

## К РАСЧЕТУ ГЛАВНОГО ВЕКТОРА И ГЛАВНОГО МОМЕНТА СИЛ СВЕТОВОГО ДАВЛЕНИЯ НА СОЛНЕЧНЫЙ ПАРУС

**В.Н. Зимин, Н.А. Неровный**

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация  
e-mail: zimin@bmstu.ru; nick.nerovny@bmstu.ru

*Рассмотрена задача по определению главного вектора и главного момента от силы светового давления, действующего на солнечный парус выпуклой формы, в общей аналитической постановке. Получены выражения, позволяющие при определении главных вектора и момента отделить описание формы поверхности солнечного паруса в совокупности с его оптическими параметрами от учета его пространственной ориентации относительно падающих солнечных лучей. Получены поправки для учета влияния линейной зависимости коэффициента зеркального отражения материала паруса от его объемной деформации. Приведенные тензорные выражения возможно использовать для описания нагрузок на любые тела, на которые действует световое давление.*

**Ключевые слова:** солнечный парус, световое давление, коэффициент отражения, оптические характеристики, главный вектор, главный момент.

## TO THE CALCULATION OF THE MAIN VECTOR AND THE MAIN MOMENTUM OF LIGHT PRESSURE FORCE ON A SOLAR SAIL

**V.N. Zimin, N.A. Nerovny**

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation  
e-mail: zimin@bmstu.ru; nick.nerovny@bmstu.ru

*The article examines the problem of analytical determination of light pressure resultant vector and principal moment for the solar sail of convex shape. The resultant vector and principal moment and its light pressure equations make it possible to separate the description of solar sail shape surface with its optical characteristics from its spatial orientation relative to incident sun rays. We also obtained correction data which helped to consider the linear dependence of sail material reflectivity on its volumetric strain. The resulted tensor equations can be used to determine the load on any bodies under light pressure.*

**Keywords:** solar sail, light pressure, reflectivity coefficient, optical characteristics, resultant vector, principal moment.

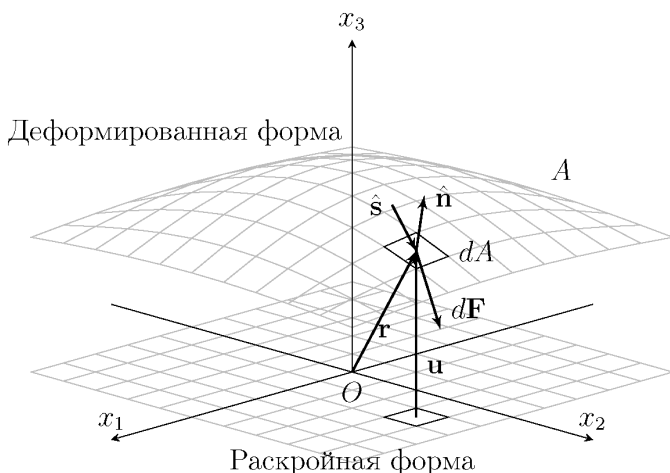
Солнечные паруса являются одним из перспективных и активно развивающихся направлений в современной космонавтике [1]. Для уточнения исходных данных для баллистических расчетов, создания систем управления динамикой солнечных парусов вокруг центра масс, для определения уточненного напряженно-деформированного и теплового состояний солнечных парусов, равно как и для любых других космических аппаратов, на поведение которых существенное влияние оказывает солнечное давление, необходима более точная модель светового давления, которая бы учитывала несовершенство оптических характеристик, формы парусов, другие факторы [1, 2].

Основной работой, в которой был проведен первый систематический учет несовершенств оптических характеристик тонкопленочных материалов солнечных парусов, является работа Р. Форварда [3]. Ранее было показано, что оптические характеристики тонкопленочных материалов могут изменяться при механическом нагружении пленки [4]. В предыдущей работе [5] было представлено решение задачи об определении деформированной формы лопасти роторного солнечного паруса при рассмотрении совместного действия центробежных сил и светового давления с учетом линейной зависимости коэффициента отражения от растягивающих напряжений. Показано, что данный эффект приводит к увеличению прогиба концевой точки лопасти роторного солнечного паруса, что, в свою очередь, влечет за собой соответствующее пропорциональное уменьшение силы солнечного давления, что может привести к ухудшению баллистических характеристик солнечных парусов [6].

В диссертации [7] Л. Риос-Райс вывел обобщенное выражение для главного вектора и главного момента силы светового давления на парус произвольной формы. В РФ тема определения светового давления на конструкции сложной формы также получила развитие [8–11]. В настоящей работе, помимо обобщения результатов Л. Риос-Райса и других исследователей [12, 13], приведена формализация задачи о нахождении главных вектора и момента сил светового давления с учетом линейной зависимости коэффициента зеркального отражения от объемной деформации материала паруса.

**Элементарная сила светового давления.** Сила светового давления включает в себя несколько составляющих: давление от поглощенного излучения, отраженного, пропущенного, а также собственное излучение паруса. Данные факторы зависят от соответствующих оптических характеристик — коэффициентов поглощения, отражения, пропускания и излучательной способности. В общем случае данные факторы зависят от направления в пространстве, свойств поверхности, длины волны, температуры поверхности и др. [14]. В настоящей работе не рассматривается вклад в световое давление от явления обратного отражения в материале, так как его вклад в полную силу светового давления значительно меньше, чем от других факторов [3]. Также не рассматривается пропускание света, так как большинство современных тонкопленочных материалов являются непрозрачными для большей части солнечного спектра.

Предполагая начальную (раскройную) форму поверхности солнечного паруса плоской, введем прямоугольную декартову систему координат  $Ox_1x_2x_3$  на раскройной форме солнечного паруса (рисунок). Деформированное состояние паруса зададим через поле векторов перемещения точек полотна паруса  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)^T$ . Зададим единичный вектор нормали  $\hat{\mathbf{n}}$ , положительное направление которого определено для освещенной стороны полотна паруса. Определим единичный



### К определению главного вектора и главного момента силы светового давления на солнечный парус

вектор  $\hat{s}$ , направленный от источника света на полотно паруса. На достаточно большом удалении от Солнца вектор  $\hat{s}$  можно считать постоянным для всей поверхности солнечного паруса.

Запишем элементарную силу светового давления [12] как

$$d\mathbf{F} = P(R) [-a_{10}(\hat{n} \cdot \hat{s})\hat{s} + a_{20}(\hat{n} \cdot \hat{s})\hat{n} - 2a_{30}(\hat{n} \cdot \hat{s})^2\hat{n}] dA, \quad (1)$$

здесь

$$P(R) = \frac{q_0(R)}{c},$$

— световое давление ( $q_0(R)$  — солнечная постоянная, которая зависит от расстояния  $R$  до Солнца,  $c$  — скорость света в вакууме);  $a_{10}$ ,  $a_{20}$ ,  $a_{30}$  — обобщенные оптические параметры, определяемые следующим образом:

$$\begin{aligned} a_{10} &= 1 - \rho s; \\ a_{20} &= B_f \rho (1 - s) + (1 - \rho) \frac{\varepsilon_f B_f - \varepsilon_b B_b}{\varepsilon_f + \varepsilon_b}; \\ a_{30} &= \rho s, \end{aligned} \quad (2)$$

причем  $\rho$  — коэффициент зеркального отражения;  $s$  — коэффициент зеркальности;  $B_f$  и  $B_b$  — коэффициенты, показывающие характер индикатрисы отражения за вычетом зеркальной составляющей (в случае диффузного отражения  $B = 2/3$ );  $\varepsilon_f$  и  $\varepsilon_b$  — излучательная способность освещенной и обратной сторон паруса.

Параметры  $a_{10}$  и  $a_{30}$  учитывают зеркальную составляющую, а первое слагаемое параметра  $a_{20}$  в случае, когда  $B_f$  и  $B_b = 2/3$ , — диффузную составляющую. Второе слагаемое параметра  $a_{20}$  отвечает за вклад собственного теплового излучения полотна в результирующую

силу светового давления и получено из рассмотрения элементарного теплового баланса элемента тонкопленочной конструкции в предположении, что температура пленки не изменяется по толщине, а также что пленка обладает бесконечно большой теплопроводностью [1, 3]. Коэффициенты  $B_f$  и  $B_b$  согласно [3] показывают отклонение индикатрисы отражения и излучения от ламбертовой и получаются путем интегрирования данных индикатрис по полусфере. Материалы с более сложными индикатрисами излучения и отражения в настоящей работе не рассматриваются.

Аналогично запишем выражение для момента от элементарной силы светового давления

$$d\mathbf{M} = \mathbf{r} \times d\mathbf{F} = P(R) \left[ -a_{10}(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})(\mathbf{r} \times \hat{\mathbf{s}}) + a_{20}(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})(\mathbf{r} \times \hat{\mathbf{n}}) - 2a_{30}(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})^2(\mathbf{r} \times \hat{\mathbf{n}}) \right] dA, \quad (3)$$

где  $\mathbf{r}$  — вектор, задающий положение элементарной площадки  $dA$ .

В выражениях (1) и (5) учет поглощенного излучения осуществляется стандартным для теории солнечных парусов способом: считается, что всё падающее излучение поглощается, передавая количество движения поверхности, затем часть энергии отражается, а разность в значениях поглощенной и отраженной энергий дает вклад в силу светового давления от поглощенного излучения.

**Зависимость коэффициента зеркального отражения от объемной деформации пленки.** В работе [3] авторами была рассмотрена задача о равновесии лопасти роторного солнечного паруса под действием центробежных сил с учетом линейной зависимости коэффициента зеркального отражения от растягивающих напряжений. Перейдем от зависимости оптических характеристик от напряжений к функции деформаций: считаем, что коэффициент зеркального отражения материала линейно зависит от объемной деформации  $\gamma$  пленки, находящейся в плоском напряженном состоянии. Для коэффициента зеркального отражения имеем

$$\rho(\gamma) = \rho_0 + k_\rho \gamma, \quad (4)$$

где  $k_\rho$  — некоторый коэффициент пропорциональности. Также будем считать, что все остальные параметры (т.е. коэффициент зеркальности, коэффициенты  $B$ , коэффициенты излучения) не зависят от деформации. Тогда получим следующие выражения для обобщенных оптических параметров:

$$\begin{aligned} a_1(\gamma) &= a_{10} - k_\rho s \gamma; \\ a_2(\gamma) &= a_{20} + k_\rho \left[ B_f(1 - s) - \frac{\varepsilon_f B_f - \varepsilon_b B_b}{\varepsilon_b + \varepsilon_b} \right] \gamma; \\ a_3(\gamma) &= a_{30} + k_\rho s \gamma. \end{aligned} \quad (5)$$

Используя выражения (5), из (1) получаем

$$d\mathbf{F} = P(R) [-a_1(\gamma)(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})\hat{\mathbf{s}} + a_2(\gamma)(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})\hat{\mathbf{n}} - 2a_3(\gamma)(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})^2\hat{\mathbf{n}}] dA, \quad (6)$$

и аналогично для момента —

$$d\mathbf{M} = P(R) \left[ -a_1(\gamma)(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})(\mathbf{r} \times \hat{\mathbf{s}}) + \right. \\ \left. + a_2(\gamma)(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})(\mathbf{r} \times \hat{\mathbf{n}}) - 2a_3(\gamma)(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})^2(\mathbf{r} \times \hat{\mathbf{n}}) \right] dA. \quad (7)$$

**Главный вектор и главный момент светового давления.** Запишем выражение для силы светового давления на парус, проинтегрировав (6) по всей поверхности паруса:

$$\mathbf{F} = P(R) \int_A [-a_1(\gamma)(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})\hat{\mathbf{s}} + a_2(\gamma)(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})\hat{\mathbf{n}} - 2a_3(\gamma)(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})^2\hat{\mathbf{n}}] dA. \quad (8)$$

Представим в компонентной форме выражения  $(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})\hat{\mathbf{n}}$  в проекции на ось  $Ox_k$ :

$$(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{e}}_k = n_i s_i n_j \hat{\mathbf{e}}_j \cdot \hat{\mathbf{e}}_k = n_i s_i n_j \delta_{jk} = n_i n_k s_i, \quad (9)$$

где по повторяющимся индексам производим суммирование, а  $\delta_{jk}$  — символ Кронекера. Заметим, что выражение  $n_i n_k$  является компонентной записью следующего диадного произведения:

$$\tilde{\mathbf{J}}^2 = \hat{\mathbf{n}} \otimes \hat{\mathbf{n}},$$

отсюда, используя (9), получаем

$$(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})\hat{\mathbf{n}} = \tilde{\mathbf{J}}^2 \cdot \hat{\mathbf{s}}. \quad (10)$$

Покажем, что  $\tilde{\mathbf{J}}^2$  является тензором. Вводя замену базиса  $\hat{\mathbf{e}}_i = \alpha_{ij}\hat{\mathbf{e}}_j$ , получаем

$$\tilde{\mathbf{J}}_{ij}^2 = n_i n_j = \alpha_{ik} n_k \alpha_{jl} n_l = \alpha_{ik} \alpha_{il} \tilde{\mathbf{J}}_{kl}^2,$$

откуда можно сделать однозначный вывод, что  $\tilde{\mathbf{J}}^2$  является тензором второго ранга [15].

Представим аналогичным способом проекцию выражения  $(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})^2\hat{\mathbf{n}}$  на ось  $Ox_k$ :

$$(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})^2\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{e}}_k = n_i s_i n_j s_j n_p \hat{\mathbf{e}}_p \cdot \hat{\mathbf{e}}_k = n_i n_j n_k s_i s_j. \quad (11)$$

Введем следующую полиаду:

$$\tilde{\mathbf{J}}^3 = \hat{\mathbf{n}} \otimes \hat{\mathbf{n}} \otimes \hat{\mathbf{n}}.$$

Тогда, используя (11), получаем

$$(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})^2\hat{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{s}} \cdot \tilde{\mathbf{J}}^3 \cdot \hat{\mathbf{s}}. \quad (12)$$

Аналогично  $\tilde{\mathbf{J}}^2$  возможно доказать, что  $\tilde{\mathbf{J}}^3$  является тензором третьего ранга.

Представим в компонентной форме выражение  $(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})\hat{\mathbf{s}}$  в проекции на ось  $Ox_k$ :

$$(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})\hat{\mathbf{s}} \cdot \hat{\mathbf{e}}_k = n_i s_i s_j \hat{\mathbf{e}}_j \cdot \hat{\mathbf{e}}_k = n_i \delta_{jk} s_i s_j. \quad (13)$$

Компоненты  $n_i \delta_{jk}$  принадлежат следующему тензору третьего ранга:

$$\tilde{J}^3 = \hat{\mathbf{n}} \otimes E^2, \quad (14)$$

где  $E^2$  — единичный тензор второго ранга.

Используя (14), (16) и (18), из выражения (12) получаем

$$\mathbf{F} = P(R) \left[ \left( \int_A a_2(\gamma) \tilde{J}^2 dA \right) \cdot \hat{\mathbf{s}} - \hat{\mathbf{s}} \cdot \left( \int_A a_1(\gamma) \tilde{J}^3 + 2a_3(\gamma) \tilde{J}^3 dA \right) \cdot \hat{\mathbf{s}} \right]. \quad (15)$$

Вводя следующие обозначения

$$J^2 = \int_A a_2(\gamma) \hat{\mathbf{n}} \otimes \hat{\mathbf{n}} dA; \quad (16)$$

$$J^3 = \int_A [a_1(\gamma) \hat{\mathbf{n}} \otimes E^2 + 2a_3(\gamma) \hat{\mathbf{n}} \otimes \hat{\mathbf{n}} \otimes \hat{\mathbf{n}}] dA, \quad (17)$$

из (15) получаем выражение для силы светового давления на деформированный солнечный парус:

$$\mathbf{F} = P(R) [J^2 - \hat{\mathbf{s}} \cdot J^3] \cdot \hat{\mathbf{s}}. \quad (18)$$

Отметим, что получена более компактная форма записи силы светового давления на солнечный парус произвольной формы, чем в [7].

Запишем выражение для момента светового давления на парус, проинтегрировав (7) по всей поверхности паруса:

$$\mathbf{M} = P(R) \int_A \left[ -a_1(\gamma) (\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}}) (\mathbf{r} \times \hat{\mathbf{s}}) + a_2(\gamma) (\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}}) (\mathbf{r} \times \hat{\mathbf{n}}) - \right. \\ \left. - 2a_3(\gamma) (\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}})^2 (\mathbf{r} \times \hat{\mathbf{n}}) \right] dA. \quad (19)$$

Введем тензор  $R^2$  следующим образом:

$$\mathbf{r} \times \mathbf{a} = R^2 \cdot \mathbf{a}. \quad (20)$$

Очевидно, что тензор (24) является кососимметричным и может быть представлен в следующем матричном виде:

$$R^2 = \begin{pmatrix} 0 & -r_3 & r_2 \\ r_3 & 0 & -r_1 \\ -r_2 & r_1 & 0 \end{pmatrix}.$$

По аналогии с выражением для силы, введем два тензора:

$$K^2 = \int_A a_2(\gamma) R^2 \cdot \hat{n} \otimes \hat{n} dA; \quad (21)$$

$$K^3 = \int_A [a_1(\gamma) \hat{n} \otimes R^2 + 2a_3(\gamma) \hat{n} \otimes R^2 \cdot \hat{n} \otimes \hat{n}] dA. \quad (22)$$

Выражение для момента силы светового давления будет иметь вид

$$\mathbf{M} = P(R) [K^2 - \hat{s} \cdot K^3] \cdot \hat{s}. \quad (23)$$

Основным следствием выражений (18) и (23) является отделение описания поверхности космического аппарата от описания его ориентации относительно падающего излучения. Получено, что силы светового давления на солнечный парус, а также момент силы светового давления при отсутствии внутренних переотражений зависят от некоторых интегральных характеристик, которые рассчитываются один раз для всего паруса. Сила же и момент светового давления получаются путем простого скалярного произведения тензорных величин на вектор направления на Солнце соответствующее число раз.

Выражения (18) и (23) будут справедливы не только для жесткого солнечного паруса, но также и для гибкого солнечного паруса, у которого деформированная форма слабо зависит от ориентации на Солнце. Также полученные выражения можно использовать при рассмотрении орбитальной динамики непарусных космических аппаратов под действием светового давления (например, при рассмотрении эволюций спутников на геостационарной орбите).

**Влияние зависимости коэффициента зеркального отражения от объемной деформации.** Определим, насколько зависимость оптических характеристик материала солнечного паруса от деформаций влияет на силу светового давления на солнечный парус. Для этого из выражения (18) вычтем выражение (23) в предположении  $\gamma = 0$ . Предполагая, что оптические характеристики постоянны для всего полотна паруса, получаем следующее выражение поправки силы и момента:

$$\Delta \mathbf{F} = P(R) k_\rho [I^2 - \hat{s} \cdot I^3] \cdot \hat{s}; \quad (24)$$

$$\Delta \mathbf{M} = P(R) k_\rho [L^2 - \hat{s} \cdot L^3] \cdot \hat{s}, \quad (25)$$

где

$$I^2 = \left[ B_f(1 - s) - \frac{\varepsilon_f B_f - \varepsilon_b B_b}{\varepsilon_f + \varepsilon_b} \right] \int_A \gamma \hat{n} \otimes \hat{n} dA; \quad (26)$$

$$I^3 = s \int_A \gamma (2\hat{n} \otimes \hat{n} \otimes \hat{n} - \hat{n} \otimes E^2) dA; \quad (27)$$

$$L^2 = \left[ B_f(1-s) - \frac{\varepsilon_f B_f - \varepsilon_b B_b}{\varepsilon_f + \varepsilon_b} \right] \int_A \gamma R^2 \cdot \hat{\mathbf{n}} \otimes \hat{\mathbf{n}} dA; \quad (28)$$

$$L^3 = s \int_A \gamma (2\hat{\mathbf{n}} \otimes R^2 \cdot \hat{\mathbf{n}} \otimes \hat{\mathbf{n}} - \hat{\mathbf{n}} \otimes R^2) dA. \quad (29)$$

Выражения (26)–(29) в случае, когда деформированная форма солнечного паруса не зависит от его ориентации на Солнце, являются величинами постоянными. В таком случае выражения (24) и (25) позволяют с относительно небольшими затратами вычислять соответствующую поправку на главный вектор и главный момент сил светового давления на солнечный парус. Совместно с выражениями (18) и (23) получаем суммарный главный вектор и главный момент сил светового давления.

**Плоский солнечный парус.** Рассмотрим квадратный солнечный парус, лежащий в плоскости  $Ox_1x_2$ , площадь которого равна  $A$ . Стороны паруса направлены вдоль осей системы координат. Для всей освещенной поверхности паруса вектор нормали будет постоянен и равен  $\hat{\mathbf{n}} = (0, 0, 1)^T$ . Считаем, что оптические характеристики паруса постоянны вдоль поверхности. Получим следующие выражения компонент тензоров для определения силы светового давления:

$$J_{ij}^2 = a_2 n_i n_j A;$$

$$J_{ijk}^3 = (a_1 n_i \delta_{jk} + 2a_3 n_i n_j n_k) A.$$

Для  $J^2$  получаем, что  $J_{33}^2 = a_2 A$ , а остальные коэффициенты равны нулю. Для  $J^3$  получаем, что  $J_{311}^3 = a_1 A$ ,  $J_{322}^3 = a_1 A$ ,  $J_{333}^3 = (a_1 + 2a_3) A$ , остальные коэффициенты равны нулю.

Допустим, что относительное положение источника света может меняться только в плоскости  $Ox_1x_3$ , т.е.

$$\hat{\mathbf{s}} = (-\sin \alpha, 0, -\cos \alpha)^T,$$

где  $\alpha$  — угол наклона источника света.

Получим соотношения для компонент главного вектора солнечного давления:

$$F_1 = -P(R) a_1 A \sin \alpha \cos \alpha; \quad (30)$$

$$F_2 = 0; \quad (31)$$

$$F_3 = -P(R) A (a_2 \cos \alpha + (a_1 + 2a_3) \cos^2 \alpha), \quad (32)$$

что совпадает с известными выражениями для силы светового давления на плоский солнечный парус [1, 14].

Для тензоров из выражения для момента найдем:

$$K_{ij}^2 = a_2 \int_A R_{ik}^2 n_k n_j dA; \quad (33)$$



$$K_{ijk}^3 = \int_A (a_1 n_i R_{jk}^2 + 2a_3 n_i R_{jl}^2 n_l n_k) dA. \quad (34)$$

Произведение  $n_i n_j$  и  $n_i n_j n_k$  не равно нулю, когда  $i = j = 3$  и  $i = j = k = 3$ , а для любого вектора  $\mathbf{r}$  компонента кососимметричного тензора  $R_{33}^2$  равна нулю. Также необходимо учесть, что вектор  $\mathbf{r}$  лежит в плоскости  $Ox_1x_2$ , поэтому

$$R^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & x_2 \\ 0 & 0 & -x_1 \\ -x_2 & x_1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Интегрируя выражения для компонент тензоров  $K^2$  и  $K^3$ , получаем, что  $K_{ij}^2 = 0$  и  $K_{ijk}^3 = 0$ , следовательно, момент сил светового давления на квадратный парус равен нулю,

$$M_1 = M_2 = M_3 = 0,$$

что соответствует физическому смыслу задачи.

**Заключение.** Приведенные выражения, описывающие тензорные характеристики поверхности солнечного паруса совместно с его оптическими параметрами, могут быть численно рассчитаны для широкого класса космических аппаратов (солнечных парусов, других раскрываемых космических конструкций), однако такой метод имеет ряд недостатков. Главный недостаток состоит в том, что тензорные характеристики необходимо пересчитывать заново, если конфигурация космического аппарата изменилась, если изменился набор освещенных поверхностей космического аппарата, в простейшем случае — если плоский солнечный парус повернется к Солнцу своей обратной стороной. Данный метод в общем случае неприменим, если при расчете действия светового давления необходимо учитывать переотражение в конструкции, самозатенение. Между тем, задача определения силы светового давления на конструкцию сложной геометрии является актуальной. Так, в работах [16–19] рассмотрены различные варианты анализа учета светового давления на космические аппараты разной конструкции с учетом затенения и переотражений в конструкции. В дальнейшем предполагается применить предложенную тензорную методику расчета главной силы и главного момента светового давления к космическим аппаратам сложной геометрии.

*Работа выполнена в рамках подготовки космического эксперимента “Парус–МГТУ” [20].*

## ЛИТЕРАТУРА

1. McInnes C.R. Solar Sailing: Technology, Dynamics and Mission Applications. Springer Science & Business Media, 2004. 332 p.

2. Поляхова Е.Н. Космический полет с солнечным парусом: проблемы и перспективы / под ред. Егорова В.А. М.: Книжный дом “ЛИБРОКОМ”, 2011. 320 с.
3. Forward R. Grey solar sails. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1989.
4. Райкунов Г.Г., Комков В.А., Мельников В.М., Харлов Б.Н. Центробежные бескаркасные крупногабаритные космические конструкции. М.: АНО “Физматлит”, 2009. 448 с.
5. Зимин В.Н., Неровный Н.А. Анализ влияния зависимости коэффициента отражения материала лопасти роторного солнечного паруса от механических напряжений на его деформированную форму // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2015. № 1 (658). С. 11–16.  
DOI: 10.18698/0536-1044-2015-1-11-17
6. Spencer H., Carroll K.A. Real Solar Sails are Not Ideal, and Yes It Matters. Advances in Solar Sailing, Berlin Heidelberg, Springer, 2014. P. 921–940.
7. Rios-Reyes L. Solar Sails: Modeling, Estimation, and Trajectory Control. University of Michigan, 2006. 148 p.
8. Kislov N. Variable Reflectance/Transmittance Coatings for Solar Sail Altitude Control and Three Axis Stabilization // AIP. 2004. Vol. 699. P. 103–111.
9. Трофимов С.П. Увод малых космических аппаратов с низких околоземных орбит. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2015. 125 с.
10. Трофимов С.П. Динамически инвариантное масштабирование массогабаритных параметров каркасных парусных систем // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2015. № 31. 16 с.
11. Sazonov V.S., Sazonov V.V. Calculation of resultant vector and principal moment of light pressure forces acting upon the spacecraft with a solar sail // Cosmic Research. 2011. Vol. 49. No. 1. P. 56–64.
12. Jing H., Shengping G., Junfeng L. A curved surface solar radiation pressure force model for solar sail deformation // Science China Physics, Mechanics and Astronomy. 2012. Vol. 5. No. 1. P. 141–155.
13. Jing H.E., Shengping G., Junfeng L., Yufei L. The Solar Radiation Pressure Force Models for a General Sail Surface Shape // Advances in Solar Sailing / ed. Macdonald M., Berlin Heidelberg, Springer, 2014. P. 469–488.
14. Неровный Н.А., Зимин В.Н. Об определении силы светового давления на солнечный парус с учетом зависимости оптических характеристик материала паруса от механических напряжений // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2014. № 3 (96). С. 61–78.
15. Димитриенко Ю.И. Механика сплошной среды. Т. 1: Тензорный анализ. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. 463 с.
16. Определение и прогнозирование параметров движения космической миссии “Радиоастрон” / Г.К. Боровин, М.В. Захваткин, В.А. Степаньянц, А.Г. Тучин // Mathematica Montisnigri. 2014. Т. XXX. С. 76–98.
17. Шматов С.И., Мордвинкин А.С. Комбинированная система компенсации возмущающего момента от солнечного давления для геостационарного спутника // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2013. № 3 (19). С. 30–36.
18. Чумаченко Е.Н., Малашикин А.В., Федоренко А.Н. Моделирование использования солнечного ветра для орбитальных маневров космических аппаратов // Вестник ВГТУ. 2011. № 112. С. 71–75.
19. Chumachenko E.N., Nazirov R.R., Dunhem D.U., Fedorenko A.N. Controlling spacecraft by means of solar radiation // Cosmic Research. 2014. Vol. 52. No. 3. P. 244–249.
20. 2-blades deploying by centrifugal force solar sail experiment (IAC-11. E2.3.8) / D. Rachkin, S. Tenenbaum, A. Dmitriev, N. Nerovniy, O. Kotsur, A. Vorobyov // Proceedings of 62nd International Astronautical Congress, Cape Town, SA, 2011.

## REFERENCES

- [1] McInnes C.R. *Solar Sailing: Technology, Dynamics and Mission Applications*. Springer Science & Business Media, 2004. 332 p.
- [2] Egorov V.A., ed. by Polyakhova E.N. *Kosmicheskiy polet s solnechnym parusom: problemy i perspektivy* [Space Flight with a Solar Sail: Problems and Prospects]. Moscow, Knizhnyy dom Librokom Publ., 2011. 320 p.
- [3] Forward R. *Grey solar sails*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1989.
- [4] Raykunov G.G., Komkov V.A., Mel'nikov V.M., Kharlov B.N. *Tsentrobezhnye beskarkasnye krupnogabaritnye kosmicheskie konstruksii* [Centrifugal Frameless Large-Sized Space Structures]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2009. 448 p.
- [5] Zimin V.N., Nerovnyy N.A. Analysis of the deformed shape of a heliogyro solar sail blade taking into account stress-dependent reflectivity of the material. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved., Mashinost.* [Proc. of Higher Educational Institutions. Machine Building], 2015, no. 1 (658), pp. 11–16 (in Russ.). DOI: 10.18698/0536-1044-2015-1-11-17
- [6] Spencer H., Carroll K.A. Real Solar Sails are Not Ideal, and Yes It Matters. *Advances in Solar Sailing*, Berlin Heidelberg, Springer, 2014, pp. 921–940.
- [7] Rios-Reyes L. *Solar Sails: Modeling, Estimation, and Trajectory Control*. University of Michigan, 2006. 148 p.
- [8] Kislov N. Variable Reflectance/Transmittance Coatings for Solar Sail Altitude Control and Three Axis Stabilization. *AIP*, 2004, vol. 699, pp. 103–111.
- [9] Trofimov S.P. *Uvod malykh kosmicheskikh apparatov s nizkikh okolozemnykh orbit* [Deorbit of Small Spacecrafts from Low-Earth Orbit]. Moscow, Institut prikladnoy matematiki im. M.V. Keldysha RAN, 2015. 125 p.
- [10] Trofimov S.P. *Dinamicheski invariantnoe masshtabirovanie massogabaritnykh parametrov karkasnykh parusnykh sistem* [Dynamically Invariant Scaling of the Mass and Size Parameters of Framed Sail Systems]. Moscow, Preprint no. 31, IPM im. M.V. Keldysha Publ., 2015. 16 p.
- [11] Sazonov Vas.V., Sazonov V.V. Calculation of resultant vector and principal moment of light pressure forces acting upon the spacecraft with a solar sail. *Cosmic Research*, 2011, vol. 49, no. 1, pp. 56–64.
- [12] Jing H., Shengping G., Junfeng L. A curved surface solar radiation pressure force model for solar sail deformation. *Science China Physics, Mechanics and Astronomy*, 2012, vol. 5, no. 1, pp. 141–155.
- [13] Jing H.E., Shegping G., Junfeng L., Yufei L. The Solar Radiation Pressure Force Models for a General Sail Surface Shape. ed. Macdonald M. *Advances in Solar Sailing*. Springer Berlin Heidelberg, 2014, pp. 469–488.
- [14] Nerovnyy N.A., Determination of the Radiation Pressure Force Acting on a Solar Sail Taking into Account Stress-Dependent Optical Parameters of Sail Material. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Mashinost.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Mech. Eng.], 2014, no. 3 (96), pp. 61–78 (in Russ.).
- [15] Dimitrienko Yu.I. *Mekhanika sploshnoy sredy. T. 1. Tenzornyy analiz* [Continuum Mechanics. Vol. 1. Calculus of Tensors]. Moscow, MGTU im. N.E. Baumana Publ., 2011. 463 p.
- [16] Borovin G.K., Zakhvatkin M.V., Stepan'yants V.A., Tuchin A.G. Determination and prediction of orbital parameters of the “Radioastron” mission. *Mathematica Montisnigri*, 2014, vol. XXX, pp. 76–98.
- [17] Shmatov S.I., Mordvinkin A.S. The Combined Compensating Sistem of the Disturbing Torque Induced by Solar Pressure for Geostationary Satellite. *Vestnik NPO im. S.A. Lavochkina*, 2013, no. 3 (19), pp. 30–36 (in Russ.).

- [18] Chumachenko E.N., Malashkin A.V., Fedorenko A.N. Modelling of Use of a Solar Wind for Orbital Maneuvers of Space Vehicles. *Vestn. Voronezh Gos. Tekh. Univ.* [Herald of the Voronezh State Tech. Un.], 2011, no. 112, pp. 71–75 (in Russ.).
- [19] Chumachenko E.N., Nazirov R.R., Dunhem D.U., Fedorenko A.N. Controlling spacecraft by means of solar radiation. *Cosmic Research*, 2014, vol. 52, no. 3, pp. 244–249.
- [20] Rachkin D., Tenenbaum S., Dmitriev A., Nerovny N., Kotsur O., Vorobyov A. 2-blades deploying by centrifugal force solar sail experiment (IAC-11. E2.3.8). *Proc. of 62nd International Astronautical Congress*, Cape Town, SA, 2011.

Статья поступила в редакцию 04.02.2015

Зимин Владимир Николаевич — д-р техн. наук, профессор, первый проректор–проректор по научной работе МГТУ им. Н.Э. Баумана.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

Zimin V.N. — Dr. Sci. (Eng.), Professor, the first vice-rector on science, Bauman Moscow State Technical University.

Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Неровный Николай Алексеевич — аспирант кафедры “Космические аппараты и ракеты-носители” МГТУ им. Н.Э. Баумана.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

Nerovny N.A. — post-graduate student of Spacecraft and Launch Vehicles department, Bauman Moscow State Technical University.

Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

**Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:**

Зимин В.Н., Неровный Н.А. К расчету главного вектора и главного момента сил светового давления на солнечный парус // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2016. № 1. С. 17–28. DOI: 10.18698/0236-3941-2016-1-17-28

**Please cite this article in English as:**

Zimin V.N., Nerovny N.A. To the calculation of the main vector and the main momentum of light pressure force on a solar sail. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Bauman, Mashinotr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Mech. Eng.], 2016, no. 1, pp. 17–28. DOI: 10.18698/0236-3941-2016-1-17-28