показана возможность применения модели упругопластического поведения материала типа Аругюняна — Вакуленко в сочетании с моделью ползучести типа течения процессов деформирования образцов из сплава IN738LC при повышенных постоянных температурах. Рассмотрены как простые, так и сложные траектории нагружения. Результаты моделирования хорошо совпадают с данными экспериментов при различных значениях температур и разных сложных траекториях нагружения: в виде ромба, концентрических окружностей и окружности с выдержками.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бондарь В.С. Неупругость. Варианты теории. М.: Физматлит, 2004. 144 с.
2. Демьянушко И.В., Темис Ю.М. К построению теорий пластического течения с анизотропным упрочнением для материалов, находящихся под воздействием физических полей // Известия АН СССР. МТТ. 1975. № 5. С. 111–119.
3. Темис Ю.М. Теория неадиабатического пластического течения с изотропным и анизотропным упрочнением // Машиностроение. Энциклопедия. Т. 1–3. Кн. 1. Динамика и прочность машин. Теория механизмов и машин. М.: Машиностроение, 1994. С. 227–231.
4. Темис Ю.М., Алхимов Д.А., Мартынова А.Д. Применение инвариантной теории пластического течения для моделирования процессов испытаний образцов при сложном упругопластическом деформировании // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2015. Т. 14. № 3-1. С. 24–36.
5. Арутюнян Р.А., Вакуленко А.А. О многократном нагружении упругопластической среды // Известия АН СССР. Сер. Механика. 1965. № 4. С. 53–61.
6. Качанов Л.М. Теория ползучести. М.: Физматгиз, 1960. 455 с.
7. Темис Ю.М. Самокорректирующийся шаговый метод решения нелинейных задач теории упругости и пластичности // Труды ЦИАМ. 1980. № 918. С. 1–24.
8. Radonovich D.C. Methods of extrapolating low cycle fatigue data to high stress amplitudes. Master Thesis. University of Central Florida, 2007. 135 p.
9. Bertram A., Olschewski J., Sievert R. Experimental and numerical investigations of thermal-mechanical behaviour of poly- and single-crystalline nickel-base superalloys // Arch. Mech. Warszawa. 1994. Vol. 46. No. 4. P. 413–429.
10. Shaw S.W. Nickel-base superalloys. Patent 4207098 USA. Publ. 10.06.1980.
11. Xijia Wu. Life prediction of gas turbine materials // Gas turbines, 2000. P. 215–282.
12. High-temperature behaviour of IN738LC under isothermal and thermo-mechanical cyclic loading / H. Frenz, J. Meersman, J. Ziebs, H.-J. Kuhn, R. Sievert, J. Olschewski // Material Science and Engineering: A. 1997. Vol. 230. No. 1-2. P. 49–57. DOI: 10.1016/S0921-5093(97)00025-7 URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0921509397000257>
13. Ziebs J., Meersmann J., Kuhn H.-J. Effects of proportional and nonproportional straining sequence on hardening/softening behaviour of IN738LC at elevated temperatures // Multiaxial Plasticity. Cachan-France, 1992. P. 224–255.

Темис Юрий Моисеевич — д-р техн. наук, профессор, начальник отдела Центрального института авиационного моторостроения имени П.И. Баранова (Российская Федерация, 111116, Москва, Авиамоторная ул., д. 2); профессор кафедры «Прикладная математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Худякова Анастасия Дмитриевна — инженер Центрального института авиационного моторостроения имени П.И. Баранова (Российская Федерация, 111116, Москва, Авиамоторная ул., д. 2); аспирантка кафедры «Прикладная математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Темис Ю.М., Худякова А.Д. Моделирование процессов изотермического упругопластического деформирования образцов при повышенной температуре // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2017. № 6. С. 49–67.

DOI: 10.18698/0236-3941-2017-6-49-67

SIMULATION OF HIGH-TEMPERATURE ISOTHERMAL ELASTO-PLASTIC DEFORMATION PROCESSES OF TESTING SAMPLES

Yu.M. Temis^{1,2}

tejoum@ciam.ru

A.D. Khudyakova^{1,2}

martynasty@yandex.ru

¹ Baranov Central Institute of Aviation Motor Development, Moscow, Russian Federation

² Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

The model of elastoplastic behaviour of a material with account taken of creep is applied to modeling of isothermal processes of testing samples at high temperatures. In our research we obtained the dependences of the relationship between the increments of elastic and plastic deformations and creep strains with stress increments according to the relations of flow theories. This paper shows some features of the software implementation of the model, taking into account the error correction for calculation beyond the elastic limit. We developed methods for determining the plasticity and creep parameters for a model of the Arutyunyan — Vakulenko type and creep flow type models. We carried out the sample loading modeling along the trajectories of deformation changes for different values of the constant temperatures, including elevated temperatures, at which creep effects are manifested

Keywords

Plasticity, plastic flow, complex deformation, stress-strain state, mechanical tests, tube specimen

Received 06.04.2017

© BMSTU, 2017

REFERENCES

- [1] Bondar' V.S. Neuprugost'. Varianty teorii [Inelasticity. Theory variants]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2004. 144 p.
- [2] Dem'yanushko I.V., Temis Yu.M. To the theorization of plastic yield with anisotropic hardening for materials under physical field impact. *Izvestiya AN SSSR. MTT*, 1975, no. 5, pp. 111–119 (in Russ.).
- [3] Temis Yu.M. Teoriya neizotermicheskogo plasticheskogo techeniya s izotropnym i anizotropnym uprochneniem. Mashinostroenie. Entsiklopediya. Vol. 1–3. Kn. 1. Dinamika i prochnost' mashin. Teoriya mekhanizmov i mashin [Nonisothermal plastic yield theory with isotropic and anisotropic hardening. In: Mechanical engineering. Encyclopedia. Vol. 1–3. P. 1. Machine dynamics and durability. Theory of machines and mechanisms]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1994. Pp. 227–231.

- [4] Temis Yu.M., Alkhimov D.A., Martynova A.D. Application of the invariant plastic flow theory for mathematical modeling of the processes of testing specimens under complex elastic-plastic deformation. *Vestnik Samarskogo universiteta. Aerokosmicheskaya tekhnika, tekhnologii i mashinostroenie*, 2015, vol. 14, no. 3-1, pp. 24–36 (in Russ.).
- [5] Arutyunyan R.A., Vakulenko A.A. On repetitive loading of elastic-plastic medium. *Izvestiya AN SSSR. Ser. Mekhanika*, 1965, no. 4, pp. 53–61 (in Russ.).
- [6] Kachanov L.M. *Teoriya polzuchesti [Creep theory]*. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1960. 455 p.
- [7] Temis Yu.M. Self-correcting step-by-step method for solving non-linear problems of elasticity and plasticity theory. *Trudy TsIAM*, 1980, no. 918, pp. 1–24 (in Russ.).
- [8] Radonovich D.C. Methods of extrapolating low cycle fatigue data to high stress amplitudes. Master Thesis. University of Central Florida, 2007. 135 p.
- [9] Bertram A., Olschewski J., Sievert R. Experimental and numerical investigations of thermal-mechanical behaviour of poly- and single-crystalline nickel-base superalloys. *Arch. Mech. Warszawa*, 1994, vol. 46, no. 4, pp. 413–429.
- [10] Shaw S.W. Nickel-base superalloys. Patent 4207098 USA. Publ. 10.06.1980.
- [11] Xijia Wu. Life prediction of gas turbine materials. In: *Gas turbines*, 2000. Pp. 215–282.
- [12] Frenz H., Meersman J., Ziebs J., Kuhn H.-J., Sievert R., Olschewski J. High-temperature behaviour of IN738LC under isothermal and thermo-mechanical cyclic loading. *Material Science and Engineering: A*, 1997, vol. 230, no. 1-2, pp. 49–57.
DOI: 10.1016/S0921-5093(97)00025-7
Available at: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0921509397000257>
- [13] Ziebs J., Meersmann J., Kuhn H.-J. Effects of proportional and nonproportional straining sequence on hardening/softening behaviour of IN738LC at elevated temperatures. In: *Multiaxial Plasticity*. Cachan-France, 1992, pp. 224–255.

Temis Yu.M. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Department, Baranov Central Institute of Aviation Motor Development (Aviamotornaya ul. 2, Moscow, 111116 Russian Federation); Professor of Applied Mathematics Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Khudyakova A.D. — engineer, Baranov Central Institute of Aviation Motor Development (Aviamotornaya ul. 2, Moscow, 111116 Russian Federation); post-graduate student of Applied Mathematics Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Bauman-skaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Temis Yu.M., Khudyakova A.D. Simulation of High-Temperature Isothermal Elasto-Plastic Deformation Processes of Testing Samples. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Mashinost.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Mech. Eng.], 2017, no. 6, pp. 49–67. DOI: 10.18698/0236-3941-2017-6-49-67