

РАСЧЕТ ЗАКЛИНИВАНИЯ ПРИ УПОРЕ ВЕРШИН ЗУБЬЕВ КОЛЕС В ВОЛНОВОЙ ПЕРЕДАЧЕ

Г.А. Тимофеев
В.Б. Тарабарин

timga@bmstu.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Волновая зубчатая передача — это разновидность планетарной зубчатой передачи с внутренним зацеплением и малой разностью чисел зубьев колес, поэтому проблема исключения заклинивания в планетарных зубчатых передачах столь же важна и для волновых передач. Высокие качественные показатели волновой зубчатой передачи могут быть получены только в случае отсутствия заклинивания в зубчатых зацеплениях. Поэтому задача определения и исключения заклинивания в зацеплениях волновой зубчатой передачи на стадии проектирования является актуальной. Приведены результаты оригинального теоретического исследования заклинивания в кинематических и силовых волновых зубчатых передачах с дисковыми генераторами волн внутреннего деформирования и кольцевыми генераторами волн внешнего деформирования. Использование результатов исследования позволит на стадии проектирования исключить заклинивание зубьев колес волновых зубчатых передач

Ключевые слова

Электромеханический привод, волновая зубчатая передача, заклинивание зубьев, гибкое и жесткое зубчатые колеса, генератор волн

Поступила в редакцию 26.01.2016

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016

Теоретические, экспериментальные исследования и эксплуатация волновых зубчатых передач (ВЗП) показывают [1–8], что они нормально работают в электромеханических приводах в течение всего расчетного периода времени с высокими качественными показателями по точности, КПД, статическим моментам трения и крутильной жесткости при условии правильного проектирования и изготовления. А выходят из строя как из-за нарушения условий усталостной прочности гибкого колеса [6, 9], превышения предельного момента нагрузки [9, 10], так и вследствие заклинивания зубьев неверно рассчитанного зацепления ВЗП [5, 6, 8, 11, 12]. Поэтому целью настоящей работы является создание методики расчета геометрии ВЗП, обеспечивающей определение и устранение заклинивания зубьев.

Зубчатое зацепление в волновой передаче относится к внутренним зацеплениям с малой разностью в числах зубьев колес. В этом виде зацепления опасным является заклинивание при упоре вершин зубьев колес на входе зуба колеса с внешними зубьями во впадину сопряженного колеса (рисунок). Устранить этот вид заклинивания можно, правильно выбирая параметры геометрии зацепле-

ния — коэффициенты смещения, высоту зуба и угол зацепления [5, 6, 8, 9]. Если в передачах с дисковыми или кольцевыми генераторами волн и эвольвентными профилями зубьев расчет геометрии зацепления выполняется по формулам внутреннего эвольвентного зацепления, а вход зуба во впадину осуществляется на участке постоянной кривизны деформированной срединной линии гибкого колеса, то для расчета передачи на заклинивание можно использовать известные зависимости для внутреннего зацепления [5, 9]. Выполнение этих условий возможно при угле $\beta = 45...60^\circ$. При меньших значениях угла β зуб колеса входит во впадину за пределами участка постоянной кривизны, и в этом случае необходимо использовать для расчета заклинивания другие методы, например графоаналитический [6]. Однако графоаналитический метод сложен, так как требует трудоемких построений, кроме того, этот метод разработан только для передач внутреннего деформирования. Далее рассматривается аналитический метод расчета заклинивания, пригодный как при внутреннем, так и при внешнем деформировании для любых значений угла β .

Момент начала входа зуба колеса во впадину определяется координатами точки пересечения кривых вершин зубьев. Поскольку кривая вершин зубьев колес — эквидистанта деформированной срединной линии, то ее уравнение приближенно можно записать, используя картину волновых зацеплений (см. рисунок), следующим образом:

$$\rho_a \approx r_{c.r} + w(\varphi) \pm \frac{h_s}{\cos\theta(\varphi)}, \quad (1)$$

где ρ_a — радиус-вектор точки кривой вершин деформированного гибкого зубчатого венца; $r_{c.r}$ — радиус срединной линии недеформированного гибкого колеса; $w(\varphi)$ — радиальное перемещение точки срединной линии с угловой координатой φ на исходной кривой; h_s — кратчайшее расстояние от срединной линии до вершины зуба; $\theta(\varphi)$ — угол между радиус-вектором точки на деформированной срединной линии и нормалью к ней в той же точке.

Формула (1) и все последующие, содержащие двойные знаки арифметических действий, — объединенные. Верхний знак относится к внутреннему деформированию гибкого колеса дисковым генератором волн, нижний — к внешнему деформированию кольцевым генератором волн.

Учитывая, что угол $\theta(\varphi)$ в реальных передачах мал, то $\cos\theta(\varphi) \approx 1$ и, следовательно,

$$\rho_a = r_{c.r} + w(\varphi) \pm h_s. \quad (2)$$

Угловая координата точки пересечения кривой вершин зубьев гибкого колеса с окружностью вершин зубьев жесткого колеса определяется из уравнения

$$r_{a.ж} = r_{c.r} + w(\varphi) \pm h_s \quad (3)$$

относительно φ .

Связь между координатным углом φ рассматриваемой точки K на исходной срединной линии и координатным углом φ_1 соответствующей ей точки K' на деформированной срединной кривой определяется зависимостью

$$\varphi_1 \approx \varphi + \frac{v(\varphi)}{r_{c.r} + w(\varphi)}, \quad (4)$$

где $v(\varphi)$ — тангенциальное перемещение точки K в результате деформирования гибкого колеса.

Для определения угловой координаты точки пересечения кривых вершин φ_1 пересчитываем значение угла φ , полученное из уравнения (3), по формуле (4).

Рассмотрим ВЗП с остановленным генератором волн (см. рисунок). При переходе зубьев колес из положения I, соответствующего расположению зубьев на большой (малой) оси генератора волн, когда ось зуба гибкого колеса совпадает с осью впадин жесткого колеса, в положение II, когда профильная точка F вершины зуба жесткого колеса попадет в точку L , вал жесткого колеса повернется на угол $\varphi_{ж}$, а вал гибкого — на угол $\varphi_{г}$. Поскольку передаточное отношение от вала гибкого колеса к валу жесткого при остановленном генераторе волн определяется отношением

$$\frac{\varphi_{ж}}{\varphi_{г}} = \frac{\omega_{ж}}{\omega_{г}} = \frac{z_{г}}{z_{ж}},$$

то

$$\varphi_{г} = \frac{z_{ж}}{z_{г}} \varphi_{ж}. \quad (5)$$

Радиус-вектор точки F при этом повернется на угол $\varphi_{ж}$ и займет положение с угловой координатой φ_1 , причем

$$\varphi_1 = \varphi_{ж} \pm \frac{e_{аж}}{2r_{аж}}, \quad (6)$$

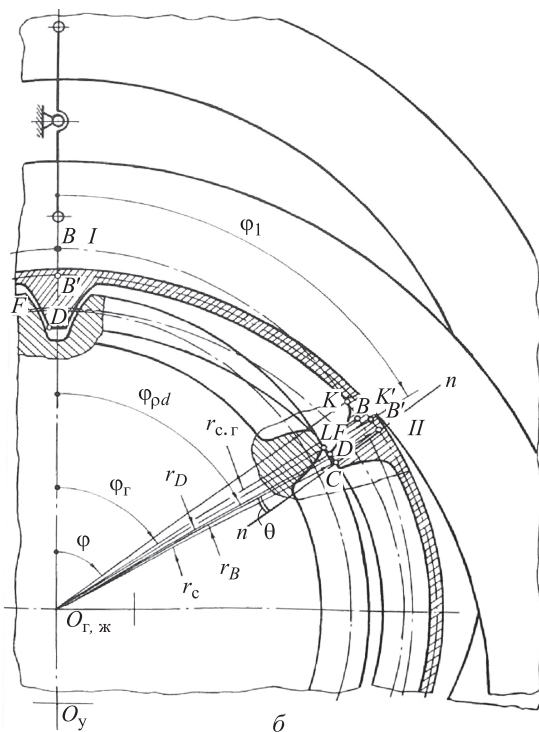
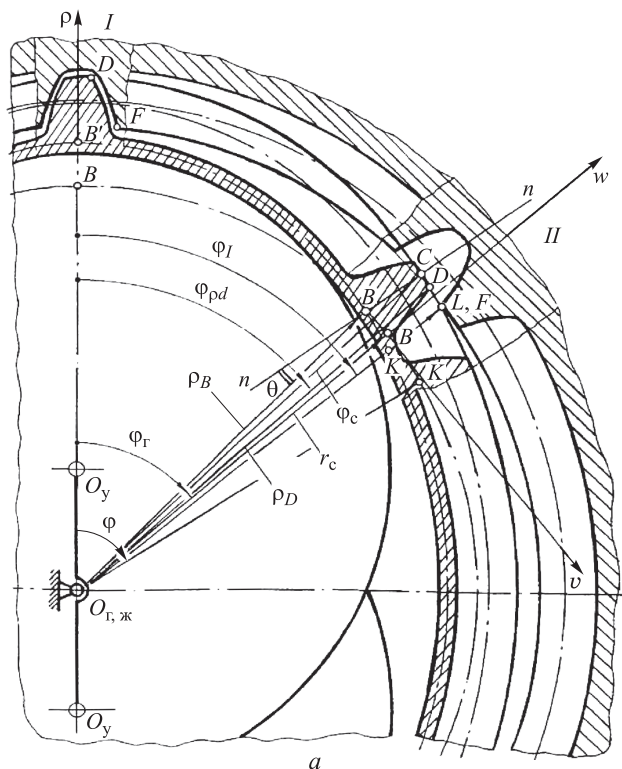
где $e_{аж} = p_{аж} - s_{аж}$ — ширина впадины по окружности вершин жесткого колеса, $p_{аж}$ — шаг по дуге окружности вершин жесткого колеса, $s_{аж}$ — толщина зуба по окружности вершин жесткого колеса.

Радиус-вектор профильной точки D вершины зуба гибкого колеса, в свою очередь, повернется на некоторый угол $\varphi_{рг}$, соответствующий повороту вала гибкого колеса на угол $\varphi_{г}$, и окажется в положении с угловой координатой $\varphi_{рд}$, при этом

$$\varphi_{рг} \approx \varphi + \frac{v(\varphi_{г})}{r_{c.r} + w(\varphi_{г})} + \frac{h_s \sin \theta(\varphi_{г})}{r_{c.r} + w(\varphi_{г}) \pm h_s}, \quad (7)$$

а так как угол $\theta(\varphi_{г})$ мал, то

$$\varphi_{рд} \approx \varphi_{г} + \frac{v(\varphi_{г})}{r_{c.r} + w(\varphi_{г})} + \frac{h_s \theta(\varphi_{г})}{r_{c.r} + w(\varphi_{г}) \pm h_s}, \quad (8)$$



Геометрическая картина зацепления ВЗП с дисковым (а) и кольцевым (б) генераторами волн

Окончательное выражение для угловой координаты φ_{pd} имеет вид

$$\varphi_{pd} \approx \varphi_r + \frac{v(\varphi_r)}{r_{c,r} + w(\varphi_r)} + \frac{h_s \theta(\varphi_r) + 0,5s_{ar}}{r_{c,r} + w(\varphi_r) \pm h_s}. \quad (9)$$

Условие отсутствия заклинивания при упоре вершин зубьев колес на входе в зацепление выражается неравенством

$$\varphi_{pd} \gtrless \varphi_l, \quad (10)$$

где верхний знак отношения — для дискового генератора волн, а нижний — для кольцевого генератора волн.

При расчете ВЗП с дисковым или кольцевым генератором волн используются следующие зависимости для угла $\theta(\varphi)$ радиальных $w(\varphi)$ и тангенциальных $v(\varphi)$ перемещений, выведенные без учета влияния нагрузки:

$$w(\varphi) = \pm w_0 \frac{A \cos \varphi - B}{A - 3}; \quad (11)$$

$$v(\varphi) = \mp \frac{w_0}{A - B} (B\varphi - A \sin \varphi); \quad (12)$$

$$\theta(\varphi) = \mp \frac{1}{r_{c,r}} \left(\frac{A w_0}{A - B} \right) \sin \varphi \quad (13)$$

— для участка постоянной кривизны $\varphi \leq \beta$;

$$w(\varphi) = \pm \frac{w_0}{A - B} \left[(1 + \sin^2 \beta) \sin \varphi + \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right) \cos \varphi - 2 \sin \beta - B \right]; \quad (14)$$

$$v(\varphi) = \pm \frac{w_0}{(A - B)} \times$$

$$\times \left[(2 + \sin^2 \beta) \cos \varphi + \left(\varphi - \frac{\pi}{2} \right) \sin \varphi + \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right) (2 \sin \beta + B) \right]; \quad (15)$$

$$\theta(\varphi) \approx \pm \frac{w_0}{r_{c,r}} \frac{1}{(A - B)} \left[\sin^2 \beta \cos \varphi - \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right) \sin \varphi \right] \quad (16)$$

— для участка переменной кривизны $\frac{\pi}{2} > \varphi > \beta$, где $A = \frac{\pi}{2} - \beta - \sin \beta \cos \beta$;

$$B = \frac{4\beta}{\pi} \sin \beta + \frac{4}{\pi} \cos \beta - 2 \sin \beta.$$

В сильно нагруженных передачах, проверяя заклинивание, целесообразно использовать зависимости для перемещений, учитывающие влияние нагрузки на форму деформированного зубчатого венца гибкого колеса, например, из работ [8, 13].

Параметры $\rho_{аж}$, $s_{аж}$, $s_{ат}$ определяются с учетом особенностей расчета ВЗП при использовании понятия условного расчетного колеса z_y по известным формулам внутреннего эвольвентного зацепления [5, 9].

Поскольку выражение для определения перемещений $w(\varphi)$, $v(\varphi)$ и $\theta(\varphi)$ достаточно сложны, то расчет заклинивания целесообразно проводить на ЭВМ.

Предложенный расчет универсален, так как позволяет проверять заклинивание как на участке переменной, так и постоянной кривизны. Возможно использование предложенного метода для проверки заклинивания и при учете «пространственности» зацепления [6], когда гибкое колесо выполнено в виде трубы или стержня с зубьями, нарезанными в недеформированном состоянии. Расчет необходимо выполнять для ряда торцевых сечений по длине зуба гибкого зубчатого венца, подставляя каждый раз в расчетные формулы соответствующие значения $w(\varphi)$, $v(\varphi)$, $\theta(\varphi)$. Значение $s_{ат}$ при этом необходимо подсчитывать с учетом того, что зубья обрабатываются в недеформированном состоянии.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Геращенко А.Н., Постников В.А., Самсонович С.Л.* Пневматические, гидравлические и электрические приводы летательных аппаратов на основе волновых исполнительных механизмов. М.: Изд-во МАИ-Принт, 2010. 548 с.
2. *Перспективы и проблемы создания электромеханических силовых мини-приводов для нового поколения ЛА / А.В. Левин, С.Л. Самсонович, В.С. Степанов, М.В. Борисов, Н.В. Крылов // Авиационная промышленность. 2013. № 3. С. 8–13.*
3. *Крайнев А.Ф.* Механика машин. Фундаментальный словарь. М.: Машиностроение, 2000. 904 с.
4. *Теория механизмов и механика машин / К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов, Г.А. Тимофеев.* М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. 654 с.
5. *Тимофеев Г.А.* Разработка методов расчета и проектирование волновых зубчатых передач для приводов следящих систем. Дис. ... д-ра техн. наук. М.: ИМАШ РАН, 1997. 358 с.
6. *Шувалов С.А.* Теория и автоматизированное проектирование волновых зубчатых передач. Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. М.: МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1986. 28 с.
7. *Костиков Ю.В., Тимофеев Г.А., Фурсяк Ф.И.* Новое в проектировании волновых зубчатых передач // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2012. № 12. С. 3–6.
8. *Полетучий А.И.* Теория и конструирование высокоэффективных волновых зубчатых механизмов. Харьков: ХАИ им. М. Жуковского, 2005. 675 с.
9. *Тарабарин В.Б.* Исследование волновых дифференциальных механизмов для следящих приводов. Дис. ... канд. техн. наук. М.: МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1976. 172 с.
10. *Полетучий А.И., Стеценко Я.А.* Оптимизация параметров волновой зубчатой передачи по предельному вращающему моменту // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. 2007. № 37. С. 73–79.
11. *Люминарский С.Е., Люминарский И.Е.* Исследование интерференции зубьев в нагруженной волновой передаче // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2015. № 4. С. 12–19.

12. Стрельников В.Н., Суков Г.С., Сурков М.Г. Устранение интерференции зубьев в крупной волновой передаче // Вестник национального технического университета ХПИ. 2013. № 41. С. 133–146.

13. Ковалев Н.А. Расчет упругой линии гибкого колеса зубчатой волновой передачи с дисковым волнообразователем // Вестник машиностроения. 1974. № 10. С. 17–18.

Тимофеев Геннадий Алексеевич — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой «Теория механизмов и машин» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5).

Тарабарин Валентин Борисович — канд. техн. наук, доцент кафедры «Теория механизмов и машин» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бау-манская ул., д. 5).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Тимофеев Г.А., Тарабарин В.Б. Расчет заклинивания при упоре вершин зубьев колес в волновой передаче // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2016. № 5. С. 68–75. DOI: 10.18698/0236-3941-2016-5-68-75

CALCULATIONS OF JAMMING WHEN WHEEL TEETH TOPS STOP IN THE WAVE GEAR

G.A. Timofeev
V.B. Tarabarin

timga@bmsu.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

The wave gear is a kind of the planetary gear with the internal gearing and a small difference in the number of wheel teeth, so the problem of eliminating jamming in the planetary gear is very important for the wave gear as well. High-quality performance of the wave gear can only be obtained in the absence of jamming in the toothing. Therefore, the task of identifying and eliminating jamming in the wave gear at the design stage is essential. The article gives the results of the original theoretical study into jamming in kinematic and power wave gears with disc oscillators of the internal deformation waves and ring oscillators of the external deformation waves. The findings of this study will enable us to eliminate jamming of the wheel teeth in wave gears at the design stage

Keywords

Electromechanical drive, wave gear, teeth jamming, flexible and rigid gears, wave generator

REFERENCES

[1] Gerashchenko A.N., Postnikov V.A., Samsonovich S.L. Pnevmaticheskie, gidravlicheskie i elektricheskie privody letatel'nykh apparatov na osnove volnovykh ispolnitel'nykh mekhanizmov [Pneumatic, hydraulic and electric actuators aircraft based on wave actuators]. Moscow, MAI-PRINT, 2010. 126 p.

[2] Levin A.V., Samsonovich S.L., Stepanov V.S., Borisov M.V., Krylov N.V. Prospects and problems of developing electromechanical power minidrives for a new generation of flying vehicles. *Aviatsionnaya promyshlennost'* [Aviation Industry], 2013, no. 3, pp. 8–13 (in Russ.).

- [3] Kraynev A.F. *Mekhanika mashin. Fundamental'nyy slovar'* [Mechanics of machines. Fundamental dictionary]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2000. 904 p.
- [4] Frolov K.V., Popov S.A., Musatov A.K., Timofeev G.A. *Teoriya mekhanizmov i mekhanika mashin* [Theory of mechanisms and mechanics of machines]. Moscow, MGTU im. N.E. Bauman Publ., 2012. 654 p.
- [5] Timofeev G.A. *Razrabotka metodov rascheta i proektirovanie volnovykh zubchatykh peredach dlya privodov sledyashchikh system*. Diss. dokt. tekhn. nauk [Development of methods of calculation and design of wave gear drives for servo systems. Dr. tech. sci. diss.]. Moscow, 1997. 358 p.
- [6] Shuvalov S.A. *Teoriya i avtomatizirovannoe proektirovanie volnovykh zubchatykh peredach*. Avtoreferat diss. dokt. tekhn. nauk [Theory and computer-aided design wave gears. Dr. tech. sci. diss. abstr.]. Moscow, 1986. 28 p.
- [7] Kostikov Yu.V., Timofeev G.A., Fursyak F.I. New in wave gears designing. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved., Mashinostr.* [Proc. of Higher Educational Institutions. Machine Building], 2012, no. 12, pp. 3–6 (in Russ.).
- [8] Poletuchiy A.I. *Teoriya i konstruirovaniye vysokoeffektivnykh volnovykh zubchatykh mekhanizmov* [Theory and design of high-performance wave gear mechanisms]. Khar'kov, KhAI im. M. Zhukovskogo Publ., 2005. 675 p.
- [9] Tarabarin V.B. *Issledovaniye volnovykh differentsial'nykh mekhanizmov dlya sledyashchikh privodov*. Diss. kand. tekhn. nauk [Research of wave differential mechanisms for servo drives. Cand. tech. sci. diss.]. Moscow, 1976. 172 p.
- [10] Poletuchiy A.I., Stetsenko Ya.A. Optimization parameters of the wave gear torque limit. *Otkrytye informatsionnye i komp'yuternye integrirovannyye tekhnologii* [Public information and computer integrated technologies], 2007, no. 37, pp. 73–79 (in Russ.).
- [11] Lyuminarskiy S.E., Lyuminarskiy I.E. Analysis of meshing interference in a loaded harmonic drive. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved., Mashinostr.* [Proc. of Higher Educational Institutions. Machine Building], 2015, no. 4, pp. 12–19 (in Russ.).
- [12] Strel'nikov V.N., Sukov G.S., Surkov M.G. Elimination of interference of teeth in a large wave transmission. *Vestnik nats. tekhn. Univ. "KhPI"* [Bulletin of National Technical University "KPI"], 2013, no. 41, pp. 142–146 (in Russ.).
- [13] Kovalev N.A. The calculation of the elastic line of the wave gear flexible wheel with disc wave generator. *Vestn. Mashinostr.* [Russ. Eng. Res.], 1974, no. 10, pp. 17–18 (in Russ.).

Timofeev G.A. — Dr. Sci. (Eng.), Professor Head of Theory of Mechanisms and Machines Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation).

Tarabarin V.B. — Cand. Sci. (Eng.), Assoc. Professor of Theory of Mechanisms and Machines Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Timofeev G.A., Tarabarin V.B. Calculations of Jamming when Wheel Teeth Tops Stop in the Wave Gear. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Bauman, Mashinostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Mech. Eng.], 2016, no. 5, pp. 68–75.

DOI: 10.18698/0236-3941-2016-5-68-75